



## **UMA EXPERÊNCIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA COM USO DA CALCULADORA HP-12C NA INVESTIGAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE DUAS VARIÁVEIS NUMÉRICAS**

*AN EXPERIENCE IN BASIC EDUCATION USING THE HP-12C CALCULATOR TO  
INVESTIGATE TWO NUMERICAL VARIABLES BEHAVIOR*

---

Ronaldo Theodorovski

Doutorando em Ensino de Ciência e Tecnologia

Universidade Estadual do Centro Oeste – Câmpus Irati/Universidade Tecnológica Federal do Paraná –  
Câmpus Ponta Grossa

theodorovski@unicentro.br

André Luis Trevisan

Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Londrina

andrelt@utfpr.edu.br

Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro

Doutora em Educação Científica e Tecnológica

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Ponta Grossa

nilceia@utfpr.edu.br

## Resumo

O presente artigo, preconizado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), assume a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos, levando em conta as vivências cotidianas dos estudantes impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos. Nesse contexto, objetiva-se relatar uma experiência em uma prática de sala de aula, a qual buscou promover o envolvimento de um grupo de estudantes da rede pública de ensino, inserindo-os em um ambiente de aprendizagem com uso da calculadora HP-12C, na investigação do comportamento de duas variáveis numéricas. A implementação deste trabalho ocorreu com alunos participantes de programas associados a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Nesta proposta, por intermédio de atividades pedagógicas escritas e práticas, os estudantes tiveram que modelar a equação que simulava o movimento retilíneo uniforme de carrinhos de controle remoto em posições diferentes. Com efeito, os discentes tiveram a oportunidade de coletar dados, quantificar, medir, explicar, generalizar e tomar decisões com base no modelo matemático construído, revelando, assim, elementos potenciais para o desenvolvimento das competências preconizadas na BNCC.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática; HP-12C; Base Nacional Comum Curricular; Variáveis Numéricas; Regressão Linear Simples.

## Abstract

This article, as recommended in the National Common Curriculum Base (BNCC – Portuguese: Base Nacional Comum Curricular), assumes the construction of an integrated view of Mathematics, applied to reality, in different contexts, taking into account the daily experiences of students impacted in different ways by technological advances. In this context, the objective is report an experience in a classroom practice, which involved a group of students from the public school system, inserting them in a learning environment using the HP-12C calculator, in the investigation of two numerical variables behavior. This article worked with students from associated programs of OBMEP (Brazilian Mathematics Olympiad of Public Schools – Portuguese: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas). Through written and practical teaching activities, students modeled the equation of uniform rectilinear motion of remote control cars in different positions. Students had the opportunity to collect, quantify, measure, explain and generalize data and make decisions based on the constructed mathematical model, thus revealing potential elements for the development of competences recommended in the BNCC.

**Keywords:** Teaching of Mathematics; HP-12C; National Common Curriculum Base; Numerical Variables; Simple Linear Regression.

## 1 INTRODUÇÃO

Diante das constantes transformações que vêm ocorrendo na sociedade nos últimos anos, em razão da escola fazer parte dessa evolução, vários pesquisadores, a exemplo de Oliveira *et al.* (2019), afirmam que a educação deve acompanhar pedagogicamente essas novas estruturas e inovações, destacando a necessidade de estimular nos alunos o desenvolvimento das habilidades valorizadas neste século, como o trabalho em equipe, a resolução de problemas, a criatividade, entre outras.

Dessa forma, torna-se necessária, uma revisão de métodos, tendências e concepções educacionais presentes no cotidiano escolar, de modo a incorporar práticas educativas que valorizem a contextualização do conteúdo e a compreensão dos diversos códigos e linguagens, para tomar decisões e fazer previsões frente a determinadas condições que são incorporadas aos contextos dos alunos (THEODOROVSKI; MENON, 2019).

A experiência do primeiro autor em sala de aula, pelo fato dele exercer atividade docente na disciplina de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, aponta que os estudantes ficam mais motivados e interessados no processo de aprendizagem quando os conteúdos ministrados são abordados ou problematizados partindo de situações reais, valorizando o contexto social do qual eles fazem parte. Tal percepção coaduna-se com discussões atuais a respeito de contextualização do conteúdo, interdisciplinaridade e a ampliação do conhecimento científico (FRANCO; FREITAS; MELLO, 2020). Além disso, a introdução de inovações no ensino da Matemática deve valorizar aspectos sociais e culturais pertinentes ao meio em que o aluno está inserido (D'AMBRÓSIO, 2002).

Destaca-se, também, a informatização nos ambientes escolares como necessária para que os educandos desenvolvam suas habilidades sociais e educacionais. O trabalho com tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) sugere mudanças no paradigma educacional que requerem formas diferenciadas de organização e elaboração do trabalho docente com a garantia da adoção de práticas pedagógicas para o acesso ao conhecimento. Na construção do conhecimento, Borba (2009) tece reflexões sobre o futuro da sala de aula, quando alheia aos recursos tecnológicos e às novas linguagens, questionando se ela sobreviverá ao século XXI.

A busca por novas práticas pedagógicas apresenta-se no cotidiano escolar como um novo desafio aos professores, no sentido de aproveitar os recursos disponíveis a favor da aprendizagem. Nesse sentido, faz-se necessária a busca de abordagens metodológicas que possibilitem aos educandos desenvolver as habilidades e capacidades necessárias para que assimilem os conteúdos matemáticos e saibam utilizá-los em diversas áreas do conhecimento.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), recentemente promulgada no Brasil, é documento normativo para as redes de ensino e referência obrigatória para a elaboração dos currículos escolares e propostas pedagógicas para a Educação Básica. Na área de *Matemática e suas Tecnologias* do Ensino Médio, o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diversos contextos, levando em conta as vivências cotidianas dos estudantes impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros.

Procurando novas maneiras de ensinar Matemática, alinhadas ao que sugere a BNCC (BRASIL, 2018), o objetivo deste trabalho é relatar a experiência do primeiro autor em uma

prática de sala de aula na qual buscou promover o envolvimento de um grupo de estudantes da rede pública de ensino, inserindo-os em um ambiente de aprendizagem com o uso de TDIC, mais especificamente, a calculadora HP-12C, na investigação do comportamento de duas variáveis numéricas. Foi proposta aos estudantes uma investigação de caráter interdisciplinar, a partir da construção de modelos matemáticos por meio do ajuste da equação de uma reta, em uma situação prática envolvendo o conceito de velocidade e o movimento uniforme.

## 2 O TRABALHO COM MODELOS MATEMÁTICOS

Entre diferentes abordagens metodológicas que podem auxiliar na aprendizagem do aluno em Matemática, destaca-se o trabalho com modelos matemáticos, tendo como referencial o texto de Bassanezi (2002). A perspectiva assumida por esse autor, alinhada às recomendações da BNCC (BRASIL, 2018), destaca os “processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática” (BRASIL, 2018, p. 266).

Bassanezi (2002, p. 16) enfatiza a possibilidade da articulação entre conceitos matemáticos e situações reais, pois busca “transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”, em um ambiente de aprendizagem no qual os participantes são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade “[...] na tentativa de explicar, de entender ou agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo” (2002, p.19).

O referido autor também discorre sobre o trabalho com modelos matemáticos, afirmando que pode oportunizar meios de colocar a aplicabilidade da Matemática nos diversos níveis escolares, desde a Educação Básica até a Pós-Graduação. Destaca que esse trabalho parte da influência da Matemática Aplicada e, com sua dinamização na busca de modelos, considera, em termos de Educação, que esse processo possibilita a aprendizagem de conteúdos matemáticos conectados a outras ciências (no caso deste trabalho, a Física). Por outro lado, afirma que há certa dificuldade por parte dos professores devido à falta de conhecimento do processo de modelagem e à insegurança de se encontrarem em situações embaraçosas quanto à Matemática a ser utilizada em alguns casos de aplicação (BASSANEZI, 2002).

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC “leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (BRASIL, 2018, p. 268). Destaca, ainda, no âmbito do Ensino Fundamental, o desenvolvimento do pensamento algébrico como “essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas” (BRASIL, 2018, p. 270). Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas.

Enquanto uma das competências específicas para o Ensino Médio, propõe a utilização de “estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados

e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente” (BRASIL, 2018, p. 531), e, como uma das habilidades, foco deste trabalho, a investigação de “conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada” (BRASIL, 2018, p. 541).

Em diversos ramos da ciência, é comum aparecerem fenômenos nos quais existe uma relação matemática entre duas ou mais variáveis numéricas. Por exemplo, na natureza, existem fenômenos que fluem com certa regularidade tal que, se for identificada, será possível fazer previsões, reproduzindo informações já existentes e estimando dados ainda não obtidos.

De acordo com Bertone, Bassanezi e Jafelice (2015), quando se trata de interpretar dados de um experimento, o conjunto dos pontos  $(x_i, y_i)$  representados no plano cartesiano é chamado de diagrama de dispersão. Uma regressão ou ajuste de equações é um recurso matemático para expressar alguma relação entre uma variável dependente  $y_i$  e outra independente  $x_i$ , fornecendo uma relação do tipo  $y_i = f(x_i)$ , quando se tem alguma relação estatística.

O método dos mínimos quadrados é um processo que procura determinar a equação matemática mais adequada para definir a relação entre duas variáveis. Um ajuste é linear se for da forma:  $y = ax + b$ , com  $a$  e  $b \in \mathbb{R}$ . Através desse método (mínimos quadrados), encontram-se os parâmetros da reta: coeficiente angular e coeficiente linear, ou seja, procura-se determinar o melhor ajuste dos pontos tentando minimizar as diferenças entre a equação ajustada e os dados fornecidos. No entanto, uma vez que tal método não é, em geral, apresentado no Ensino Médio, ele pode ser substituído por um trabalho integrado que faz uso de gráficos (diagramas de dispersão) e tabelas de dados experimentais, atrelado a ferramentas para o ajuste de uma reta aos dados, ou seja, compor um sistema de equações.

Assim, nessa proposta para a Educação Básica, foi utilizada a calculadora HP-12C para determinar os coeficientes  $a$  e  $b$  da equação de reta  $y = ax + b$ . Embora ela seja indicada para realizar cálculos provenientes da área financeira, ressalta-se a importância de se conhecer o uso das funcionalidades estatísticas dessa calculadora de fácil manuseio. Além disso, sob o mesmo ponto de vista de Schimiguel e Silva (2015), o uso desse instrumento em sala de aula possibilita aos estudantes realizar cálculos complexos em pouco tempo, de modo a permitir dedicação a análise e interpretações dos resultados obtidos por meio dos cálculos efetuados.

### 3 CALCULADORA HP-12C EM SMARTPHONES COMO RECURSO DIDÁTICO

No trabalho com conjuntos de dados, Estevam e Kalinke (2013) apontam que a utilização de TDIC possibilita e torna mais rápidas as investigações e a análise, em detrimento de aspectos algébricos puramente estruturais. Nesse sentido, destaca-se que as TDIC podem caracterizar uma ferramenta de apoio ao ensino, cabendo ao educador definir os objetivos que pretende atingir com o seu uso, conhecer as potencialidades e identificar as vantagens do uso nas aulas de Matemática.

No âmbito da BNCC (BRASIL, 2018), é enfatizado o trabalho com as TDIC (lá denominadas *tecnologias*) ao longo de toda a Educação Básica, sugerindo as calculadoras e planilhas eletrônicas. Buscando as TDIC como ferramentas de auxílio ao desenvolvimento da atividade proposta neste artigo, optou-se pelo uso da Calculadora Financeira da marca HP

modelo 12C, que dispõe de funções para realizar ajustes de curvas, em especial, a regressão linear simples. Como esse tipo de calculadora é inacessível financeiramente para a maioria dos estudantes de escolas públicas, substituiu-se, portanto, por aplicativos de *smartphones*, vistos como um meio de incorporar o uso das TDIC na sala de aula. Assim, o uso de *smartphone*, ou de outros aparelhos de tecnologia móvel similares, surgiu como uma alternativa, porque permitem o acesso gratuito ao aplicativo da Calculadora HP-12C.

Sugeriu-se o aplicativo *TouchFinFree* (emulador da HP-12C), conforme ilustra a Figura 1, disponibilizado na plataforma da *Google Play Store*, repositório oficial de aplicativos para dispositivos móveis com o sistema operacional *Android*.

**Figura 1. Aplicativo TouchFinFree (Calculadora Financeira HP-12C)**



Fonte: <https://play.google.com/store/apps>

Em relação ao uso da HP-12C como proposta na Educação Básica, Oliveira (2014) apresenta exemplos contextualizados com referência à Matemática Financeira, destacando que esse recurso facilita a decisão dos indivíduos nas atividades financeiras e que evitam fórmulas extensas. Pires (2014) e Silva (2017), também associam a calculadora HP-12C com à Matemática Financeira, porém sem desvincular do cálculo algébrico. Nessa perspectiva, frisam que o papel dessa ferramenta digital tem a finalidade de conferir os resultados dos cálculos realizados manualmente. Assim sendo, justificam e confirmam a necessidade do conhecimento de ambas as maneiras para solucionar os problemas financeiros.

Outra experiência com o uso da Calculadora Financeira HP-12C em *smartphones* como recurso didático para o ensino de Matemática no Ensino Médio é apresentado por Amaral (2017). Em sua pesquisa, ele busca investigar por que o professor deve utilizar a HP-12C e quais suas contribuições para o ensino da Matemática Financeira. Conclui-se que esse aplicativo promove a inclusão digital e que permitirá ao educando o conhecimento de vários outros meios educativos propiciados pelas TDIC.

Nesse sentido, percebe-se que são mínimas as experiências que enfatizam o uso da HP-12C na Educação Básica, além disso as publicações sobre essa temática não apresentam outros contextos além da Matemática Financeira, como é evidenciado no trabalho de revisão sistemática de Luiz *et al.* (2020). Portanto, a proposta do presente trabalho traz novas possibilidades das TDIC em relação ao uso da HP-12C, neste caso na investigação do comportamento de duas variáveis numéricas.

## 4 O CONTEXTO DA EXPERIÊNCIA DE ENSINO

As atividades foram desenvolvidas numa escola pública no município de Ivaí, no estado do Paraná. É importante destacar que, no ano de implementação das atividades (em 2019), ofertavam-se nessa instituição de ensino dois projetos de âmbito nacional, relacionados à Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), o Programa OBMEP na Escola e o Programa de Iniciação Científica Júnior (PIC-Jr)<sup>1</sup>, ambos tendo como uma das finalidades estimular o uso dos materiais da olimpíada, tais como provas e bancos de questões, em atividades extraclasse.

O primeiro autor atuou como professor nesses projetos, e os resultados apresentados na próxima seção vêm das suas reflexões e, juntamente com os outros dois autores, da interpretação dos protocolos coletados na experiência (áudio, vídeo e protocolos escritos).

A população da pesquisa contou com a participação de estudantes voluntários do 9º ano do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio, sendo composta por 12 participantes dos referidos programas, entre eles, medalhistas da OBMEP. No geral, são estudantes curiosos e questionadores, com facilidade na disciplina de Matemática, o que possibilitou sua inserção em espaços de conhecimento mais aprofundados e com maior rigor matemático.

Professores que atuam nesses programas da OBMEP, são orientados para um trabalho pedagógico fundamentado em ações que permitam a metodologia da Resolução de Problemas (BALDIN, 2016). No entanto, os professores possuem a flexibilidade de ir além do que é proposto nos roteiros de estudos disponibilizados aos professores, desde que os problemas adicionais estejam de acordo com os conteúdos programáticos, em cada encontro de aula com os alunos.

Sendo assim, é possível ao professor propor atividades que requerem do aluno estratégias para a solução dos problemas, desenvolvendo formas de raciocínio (estimativa, busca de padrão ou regularidades, generalização, inferências lógicas etc.) para que, desse modo, o aluno possa comunicar-se argumentando, justificando e representando suas ideias matemáticas de várias formas, através de diagramas, sequências numéricas, gráficos, entre outros.

## 5 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES E ALGUNS RESULTADOS

A implementação das atividades ocorreu por meio de uma sequência pedagógica dividida em três encontros interligados. Na primeira fase, foi proposto aos alunos interpretar e solucionar uma situação problema, adaptada de Azevedo (2014, p.28), passível de ser escrita através de uma função afim. O problema é descrito no Quadro 1.

---

<sup>1</sup> Maiores informações do Programa OBMEP na Escola e do Programa de Iniciação Científica Júnior (PIC-Jr) na página eletrônica: <<http://www.obmep.org.br>>. Acesso em: 31 de jul. 2020.

**Quadro 1: Problema proposto no estudo de função afim**

O herói de uma história popular de espionagem conseguiu fugir por longa estrada retilínea após ter sido aprisionado por inimigos. O herói, dirigindo um carro com velocidade constante de  $100\text{km/h}$  está a  $20\text{km}$  de distância de seus inimigos.

Os inimigos, ao perceberem a fuga, tentam alcançá-lo dirigindo um carro a  $150\text{km/h}$ , correndo com velocidade constante. A distância entre o lugar onde o herói esteve prisioneiro e a fronteira da liberdade é de  $65\text{km}$  (fronteira da liberdade é o local em que o herói estará a salvo de seus inimigos). O herói poderá alcançar essa fronteira?

Fonte: Os autores

Apresentar essa questão serviu como motivação inicial para o estudo de função do 1º grau, bem como para incentivar a construção de modelos matemáticos, já que os alunos sentiram dificuldades para resolvê-la, por não conhecerem a equação que determina a posição de um móvel em Movimento Retilíneo Uniforme (MRU). Essa construção ocorreu na segunda fase da implementação da pesquisa, a partir da coleta de dados que possibilitaria deduzir a equação  $s(t) = vt + s_0$ , sendo  $s(t)$  a posição de um móvel no instante  $t$ ,  $s_0$  a posição inicial no instante  $t = 0$  e  $v$  é a velocidade constante do móvel.

Essa proposta de caráter interdisciplinar e articulada com a construção de modelos matemáticos também é evidenciada em várias pesquisas (LOZADA *et al.*, 2018; AMORIM, 2016; MOURA, 2016), que indicam a existência de um ambiente favorável à construção dos conceitos de função do 1º grau, além de se conseguir um ponto de convergência entre a disciplina de Física e a de Matemática.

Além disso, a tarefa, com característica interdisciplinar no estudo da função afim, incluiu a necessidade de aprofundamento em outros conteúdos típicos da Estatística, possibilitando abordar o conceito de regressão linear simples, implicitamente colocada na BNCC (BRASIL, 2018), viável de ser desenvolvido por meio do trabalho com modelos matemáticos (SILVA, 2020; SOARES, 2017).

Observa-se que, embora a BNCC (BRASIL, 2018) não nomeie de forma explícita a descrição do conteúdo estatístico regressão linear simples, ela fica subentendida ao analisar uma das habilidades definidas para o Ensino Médio, a saber: “Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada” (BRASIL, 2018, p. 541).

Para iniciar as atividades que resultaram na elaboração de modelos matemáticos, o professor (primeiro autor) conversou com os estudantes a respeito de alguns tópicos relacionados à Estatística que seriam abordados na aula, sendo explorados de forma diferente do habitual, com a inserção das TDIC, de modo que eles deveriam aprender a encontrar a equação da reta de regressão linear simples pelo aplicativo referente à calculadora HP-12C.

Ao contrário de trabalhar com valores fictícios e descontextualizados, o estudo se iniciou com a coleta de dados por meio de uma atividade experimental. As informações relativas ao experimento deveriam ser anotadas em uma tabela de coleta de dados, que fora entregue aos alunos de forma impressa.

A atividade prática ocorreu na quadra de esportes da escola, a organização dos alunos é ilustrada na Figura 2(a). Foram utilizados dois carrinhos com controles remotos movidos a pilha para simular um objeto em movimento uniforme retilíneo. O trajeto retilíneo de 20 metros, que os carrinhos deveriam percorrer, foi numerado a cada dois metros. No experimento, dois alunos seriam responsáveis por conduzir cada carrinho até o final do percurso. O carrinho 1 iniciou o trajeto na marcação de zero metro, enquanto o carrinho 2 iniciou o percurso a dois metros de distância do carrinho 1, ou seja, posição inicial de 2 metros.

**Figura 2(a): Organização do trajeto**



Fonte: Os autores

**Figura 2(b): Tempo cronometrado**



Fonte: Os autores

Os demais participantes ficaram distribuídos ao longo das marcas feitas de giz branco no piso da quadra, correspondendo à posição do percurso. Assim, na posição de 2 metros, ficou um aluno (A1), na posição de 4 metros, outro aluno (A2), e assim sucessivamente, até a última marca da posição 20 metros assumida pelo aluno (A10).

Cada um desses alunos estava com um cronômetro, disponível em seus aparelhos celulares, por meio do qual poderiam registrar o instante (em segundos) em que o carrinho ultrapassasse a marca da sua respectiva posição, contado a partir do momento inicial da corrida, conforme ilustra a Figura 2(b).

Primeiramente, o experimento foi realizado com o condutor do carrinho 1. Ao sinal (apito) do professor, todos os alunos deveriam ativar os cronômetros simultaneamente e o carrinho 1 iniciar o movimento. Concluído o percurso de 20 metros, era a vez do aluno responsável pelo carrinho 2 realizar a atividade prática nas mesmas condições, porém partindo da posição de 2 metros. Os dados advindos do experimento foram organizados no Quadro 2.

**Quadro 2: Coleta de dados das variáveis tempo e posição**

Registro dos alunos	$y$ – posição em metros	$x$ – tempo em segundos do carrinho 1	$x$ – tempo em segundos do carrinho 2
A1	2	2,04	0
A2	4	3,49	1,94
A3	6	4,74	3,54
A4	8	6,14	4,04
A5	10	7,96	5,82

A6	12	9,09	7,47
A7	14	10,39	9,01
A8	16	12,15	10,60
A9	18	14,48	12,23
A10	20	16,74	14,39

Fonte: Dados da pesquisa

Ao calcular a correlação (Coeficiente de Pearson) entre as variáveis tempo e posição, observa-se que o valor encontrado é  $r = 0,9948$  referente ao trajeto percorrido pelo carrinho 1 e  $r = 0,9968$  para o carrinho 2. Como são valores próximos de 1, existe uma correlação forte e positiva entre as variáveis, conforme parâmetros consultados em Barbetta (2003).

Numa folha impressa com um plano cartesiano, os alunos foram orientados a fazer um esboço do conjunto de dados relativos ao comportamento das duas variáveis numéricas, tempo e posição, por meio do diagrama de dispersão. Após a representação de todos os pontos (pares ordenados) no plano cartesiano, os alunos conseguiram perceber visualmente o comportamento do conjunto de pontos seguindo uma tendência linear, ilustrada no protocolo de aluno, Figura 3(a).

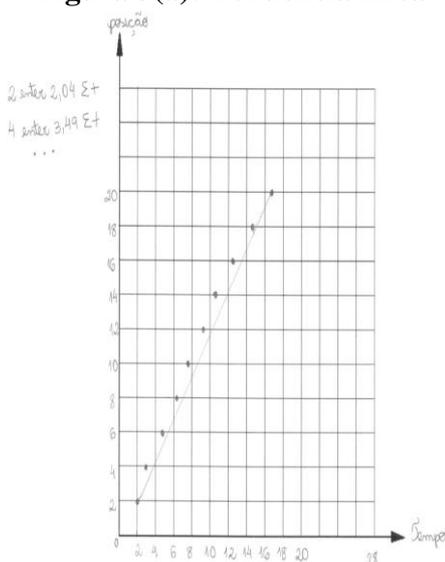
Após o experimento, os alunos foram questionados sobre a posição do móvel em um tempo qualquer, incluindo os dados coletados. Com isso, os alunos perceberam que não seria possível obter uma resposta com exatidão, pois, ao observarem o gráfico de dispersão, perceberam que nem todos os pontos poderiam ser incluídos em uma única reta. Assim, começa uma nova fase da tarefa investigativa, meios para realizar projeções, inferências e a generalizações algébricas com o menor erro possível.

A nova fase do trabalho, o terceiro momento, foi destinada ao estudo de métodos para estimar a equação da reta que melhor representava o conjunto de dados coletados. Nesse momento, houve a introdução do conteúdo estatístico de regressão linear simples como sendo uma complementação do conteúdo de função afim e aplicação de sistemas de equações lineares, sendo, então, apresentado o Método dos Mínimos Quadrados (Caso Linear)<sup>2</sup>.

---

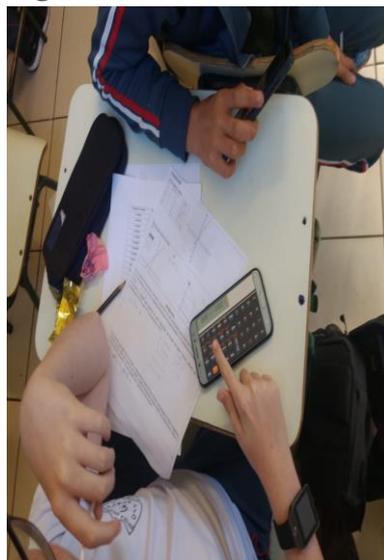
<sup>2</sup> Para tornar esse conhecimento mais acessível e compreensível aos alunos, indica-se ao professor utilizar o *GeoGebra* (em forma de *Applet*) para a dedução do Método dos Mínimos Quadrados para o caso da regressão linear. Sugere-se o vídeo do *YouTube* que aborda essa temática, disponível em: <[https://www.youtube.com/watch?v=yEzIyTOx3\\_8](https://www.youtube.com/watch?v=yEzIyTOx3_8)>. O *Applet* apresentado no vídeo está disponível em: <<http://bit.ly/2pDb5cg>>. Acesso em: 11 de jul. 2020.

**Figura 3(a): Tendência linear**



Fonte: Os autores

**Figura 3(b): Uso da HP-12C**



Fonte: Os autores

Respaldado em Silva (2017), justificou-se aos estudantes que, para entender a parte inicial desse método, eles necessitavam de conhecimentos mais aprofundados de Matemática, mas que, como alternativa, poderiam recorrer aos processos de resolução de sistemas lineares com duas incógnitas que são aprendidos no 8º ano, conforme a BNCC (BRASIL, 2018).

Autores como Espindola (2014), Almeida (2015) e Silva (2017) apresentam possibilidades de se utilizar o Método de Mínimos Quadrados na Educação Básica, o que é considerado por eles uma estratégia que traz, para o estudante, a possibilidade de ampliar seus conhecimentos matemáticos e de perceber aplicações de conteúdos ministrados no Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Baseado em Espindola (2014), para o ajuste linear da forma:  $y = ax + b$ , recorreu-se à resolução do sistema de equações (1), a fim de determinar os parâmetros  $a$  e  $b$  para uma amostra de tamanho  $n$ :

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i + nb = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases} \quad (1)$$

Dessa forma, o professor explicou a notação de somatório e, em seguida, solicitou aos alunos reescrever o sistema de equações com os dados do experimento. Cabe destacar que 5 alunos, que tinham conhecimentos prévios de planilhas eletrônicas, utilizaram o laboratório de informática da escola para encontrar tais somas, organizando os resultados, semelhante ao Quadro 3, que apresentam informações relativas aos dados do carrinho 2.

**Quadro 3: Somatório dos dados do experimento do carrinho 2 com base na planilha de Cálculo (Excel)**

$n$	$x$	$y$	$x^2$	$xy$
1	0,00	2,00	0,00	0,00
2	1,94	4,00	3,76	7,76
3	3,54	6,00	12,53	21,24
4	4,04	8,00	16,32	32,32
5	5,82	10,00	33,87	58,20
6	7,47	12,00	55,80	89,64
7	9,01	14,00	81,18	126,14
8	10,60	16,00	112,36	169,60
9	12,23	18,00	149,57	220,14
10	14,39	20,00	207,07	287,80
$\sum_{i=1}^{10}$	69,04	110,00	672,48	1012,84

Fonte: Os autores

Em seguida, ao solicitar que substituíssem os resultados de somatório do Quadro 3 no sistema de equações, conforme a equação (1), os alunos obtiveram o sistema de equações (2):

$$\begin{cases} 69,04a + 10b = 110 \\ 672,48a + 69,04b = 1012,84 \end{cases} \quad (2)$$

Para resolver o sistema de equação linear, os alunos utilizaram os métodos da substituição e da adição para determinar os valores de  $a$  e  $b$ . Assim como os valores de  $a = 1,29$  e  $b = 2,07$ , concluindo que a equação de regressão linear simples procurada para esse experimento era  $y = 1,29x + 2,07$ .

Ainda na terceira fase do desenvolvimento das atividades, ilustrado na figura 3(b), foi apresentado aos estudantes o aplicativo *TouchFinFree*, instalado previamente em seus dispositivos móveis. De maneira alternativa, com o uso dessa TDIC, os alunos foram auxiliados na construção do modelo matemático proveniente da coleta de dados referente ao carrinho 1. Por meio das funcionalidades da calculadora HP-12C, fizeram o ajuste de um modelo linear no próprio aplicativo, identificando a linha de tendência polinomial do 1º grau, obtendo a regressão linear  $y = 1,26x + 0,05$ .

No aplicativo da Calculadora Financeira HP-12C, ao trabalhar com cálculos bivariados (valores de  $x$  e  $y$ ), para cada par ordenado  $(x,y)$ , deve-se inserir inicialmente o valor de “y”, seguido da tecla [ENTER], depois digita-se o valor de “x”, seguido da tecla [Σ+]. Antes de iniciar esse processo, deve-se zerar a memória da calculadora pressionando as teclas [f][REG]. Na Tabela 1, apresenta-se o procedimento de como realizar o armazenamento dos dados obtidos para o caso da corrida do carrinho 1, sendo análogo para o carrinho 2.

**Tabela 1: Armazenamento de dados do carrinho 1**

Passo	Teclas Valor de $y$	Teclas Valor de $x$	Visor	Observações
1	2 [ENTER]	2,04 [Σ+]	1,00	1º par ordenado armazenado
2	4 [ENTER]	3,49 [Σ+]	2,00	2º par ordenado armazenado
3	6 [ENTER]	4,74 [Σ+]	3,00	3º par ordenado armazenado
4	8 [ENTER]	6,14 [Σ+]	4,00	4º par ordenado armazenado
5	10 [ENTER]	7,96 [Σ+]	5,00	5º par ordenado armazenado
6	12 [ENTER]	9,09 [Σ+]	6,00	6º par ordenado armazenado
7	14 [ENTER]	10,39 [Σ+]	7,00	7º par ordenado armazenado
8	16 [ENTER]	12,15 [Σ+]	8,00	8º par ordenado armazenado
9	18 [ENTER]	14,48 [Σ+]	9,00	9º par ordenado armazenado
10	20 [ENTER]	16,74 [Σ+]	10,00	10º par ordenado armazenado

Fonte: Os autores

Com os dados abastecido nos registradores estatísticos, o primeiro autor expôs aos alunos que era possível prever o valor de uma variável, dado algum valor particular da outra variável. Para isso, basta usar as funções secundárias das teclas com os algarismos 1 e 2. Assim:

[g][ $\hat{x}$ , $r$ ]: Encontra o valor aproximado de  $X$  com base em valores para  $Y$ .

[g][ $\hat{y}$ , $r$ ]: Encontra o valor aproximado de  $Y$  com base em valores para  $X$ .

Ainda, com os dados armazenados nos registros estatísticos (passos da Tabela 1), buscou-se encontrar os coeficientes da reta de regressão:  $y = ax + b$ . Os alunos comentaram que, atribuindo o valor zero para  $x$ , seria possível obter o valor de  $b$ , ou seja, interseção da reta com o eixo  $y$ , para  $x = 0$ . Dessa forma,  $y = a \cdot 0 + b$ , segue que  $y = b$ . Portanto, a estratégia dos alunos foi digitar a seguinte ordem de teclas na calculadora: [0][g][ $\hat{y}$ , $r$ ]. Logo, o valor encontrado foi  $b = 0,05$ .

Para a inclinação da reta, ou seja, o coeficiente  $a$ , o professor da turma sugeriu o seguinte raciocínio: substituir  $x = 1$  em  $y = ax + b$ , obtendo, assim, uma estimativa para  $y$  na HP-12C. Nesse caso, é importante notar que como em  $y = a + b$ , os valores de  $y$  e  $b$  são conhecidos, encontra-se o coeficiente  $a$ , fazendo a diferença  $a = y - b$ . Por meio desse raciocínio, os alunos perceberam que essa estratégia de resolução pode ser representada na HP-12C pelo comando [1][g][ $\hat{y}$ , $r$ ][0,05][−]. Logo, o valor encontrado foi  $a = 1,26$ .

Em resumo, a Tabela 2 mostra os comandos para determinar os coeficientes da equação da reta. Cabe destacar que foi apresentada uma maneira alternativa para encontrar o valor do parâmetro  $a$ . Além disso, apresentou-se inicialmente o procedimento que calcula o coeficiente de correlação de Pearson, isto é, o valor de  $r$ .

**Tabela 2: Comandos para achar o coeficiente de correlação e a equação da reta**

Teclas	Observações
[g][ $\hat{y}$ , $r$ ][ $x \geq y$ ]	Coeficiente $r$ - Correlação de Pearson
[0][g][ $\hat{y}$ , $r$ ]	Coeficiente $b$ - interseção com o eixo $y$
[1][g][ $\hat{y}$ , $r$ ][ $x \geq y$ ][R∇][ $x \geq y$ ][−]	Coeficiente $a$ - inclinação da reta

Fonte: Os autores

A investigação proposta, como um todo, levou em consideração o fato de a Matemática ser uma ciência em construção, capaz de gerar modelos explicativos sobre conjuntos de

fenômenos gerais, os quais, muitas vezes, fluem com certa regularidade que envolve variáveis que podem ser testadas e correlacionadas mediante processos de observações ou experimentações, e que o reconhecimento de padrões matemáticos leva a novas e importantes ideias (THEODOROVSKI, 2014).

Portanto, a dedução de modelos matemáticos que explicam determinados fenômenos ocorreu a partir de situações que envolveram um contexto real, que possibilitou investigar o comportamento de um conjunto de duas variáveis numéricas que se correlacionam, atreladas à mediação de procedimentos capazes de realizar associações, ou seja, estratégias que exigiram dos alunos explorar dados, ilustrar conceitos, gerar simulações e testar conjecturas com o respaldo das TDIC. O aluno pode se reconhecer como protagonista nesse processo, estabelecendo relações entre os conceitos matemáticos e as suas representações, entre a Matemática e a realidade, prevendo acontecimentos e, também, agir sobre fatos da realidade empírica de forma mais segura, como preconizado na BNCC (BRASIL, 2018).

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao refletir sobre o envolvimento de um grupo de estudantes, inseridos em um ambiente de aprendizagem que incluiu o trabalho com modelos matemáticos, verificou-se que a aquisição da experiência e a introdução de novos conhecimentos, contemplando a correlação e regressão linear simples, permitiu que os alunos aprendessem a utilizar a Matemática para explorar problemas reais, despertando a comunicação de ideias, a checagem de informações e uma compreensão mais crítica da realidade.

A intenção, ao apresentar essas ideias em prol da prática educativa, foi a de convidar à reflexão sobre o sentido de um currículo de Matemática pautado em aspectos presentes nas experiências cotidianas, bem como as conexões que se estabelecem entre os diferentes temas matemáticos e demais disciplinas, como a interdisciplinaridade com a Física ao deduzir a posição de um móvel em Movimento Retilíneo Uniforme (MRU). Sobretudo, instrumentalizar o estudante com novas ferramentas matemáticas e ampliar horizontes em relação às contribuições que a Matemática desempenha, principalmente no atual contexto em que diversos segmentos da sociedade estão tendo que se reinventar, incluindo a Educação.

Com a introdução do uso de algumas funções da calculadora Financeira HP modelo 12C, através do aplicativo instalado nos celulares, os alunos conseguiram trabalhar e interagir com a tecnologia de maneira efetiva, em colaboração entre pares, produzindo resultados satisfatórios, como o domínio das funções básicas e procedimentos que calculam os coeficientes da equação linear  $y = ax + b$ . A calculadora foi explorada no sentido de contribuir na compreensão de conceitos matemáticos, melhorar a capacidade de análise, otimizando-se o tempo com cálculos extensos, ou seja, abrindo um espaço livre para utilizá-lo na discussão de estratégias na situação problemática.

Com efeito, as atividades escritas e práticas realizadas pelos alunos despertaram habilidades de coletar e compreender os dados, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar e tomar decisões, despertando sua percepção para o meio em que está inserido. Além disso, possibilitou a afirmação de que esse processo, apesar de ser mais trabalhoso, torna mais evidente a internalização do conhecimento e a manifestação de atitudes positivas sobre a Matemática.

A experiência aqui relatada revelou elementos potenciais para o desenvolvimento das competências preconizadas na BNCC (BRASIL, 2018), por meio de atividades que consistiram em selecionar amostras adequadas; construir gráficos de dispersão; investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando tecnologias da informação; utilizar a regressão linear simples para descrever a relação observada e usar procedimentos e conceitos estatísticos como propósito de resolver problemas reais, bem como estimular o interesse e a criticidade sobre fenômenos associados a eventuais problemas sociais.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, R. N. **O método dos mínimos quadrados: estudo e aplicações para o Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes – RJ, 2015.
- AMARAL, G. S. **Calculadora financeira HP-12C em smartphones como recurso didático para o ensino de Matemática no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2017.
- AMORIM, L. G. K. M. **Interdisciplinaridade, Modelagem Matemática, tecnologias e escrita no ensino e aprendizagem de função do 1º grau**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.
- AZEVEDO, R. S. **Resolução de problemas no ensino de função afim**. Rio de Janeiro: IMPA, 2014. Disponível em: <[https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/ricardo\\_azevedo.pdf](https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/ricardo_azevedo.pdf)>. Acesso em: 03 de ago. 2019.
- BALDIN, Y. Y. **Resolução de problemas na sala de aula: Uma proposta da OBMEP para capacitação de professores em estratégias de Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: IMPA, 2016. Disponível em: <<https://portaldaobmp.impa.br>>. Acesso em: 11 de ago. 2019.
- BARBETTA, P. A. **Estatística Aplicada às Ciências Sociais**. 5. Ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2003.
- BASSANEZZI, R. C. **Ensino – Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.
- BERTONE, A. M. A.; BASSANEZZI R. C.; AFELICE R. S. M. **Modelagem Matemática**. Uberlândia: Editora da CEAD/UFU, 2015.
- BORBA, M. C. Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. **ZDM Mathematics Education**, Berlim, v. 41, p. 453–465, junho, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 08 abr. 2020.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 2ª Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

ESPÍNDOLA, M. O. **Método de mínimos quadrados no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados - MS, 2014.

ESTEVAM, E. J. G; KALINKE, M. A. Recursos tecnológicos e ensino de estatística na educação básica: um cenário de pesquisas brasileiras. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 21, n. 2, 2013. Disponível em: < <http://www.br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/view/2340/2133>>. Acesso em: 11 de jul. 2020.

FRANCO, R. M.; FREITAS, D.P.S.; MELLO, E.M.B. Interdisciplinaridade e contextualização na formação docente em ciências da natureza sob a perspectiva freireana. **Revista de Educação Ciência e Tecnologia**, Rio Grande do Sul, v.9, n.1, p. 1-17, 2020. Disponível em: <<https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/tear/article/view/3676>>. Acesso em: 05 mar. 2021.

LOZADA, C. O. *et al.* O formalismo na representação de modelos matemáticos em uma atividade interdisciplinares de Modelagem Matemática. **Tangram - Revista de Educação Matemática**, Dourados, v.1, n. 3, p. 107–127, 2018. Disponível em: <<http://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/7461>>. Acesso em: 11 de jul. 2020.

LUIZ, J. *et al.* A Calculadora HP 12C como facilitadora no processo de Ensino de Matemática Financeira: Uma Revisão Sistemática de Literatura. **Revista Insignare Scientia - RIS**, v. 3, n. 1, p. 279-295, 4 jun. 2020.

MOURA, A. S. **Matemática na escola: Prática interdisciplinar apoiada pela teoria da atividade**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2016.

OLIVEIRA, A. P. C. *et al.* Inovação radical no Ensino Médio: O Colégio Sesi Paraná e a metodologia das oficinas de aprendizagem. In: Flavio Rodrigues Campos, Paulo Blikstein. (Org.). **Inovações radicais na Educação brasileira**. 1ed. Porto Alegre: Penso, 2019, p. 256-273.

OLIVEIRA, M. C. D. de. **O Ensino da Matemática Utilizando a Calculadora HP 12C**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014.

PIRES, S. **Matemática Financeira para o Ensino Médio**. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do ABC, Santo André, 2014.

SILVA, A. W. J. **O método dos mínimos quadrados como ferramenta na Modelagem Matemática no primeiro ano do Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal do Pará, Castanhal, 2020.

SILVA J. G. C. **Método dos mínimos quadrados aplicado ao lançamento de foguetes propulsionados a ar comprimido**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2017.

SILVA, J. R. da. **A utilização da calculadora HP-12C em problemas de Matemática Financeira**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.

SCHIMIGUEL, J.; SILVA, J. F. A Calculadora Financeira HP-12C como ferramenta para o Ensino de Estatística em um curso de Administração. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 8, n. 2, p. 57-69, jan-abr, 2015, Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/2969>>. Acesso em: 05 fev. 2021.

SOARES, J.A.R. **Modelagem Matemática como estratégia de ensino de tópicos de Estatística na formação básica técnica**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal do Tocantins, Arraias, 2017.

THEODOROVSKI, R. **Padrões e o trabalho com sequências recursivas: Uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2014.

THEODOROVSKI, R; MENON, M. U. Educação Estatística. In: PIETROBON, S. R. G. (Org.). **Políticas e práticas na formação docente e o atendimento à Infância**. São Paulo: Todas as Musas, 2019. p. 167-183.