

LEITURA E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS: UMA ANÁLISE SOBRE O ENTENDIMENTO DE ALUNOS DE UM 9.º ANO

*READING AND INTERPRETATION OF STATISTICAL GRAPHS: AN ANALYSIS OF
THE UNDERSTANDING OF 9TH GRADE STUDENTS*

Sidney Silva Santos

Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática
Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL
sidneysantosnm@gmail.com

Geovane Carlos Barbosa

Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática
Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL
geovane.barbosa@ifes.edu.br

Celi Espasandin Lopes

Doutora em Educação
Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL
celiespasandinlopes@gmail.com

Resumo

O presente artigo tem por objetivo investigar o desempenho de um determinado grupo de alunos, por meio de três atividades que envolvem a leitura e a interpretação de gráficos de barras, setores e linhas. Participaram deste estudo 32 alunos do 9.º ano (14 anos) do Ensino Fundamental de uma escola particular do litoral sul do estado de São Paulo. Para tanto, realizou-se uma análise qualitativa numa perspectiva diagnóstica, descritiva e interpretativa. O processo de análise da compreensão da linguagem gráfica pautou-se nas ideias proposta por Curcio, que considera três níveis de compreensão da linguagem gráfica (leitura dos dados, leitura entre os dados e leitura além dos dados). Concluímos que esse grupo de alunos possui baixo desempenho na compreensão da linguagem gráfica do segundo nível, porém no primeiro e no terceiro níveis os estudantes tiveram maior desenvoltura nos três tipos de gráficos avaliados.

Palavras-chave: Educação Estatística; Gráficos estatísticos; Leitura e interpretação; Ensino Fundamental.

Abstract

This article aims to investigate the performance of a group of students, through three activities involving the reading and interpretation of bar graphs, sectors, and lines. This study involved 32 9th grade (14 years) students from a private school on the south coast of the state of São Paulo. For this purpose, a qualitative analysis was carried out from a diagnostic and descriptive perspective. The process of analyzing the graph language understanding was based on the ideas proposed by Curcio, who considers three levels of graph language comprehension. We concluded that this group of students has a low performance in the understanding of the graph language of the second level, but in the first and third levels the students had more agility in the three types of assessed graphs.

Keywords: Statistical Education; Statistical graphs; Reading and interpretation; Elementary School.

1 INTRODUÇÃO

Os avanços tecnológicos que ocorrem em nossa sociedade acarretam grandes mudanças econômicas, sociais, ambientais, políticas e, principalmente, educacionais e levam ao acúmulo de conhecimentos que exercem influência direta ou indireta sobre o planejamento de vida do cidadão que, muitas vezes, toma decisões pautadas em informações estatísticas. A cada dia as pessoas são envolvidas por assuntos provenientes da demanda social, que exigem de fato uma tomada de decisão, independentemente do nível de conhecimento estatístico que elas possuem. Desse modo, para que essa tomada de decisão seja satisfatória, é necessário ampliar a capacidade crítica e autônoma das pessoas, para que possam exercer de forma plena a cidadania, com intuito de obter sucesso na vida pessoal e profissional (LOPES, 2008).

Assim, a compreensão da linguagem gráfica está entre os conteúdos de Estatística que devem ser ensinados na escola, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, como destaca a nova *Base Nacional Comum Curricular – BNCC*: “a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados” (BRASIL, 2017, p. 275). As representações gráficas são fundamentais e indispensáveis na sociedade e reduzem uma grande quantidade de dados, presentes em muitos estudos, permitindo uma avaliação mais rápida e direta do fenômeno estudado.

Ademais, em muitos estudos, os estudantes apresentam dificuldades de leitura e interpretação gráfica, e essas representações presentes no cotidiano das pessoas modificam seu planejamento de vida (BATANERO *et al.*, 2010). Acreditamos, assim como Lopes (2008), que essas dificuldades são frutos de um ensino tecnicista que insiste na simples construção de gráficos ou na elaboração de mecanismos e procedimentos sem a preocupação da veracidade dos dados ou da extrapolação das informações contidas neles. Nesse ensino tradicional, as reflexões e as discussões sobre determinado conceito são substituídas por cálculos incansáveis e distantes da realidade social dos envolvidos.

Diante do exposto, sentimos a necessidade de realizar um estudo diagnóstico, descritivo e interpretativo para investigar o desempenho de um grupo de estudantes, ao se depararem com situações planejadas e relacionadas ao mundo que os cerca e, isto posto, possibilitar a leitura dos dados apresentados, a leitura entre os dados e, por fim, a leitura além desses dados presente em atividades envolvendo gráficos estatísticos (CURCIO, 1989).

Procuramos saber o quanto esses estudantes são letrados quando se trata do conhecimento da Estatística - por letramento ou literacia estatística entendemos da forma que põe os pesquisadores Campos *et al.* (2011, p. 44), o que diz respeito à “habilidade de comunicação estatística, que envolve ler, escrever, demonstrar e trocar informações, interpretar gráficos e tabelas e entender as informações estatísticas dadas nos jornais e outras mídias”. E ser capaz de pensar criticamente sobre elas.

Na próxima seção, apresentamos uma revisão das leituras realizadas e o referencial teórico baseado na compreensão da leitura e interpretação da linguagem gráfica proposta por Curcio (1989).

2 AS IDEIAS APONTADAS POR CURCIO E SEUS COLABORADORES

Os gráficos são representações fundamentais e indispensáveis nos dias atuais e seu uso nos permite comparar e fazer relações matemáticas que não podem ser facilmente reconhecidas na representação numérica. Para Shah (2002), apesar dos gráficos estatísticos serem usados com frequência em vários setores da sociedade para facilitar a leitura de grandes volumes de dados, o entendimento das informações contidas é complexo e interativo, análogo à compreensão de um texto. Lopes (2004) salienta que a aprendizagem da linguagem gráfica apresenta dificuldades que requerem habilidades específicas e chama atenção para a veracidade dos dados representados nessas informações e exposta aos estudantes.

Fernandes e Morais (2011) ressaltam que os estudantes do 9.º ano do ensino fundamental envolvidos em seu estudo não leem ou interpretam (leitura entre os dados e leitura além dos dados) gráficos estatísticos e que o processo de aprendizagem foi concebido com a construção e a leitura literal dos dados no gráfico, sem a devida reflexão e criticidade dos dados apresentados.

Nesse sentido, Francisco e Lima (2018), embora tenham foco em estudantes da Educação de Jovens e Adultos - EJA, apontam dificuldades de alunos da Educação Básica, ao se depararem com gráficos de linha e de colunas publicados pelas mídias sociais. Essas dificuldades referem-se às questões de proporções globais e variacionais.

Corroborando com as ideias desse estudo Fernandes e Santos Júnior (2014) relatam que um grupo de estudantes do 4.º ano do ensino fundamental apresentam dificuldades em identificar estruturas gráficas, construir tabelas simples e de dupla entrada. Segundo Lopes (1998),

É preciso analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo a sua veracidade. Assim, como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusão (LOPES, 1998, p. 19).

Diante disso, torna indispensável desenvolver habilidade crítica no sujeito para ter a competência de interpretar, comparar e tirar conclusões para além dos dados ali apresentados. Lima e Selva (2013) sugerem que as atividades realizadas com gráficos estatísticos sejam repensadas para seu pleno desenvolvimento em sala de aula e explore situações-problema do cotidiano.

Pesquisadores como Díaz-Levicoy *et al.* (2015), Bolch e Jacobbe (2019), Arteaga *et al.* (2015) e Martins e Carvalho (2018) realizaram pesquisas com estudantes de diferentes níveis de escolaridade e com futuros professores sobre as dificuldades enfrentadas por eles frente a situações que envolvam gráficos estatísticos. Com base nesses estudos, entendemos que o ensino da compreensão da linguagem gráfica não é uma tarefa fácil e, por isso, carece de atenção especial dentro da escola e, principalmente, na formação de professores e o seu ensino deve ser pautado em situações vinculadas ao contexto (LOPES, 1998, 2008).

Nessa perspectiva, corroboramos com a ideia de Curcio (1989), ao relatar que o potencial máximo de um gráfico é realizado quando, por meio de observação e interpretação, se consegue extrair conclusões sobre os dados nele representados. Essa pesquisadora distingue três níveis de compreensão da linguagem gráfica, a saber: leitura dos dados, leitura entre os dados e leitura além dos dados.

O nível da leitura dos dados é o momento em que o estudante faz uma leitura literal do gráfico, retirando os fatos explícitos que nele estão representados, por exemplo: lê as informações descritas no eixo horizontal e no eixo vertical; lê as informações contidas na legenda. Neste primeiro nível não se faz interpretação dos gráficos.

No segundo nível de compreensão da representação gráfica, leitura entre os dados, o aluno faz algumas interpretações e organiza as informações contidas nos dados. É nesse nível que ele compara quantidades, faz relações matemáticas existentes no gráfico e realiza inferências simples a partir dos dados ali contidos. De acordo com Curcio (1989), este é o nível mais comum na compreensão dos gráficos, em que se espera que o aluno identifique tendências e relacionamento de ideias.

No terceiro nível, o estudante faz inferências ou prevê um determinado resultado ou um acontecimento, em função da experiência de seus conhecimentos e não apenas a partir de informações apresentadas no gráfico. Ao atingir esse nível de compreensão, o aluno tem condições de formular perguntas para além dos dados ali presentes, fazendo previsões ou inferências por meio da interpretação.

Curcio (1989) relata um quarto nível de compreensão da linguagem gráfica, leitura por detrás dos dados, que consiste em avaliar criticamente informações e dados, a forma de coleta e a relevância do tipo de gráfico ou outras conclusões obtidas, no entanto, não o utilizamos neste artigo, pois as atividades desenvolvidas estão aquém do esperado para o nível de escolaridade pesquisada.

Embora os três níveis propostos pela pesquisadora sejam distintos, eles se complementam hierarquicamente. Um estudante, ao se deparar com uma situação envolvendo linguagem gráfica, verifica as informações contidas no gráfico (leitura dos eixos e legendas), inter-relaciona essas informações – por exemplo, compara quantidades, fazendo relações matemáticas entre os dados – e, por fim, extrapola as informações presentes, por meio da inferência estatística.

Na seção a seguir, descrevemos os procedimentos metodológicos, o cenário do estudo e os participantes da pesquisa.

2 OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Para atingir nosso objetivo, este estudo se concentra em investigar o desempenho de estudantes ao se depararem com informações reais, representadas por meio de gráficos de linhas, barras e setores. Para tanto, nosso estudo é de natureza qualitativa numa perspectiva diagnóstica, descritiva e interpretativa, como sugerem Bodgan e Biklen (1994), pois este tipo de pesquisa “supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada (...) sem qualquer manipulação intencional do pesquisador” (BODGAN; BIKLEN, 1994, p.11).

As principais características da pesquisa qualitativa, segundo os pesquisadores, são: a fonte de dados está no ambiente natural referente à pesquisa; os dados recolhidos são descritivos; o interesse do investigador centra-se mais no processo do que simplesmente nos resultados ou produtos; a análise dos dados tende a ser feita de uma forma indutiva; o investigador interessa-se fundamentalmente por compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências.

Ainda em Bodgan e Biklen (1994) vimos que, na pesquisa qualitativa em educação, o

pesquisador se utiliza de meios pelos quais possam criar dados descritivos, derivados de registros e anotações pessoais de comportamentos observados. Desse modo, o pesquisador terá material suficiente para análise.

Por acreditarmos que na sala de aula é onde se consegue a maior densidade de respostas por parte dos alunos, decidimos aplicar três atividades – que selecionamos e adaptamos de Fernandes e Moraes (2011) –, envolvendo a leitura e interpretação da linguagem gráfica nos três níveis propostos por Curcio (1989).

A pesquisa foi realizada com 32 estudantes (14 anos) do 9.º ano do Ensino Fundamental de uma instituição privada, localizada no município de Praia Grande, no estado de São Paulo. Atualmente, na instituição, são oferecidos cursos regulares nos níveis inicial e final do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e no Ensino Superior.

Para a realização das atividades foi entregue a cada estudante duas folhas de sulfite com as três atividades impressas, e durante a execução, individual, não foi permitido o uso de nenhum material de consulta ou que auxiliasse o cálculo (calculadora), além de lápis, caneta e borracha, uma vez que buscávamos entender como esses alunos se saíam perante o conhecimento abordado. A aplicação da atividade durou cerca de duas aulas (1h40 min), gentilmente cedidas pelo professor que ministra aulas de matemática há dois anos para essa turma. Destacamos, ainda, que nos anos escolares anteriores esses estudantes já construíram e interpretaram gráficos de linhas, barras, colunas, setores e utilizaram medidas estatísticas, como a média aritmética.

O estudo se deu com a participação voluntária da turma e para manter o anonimato dos envolvidos na pesquisa utilizamos símbolos para preservar a identidade de cada estudante. Por exemplo, A2 significa que se trata de um segundo aluno (respeitando a ordem prévia de análise dos dados); A10, do décimo aluno; e assim sucessivamente.

Após a aplicação das atividades, as respostas dos estudantes foram analisadas previamente e, a partir disso, elaboramos quatro categorias que as contemplaram: correta, quando traz estratégias de resolução corretas utilizadas pelos estudantes; parcialmente correta, aborda estratégias de resolução que apresentam algumas partes corretas; incorreta, apresenta estratégias de resolução erradas ou sem fundamentos; sem resposta, não apresenta estratégia de resolução. Após análise detalhada de cada resposta apresentada pelos estudantes trouxemos, na seção posterior, aquelas que apresentam características relevantes para discussão e reflexão.

3 ATIVIDADES, DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

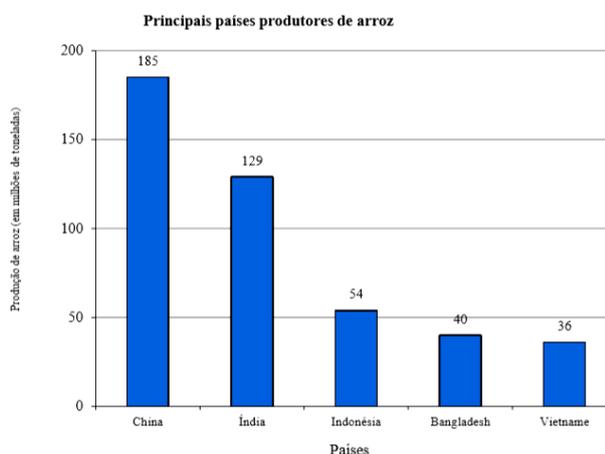
As atividades 1, 2 e 3 abordam os principais produtores de arroz no mundo, o número de automóveis vendidos e a esperança de vida ao nascer na União Europeia, respectivamente. E versam sobre a leitura e a interpretação de três gráficos distintos (barras, setores e linhas), de acordo os níveis de compreensão da linguagem gráfica proposta por Curcio (1989). Apresentamos a seguir as atividades, as respostas dos alunos e as análises realizadas.

Atividade 1:

A atividade 1 está relacionada com a produção de arroz, em milhões de toneladas, nos principais países produtores em 2005.

Quadro 1: Atividade 1

Em 2005 foram produzidos 619 milhões de toneladas de arroz em todo o mundo. O gráfico a seguir apresenta, em milhões de toneladas, a produção dos principais países produtores de arroz.



a) Em 2005, que quantidade de arroz produziu a Indonésia?

b) Qual a porcentagem de arroz produzido pela Índia em 2005?

c) O Brasil também é produtor de arroz. Em 2005, a produção brasileira foi, aproximadamente, 7% da produção chinesa. A produção brasileira representa mais ou menos do que 5% da produção mundial de arroz? Justifique sua resposta.

Fonte: Adaptada de Fernandes e Morais (2011, p. 101).

Na atividade, o item (a) está relacionado com a leitura literal do gráfico – leitura dos dados (nível I) –, esperamos que os estudantes destaquem os fatos explícitos no gráfico, tais como: ler as legendas e fontes, ler os eixos (horizontal e vertical); e apresentem, como resposta à questão, “54 milhões de toneladas de arroz, produzido na Indonésia em 2005”. Para o item (b) é esperado que o estudante faça inter-relações e comparações com os dados interpretados – leitura entre os dados (nível II) – entre as informações contidas no gráfico e no enunciado da questão, recorrendo ao uso da proporcionalidade ou da igualdade de razões – regra de três simples –, apresentando como resposta “aproximadamente 20,84% de produção de arroz pela Índia em 2005”. No item (c), assim como no item (b), com a leitura entre os dados nível II, é esperado que estudante calcule os 7% da produção chinesa, que equivale à produção brasileira de arroz, e, em seguida, calcule quantas toneladas de arroz representam os 5% da produção mundial. Finalmente, uma comparação dos valores encontrados deve ser feita, com a conclusão de que a produção de arroz brasileira é menor que os 5% da produção mundial.

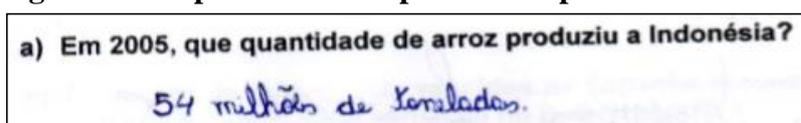
Organizamos, na Tabela 1, a quantidade de acertos dos estudantes em cada item da atividade 1.

Tabela 1 - Distribuição das respostas da Atividade 1 dos 32 alunos

Respostas	Quantidade de acertos (%)		
	1 (a)	1 (b)	1 (c)
Correta	22 (69%)	2 (6%)	0 (0%)
Parcialmente correta	6 (19%)	1 (3%)	2 (6%)
Incorreta	3 (9%)	4 (13%)	17 (53%)
Sem resposta	1 (3%)	25 (78%)	13 (41%)

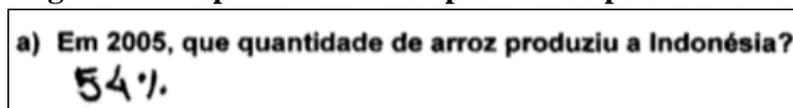
Fonte: Dados da pesquisa.

Com base no exposto na Tabela 1 apresentamos, na Figura 1, uma das 22 estratégias corretas de resolução apontada pelo estudante A29, neste item.

Figura 1 - Resposta correta apresentada pelo estudante A29

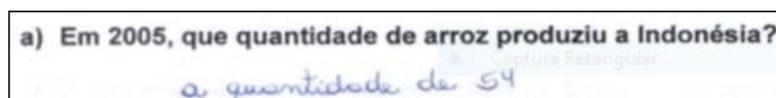
Fonte: Dados da pesquisa.

As respostas corretas para esta pergunta evidenciam que grande parte dos alunos não possui problemas para identificar um valor no gráfico e para ler os eixos e as legendas explícitas no diagrama, características pertencentes ao nível I. Quanto à resposta incorreta, o aluno A3 interpretou a quantidade de arroz do país selecionado como porcentagem, afirmando que a quantidade de toneladas produzida foi de 54% (Ver Figura 2), pois não observou as informações contidas nos eixos, que tratava da quantidade e não da porcentagem de arroz produzido por esses países.

Figura 2 - Resposta incorreta apresentada pelo aluno A3

Fonte: Dados da pesquisa.

Encontramos respostas nas quais o aluno observou corretamente o valor absoluto da quantidade de arroz produzida pelo país selecionado, porém não fez ligação com o texto, nem com o eixo horizontal e vertical, em que se apontava uma medida em milhões de toneladas, ou seja, não leu os dados presentes no gráfico. Isso caracterizou resposta parcialmente correta, como mostra a Figura 3.

Figura 3 - Resposta parcialmente correta apresentada pelo aluno A2

Fonte: Dados da pesquisa.

No item (b), que trata da leitura entre os dados (nível II), em que a inter-relação entre eles deveria ser feita, podemos destacar a quantidade excessiva de alunos que deixaram a questão em branco – 78% deles. Cerca de 6% dos alunos responderam corretamente ao item. A Figura 4 expõe uma das duas respostas corretas, e a estratégia de resolução utilizada foi a regra de três simples, como esperado.

Figura 4 - Resposta correta apresentada pelo aluno A13

b) Qual a porcentagem de arroz produzido pela Índia em 2005?

$$\begin{array}{l} 619 \text{ --- } 100\% \\ 129 \text{ --- } x \end{array}$$

$$619 \cdot x = 129 \cdot 100$$

$$x = \frac{12900}{619}$$

$$619 \cdot x = 129 \cdot 100 \quad x = 20,8\%$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Em algumas das respostas incorretas, os alunos dividiram o valor de 129 milhões de toneladas por cem, sem levar em consideração que o valor total estava indicado no texto: 619 milhões de toneladas. Na Figura 5, há a estratégia equivocada do aluno A14, que considerou o total de arroz produzido no mundo como a soma das frequências relativas das barras do gráfico, equívoco também cometido por outros alunos. Contudo, entendemos, que um dos motivos que levou o estudante ao equívoco justifica-se pela má formulação da pergunta. Não trouxemos na questão que nossa intenção era descobrir a porcentagem de arroz produzido pela Índia em relação à produção mundial, o que fez o aluno A14 considerar apenas os países visíveis no gráfico, o que pode justificar também as 25 atividades sem resposta.

Figura 5 - Resposta incorreta apresentada pelo aluno A14

b) Qual a porcentagem de arroz produzido pela Índia em 2005?

$$\begin{array}{l} 444 \text{ --- } 100\% \\ 129 \text{ --- } x \end{array}$$

$$x = \frac{12900}{444}$$

$$444 \cdot x = 100 \cdot 129 \quad x = 29,5\%$$

Fonte: Dados da pesquisa.

O item (c), assim como o (b), trata da leitura entre os dados, pois era necessária uma mudança nos dados, e tal mudança resultou em nenhuma solução correta e 53% incorretas. Os estudantes recorreram à utilização da regra de três para determinar a porcentagem desejada, embora o tenham feito de maneira errônea. Dentre as respostas incorretas, destacamos a apresentada pelo aluno A1, que não considerou o que o problema estava propondo, assim como não inter-relacionou as informações contidas no gráfico.

Figura 6 - Resposta incorreta apresentada pelo aluno A1

c) O Brasil também é produtor de arroz. Em 2005, a produção brasileira foi, aproximadamente, 7% da produção chinesa. A produção brasileira representa mais ou menos do que 5% da produção mundial de arroz? Justifique sua resposta.

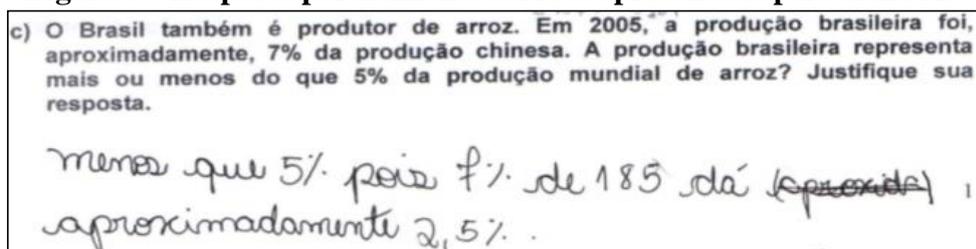
mais que 5%, pois a china foi um grande produtor de arroz.

Fonte: Dados da pesquisa.

As justificativas foram diversas para esta questão, com argumentos do tipo “a produção brasileira representa mais do que 5%”, “a pergunta estaria associada à quantidade de pessoas no mundo para que a demanda de arroz fosse maior”. Ou, ainda, usaram cálculos ou a combinação de ambos. Muitos compuseram a justificativa, sem efetivar e executar os cálculos para validação da situação apresentada.

A Figura 7 mostra uma estratégia de resolução apresentada por um estudante ao se deparar com a situação.

Figura 7 - Resposta parcialmente correta apresentada pelo aluno A9



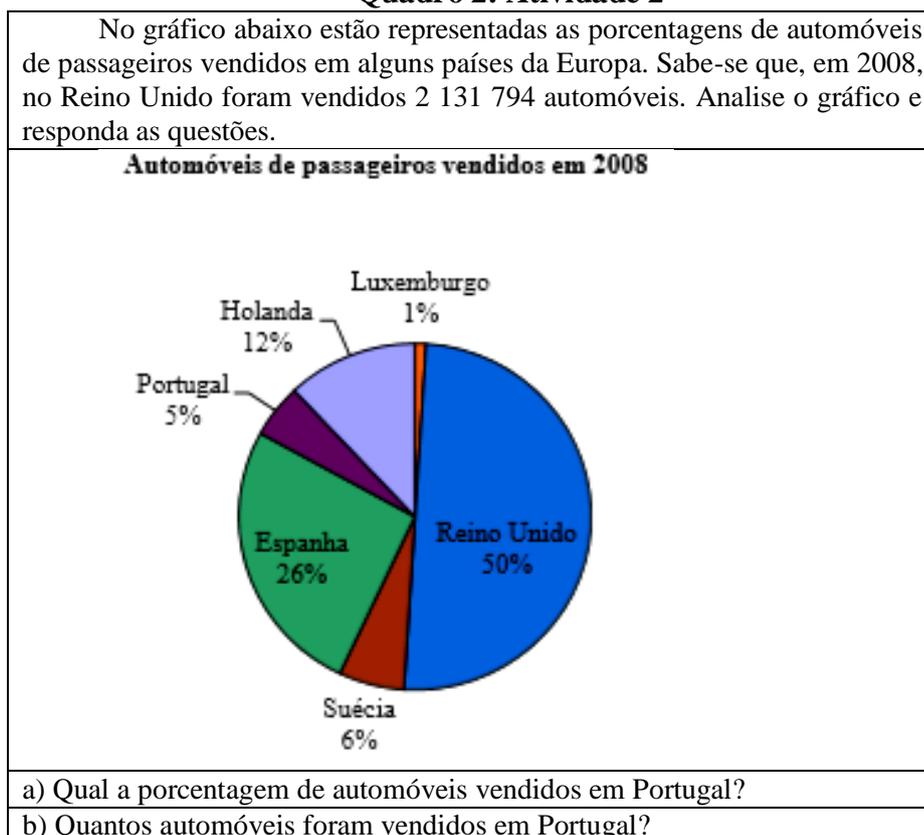
Fonte – Dados da pesquisa.

Na resolução do estudante A9, observamos que não realizou a leitura entre os dados: ele reconheceu nos dados que seria abaixo de 5%, porém não justificou a resposta corretamente, pois indicou que esse percentual seria de 2,5%, e não 2,09%, como esperado. Nesse cenário, o aluno preferiu justificar a resposta por meio de um valor aproximado e não finalizou sua estratégia para resolver corretamente a situação. Destacamos que o número de alunos que deixaram as atividades “sem respostas” para este item é menor que o do item b, fato este, que pode ser explicado pela indicação das porcentagens relativas a algo (à parte ou ao todo) explícito no enunciado da questão, o que não aconteceu com o item b explicado anteriormente.

Atividade 2

A atividade 2 está relacionada com a porcentagem de automóveis de passageiros vendidos em alguns países da Europa no ano de 2008. Diversamente da questão anterior, a atividade aborda os três níveis de interpretação gráfica propostos por Curcio (1989).

Quadro 2: Atividade 2



- | |
|--|
| c) O número de automóveis vendidos na Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido? |
| d) Sendo o Luxemburgo considerado um país rico, por que é que o número de automóveis vendidos é o menor de todos? Indique uma justificativa possível para esta situação. |

Fonte – Adaptada de Fernandes e Morais (2011, p. 105).

Nesta atividade, o item (a) está relacionado com o nível I, que se refere à leitura literal dos dados. Espera-se que o estudante perceba que Portugal vendeu 5% dos automóveis de passageiros comercializados em alguns países da Europa no ano de 2008. O item (b) está relacionado ao nível II, que trata da leitura entre os dados. No item (c), relacionado com o nível II, é esperado que o estudante considere que a metade de 50% dos veículos vendidos no Reino Unido é menor que a porcentagem de veículos vendidos na Espanha. Para o item (d), referente ao nível III, que implica a leitura além dos dados (extrapolação), temos uma situação envolvendo algumas soluções possíveis. Para tanto, consideramos correta a solução daquele estudante que apresente uma justificativa plausível para essa pergunta.

A Tabela 2, a seguir, mostra a distribuição de acertos dos estudantes em cada item da atividade 2.

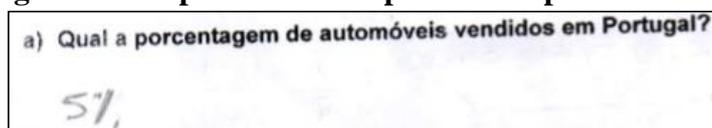
Tabela 2: Distribuição das respostas da Atividade 2 com 32 alunos

Respostas	Quantidade de acertos (%)			
	2 (a)	2 (b)	2 (c)	2 (d)
Correta	27 (84,3%)	3 (9,4%)	6 (18,8%)	19 (59,4%)
Parcialmente correta	0 (0%)	3 (9,4%)	2 (6,3%)	0 (0,0%)
Incorreta	2 (6,3%)	20 (62,4%)	21 (65,5%)	8 (25,0%)
Sem resposta	3 (9,4%)	6 (18,8%)	3 (9,4%)	5 (15,6%)

Fonte – Dados da pesquisa.

Dentre as respostas corretas, destacamos uma das 27, a do aluno A31, que apresentou a seguinte solução:

Figura 8 - Resposta correta apresentada pelo aluno A31

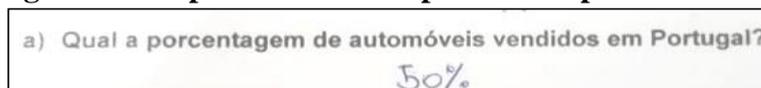


Fonte: Dados da pesquisa.

O índice de acertos neste item foi satisfatório, e a maioria dos alunos não apresentou dificuldade de identificar a resposta correta. Nos resultados parcialmente incorretos, nenhum aluno registrou estratégia de resolução, conforme é mostrado na Tabela 2. Entendemos que esses estudantes iniciaram uma jornada no nível I – ler os dados – proposto por Curcio (1989).

Dentre os erros encontrados, ressaltamos a resposta do aluno A29, que toma como referência um valor além do esperado – 5%.

Figura 9 - Resposta incorreta apresentada pelo aluno A29



Fonte: Dados da pesquisa.

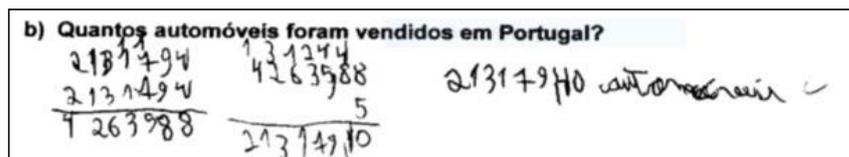
Acreditamos que uma possível justificativa para o erro do aluno A29 tenha sido trocar a frequência relativa do país Portugal, citado no texto, pela frequência relativa do Reino Unido, cuja referência é 50%. Consideramos um equívoco, pois o aluno A29 acertou as respostas aos itens subsequentes, b e c, que requerem uma leitura entre os dados – nível II –, seguida de inter-relação entre as informações contidas no diagrama.

Quanto ao item (b), observamos, de modo geral, discrepância em respostas erradas, o que pode ser justificado pela necessidade da leitura entre os dados, ou ainda, da inter-relação entre eles. Além da complexidade que pode ser exigida para esse nível de leitura, outro aspecto influenciador nessa situação foi a representação decimal apresentada por um estudante (ver Figura 11).

Durante a análise das respostas não levamos em consideração o arredondamento dos números decimais, uma vez que, se o estudante representasse 213179,40 ou 213179 automóveis, classificaríamos as respostas como corretas.

Dentre as respostas corretas, trazemos como referência a resolução do aluno A26, que usou corretamente a informação contida no texto, percebendo que o Reino Unido é responsável por 50% das vendas, o que corresponde a 2 131 794 veículos. A sua estratégia de resolução baseou-se no algoritmo da regra de três simples, conforme mostra a Figura 10.

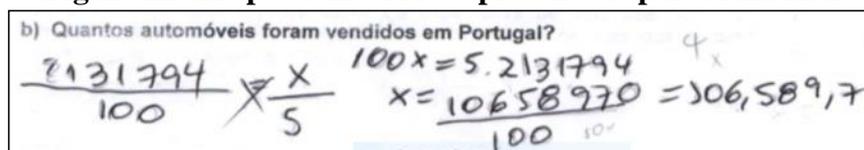
Figura 10 - Resposta correta apresentada pelo aluno A26



Fonte: Dados da pesquisa.

Em geral, os estudantes tomaram como referência a regra de três simples, considerando que o total de veículos vendidos equivale a 2 131 794, porém, na verdade, esse número corresponde apenas à metade das vendas. Dentre as respostas incorretas, separamos a estratégia de resolução utilizada pelo aluno A31, que, além de considerar o total de veículos vendidos 2 131 794, representou 5% desse total com um número decimal escrito com duas vírgulas. Vale ressaltar que essa foi a única resposta desse tipo.

Figura 11- Resposta incorreta apresentada pelo aluno A31

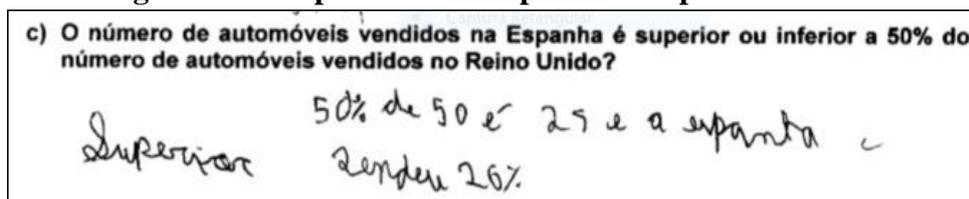


Fonte: Dados da pesquisa.

Uma consideração importante sobre essa estratégia está na dificuldade dos estudantes na leitura e na interpretação de gráficos estatísticos que requerem inter-relação entre os dados – nível II. Visualizado também na atividade anterior já discutida.

Quanto à pergunta do item (c) dentre as respostas corretas, tomamos como exemplo a resolução do aluno A26, que pode ser visualizada na Figura 12.

Figura 12 - Resposta correta apresentada pelo aluno A26

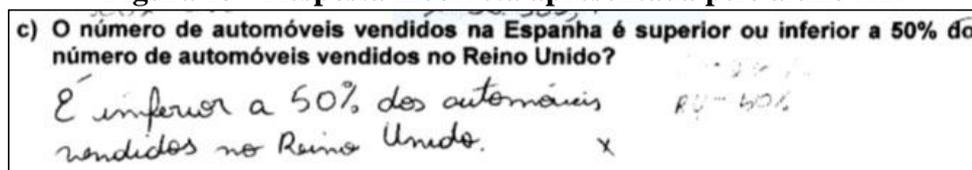


Fonte: Dados da pesquisa.

Nesse item, o estudante tomou como base a comparação entre os percentuais da Espanha e do Reino Unido, percebendo a relação entre os dados contidos no gráfico. Nesse cenário, o aluno fez um paralelo entre a metade do percentual de automóveis vendidos no Reino Unido, que equivale a 25%, e os 26% da Espanha, chegando à conclusão esperada. Cerca de 19 alunos limitaram-se a dizer que o número de automóveis vendidos na Espanha era maior ou superior à quantidade vendida no Reino Unido.

Dentre as soluções incorretas, separamos a resposta do aluno A15, transcrita na Figura 13 que se limitou a dizer que o número de automóveis vendidos na Espanha é inferior ao número de automóveis vendidos no Reino Unido, pois não percebeu as relações entre os dados. Comparou o percentual de 50% de vendas do Reino Unido com os 26% de vendas da Espanha, ou seja, o estudante não percebeu que esses 50% representam apenas 25%, conforme o enunciado da questão.

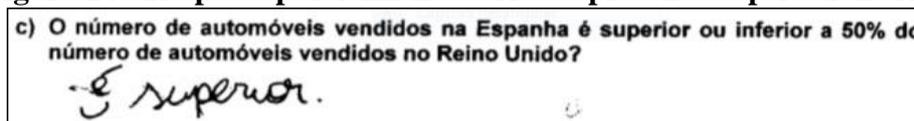
Figura 13 - Resposta incorreta apresentada pelo aluno A15



Fonte – Dados da pesquisa.

Entendemos que a questão avaliada apresenta uma fragilidade, por não pedir uma justificativa para o estudante, o que pode interferir diretamente em sua resposta, como observado na resolução do aluno A14, que relatou ser o número superior, sem mostrar por quê.

Figura 14 - Resposta parcialmente correta apresentada pelo aluno A14



Fonte: Dados da pesquisa.

Para esse item (d), a expectativa era que o aluno abordasse temas sobre o tamanho da população de Luxemburgo, o transporte de qualidade por ser um país rico, os aspectos ligados ao meio ambiente, entre outros, alguns alunos preferiram apontar elementos econômicos, por exemplo, de forma bem parcial. A leitura além dos dados trata diretamente da inter-relação dos resultados encontrados nos gráficos para a população (nível III). Segue um exemplo na Figura 15.

Figura 15 - Resposta correta apresentada pelo aluno A21

d) Sendo o Luxemburgo considerado um país rico, por que é que o número de automóveis vendidos é o menor de todos? Indique uma justificativa possível para esta situação.

Luxemburgo é considerado um país rico e a percentagem baixa de automóveis só confirma isso, pois o país deve ter condições muito boas e talvez as pessoas não precisem tanto disso.

Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A26, na Figura 16, não generalizou os resultados encontrados no gráfico proposto pela questão. A falta de interesse da população não pode ser considerada uma justificativa para o menor consumo de automóveis em Luxemburgo e tampouco revela uma leitura além dos dados. Essa estratégia vai de encontro às respostas esperadas e comentadas anteriormente.

Figura 16 - Resposta incorreta apresentada pelo aluno A26

d) Sendo o Luxemburgo considerado um país rico, por que é que o número de automóveis vendidos é o menor de todos? Indique uma justificativa possível para esta situação.

Por comparação aos outros países, Luxemburgo é o menor e com a menor economia. 4

Fonte: Dados da pesquisa.

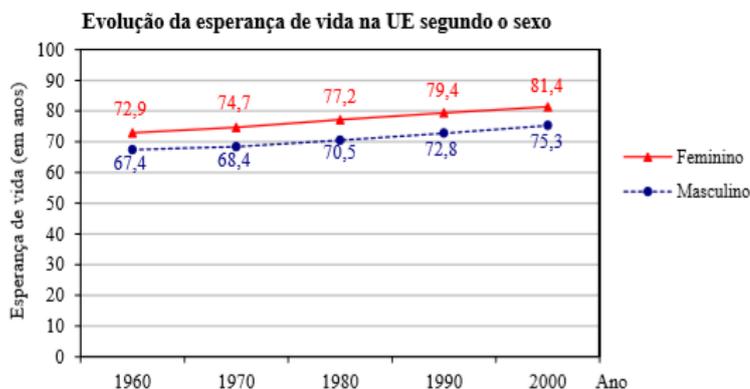
Chama-nos atenção o fato de não haver questões parcialmente corretas. Uma explicação para isso está relacionada à aproximação das resoluções dos alunos às características esperadas pelos pesquisadores, pois em praticamente todas as estratégias de resolução consideradas corretas existiu, no mínimo, um elemento comentado nas resoluções esperadas.

Atividade 3

A atividade 3 envolve a expectativa do nascimento de homens e mulheres da União Europeia entre 1960 e 2000. Segue a situação que, assim como a anterior, aborda dois níveis de interpretação gráfica propostos por Curcio (1989).

Quadro 3: Atividade 2

No gráfico está representada a expectativa de vida ao nascer, de homens e mulheres da União Europeia – UE entre 1960 e 2000.



a) Observando o gráfico, o que podemos concluir acerca da esperança de vida ao nascer na U. E.?

b) Determinar um valor representativo da expectativa de vida dos homens e outro das mulheres, tendo em vista comparar essa expectativa de vida ao nascer dos homens com a das mulheres no período entre 1960 e 2000.

c) Como explicar a evolução da expectativa de vida na U. E., entre 1960 e 2000?

Fonte – Adaptada de Fernandes e Morais (2011, p. 109)

Nesta atividade, o item (a) está relacionado com o nível II, ler entre os dados. Espera-se que o estudante perceba o aumento, desde 1960 até 2000, na expectativa ao nascer de homens e mulheres, com uma expectativa maior para as mulheres. No item (b) – nível II – é esperado que o estudante determine a média das expectativas de nascimento de homens e mulheres, entre 1960 e 2000. Vale destacar que são estudantes do 9º ano e já tiveram contato com a média aritmética, o que nos leva a pensar que essa estratégia de resolução seria utilizada. No entanto, outras soluções são possíveis (taxa de crescimento, mediana, diferença média entre as expectativas). Isso exige ler entre os dados e, em seguida, comparar os valores obtidos. Para o item (c), leitura além dos dados, temos uma situação envolvendo algumas soluções possíveis. Para tanto, consideramos correta a solução daquele estudante que apresentou uma justificativa plausível para este item, como elementos que tratam da evolução tecnológica, aumento da qualidade de vida, descoberta de novas curas para doenças, crescimento econômico, entre outros.

A Tabela 3, a seguir, mostra a distribuição de acertos, pelos estudantes, em cada item da Atividade 3.

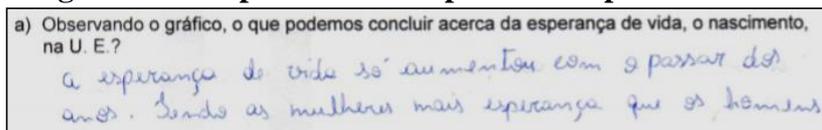
Tabela 3: Distribuição das respostas da Atividade III com 32 alunos

Respostas	Quantidade de acertos (%)		
	3a	3b	3c
Correta	3 (9,4%)	0 (0%)	23 (71,9%)
Parcialmente correta	19 (59,3%)	1 (3,1%)	0 (0%)
Incorreta	8 (25%)	17 (53,1%)	4 (12,5%)
Sem resposta	2 (6,3%)	14 (43,8%)	5 (15,6%)

Fonte: Dados da pesquisa.

O índice de acerto neste item (a) foi baixo, e entre as respostas corretas destacamos a do aluno A32, apresentando a seguinte justificativa.

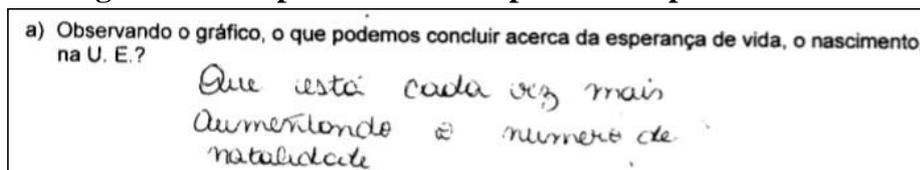
Figura 17 - Resposta correta apresentada pelo aluno A32



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante iniciou uma jornada por entre os dados do gráfico – leitura entre os dados –, fazendo algumas interpretações e organizando as informações neles contidas. Entre os erros encontrados destacamos a solução apresentada pelo aluno A10, que justifica a resposta, recorrendo à natalidade de homens e mulheres, e ao aumento sucessivo, na esperança de que, entre os dois sexos, prevaleça o feminino.

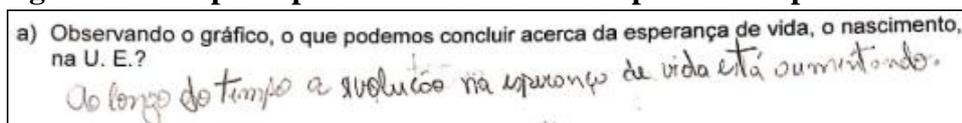
Figura 18 - Resposta incorreta apresentada pelo aluno A10



Fonte: Dados da pesquisa.

Algumas justificativas foram classificadas como parcialmente corretas para este item. Consideramos, para análise nessa categorização, as respostas que contêm partes do que se esperava. Trouxemos a resposta do aluno A5, o qual conclui que, ao longo do tempo, a esperança de vida aumenta, porém, em nenhum momento conclui que há esperança maior entre as mulheres.

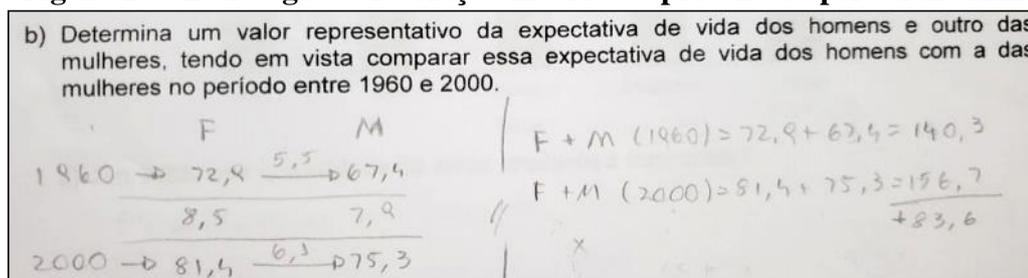
Figura 19 - Resposta parcialmente incorreta apresentada pelo aluno A5



Fonte: Dados da pesquisa.

A análise das respostas à pergunta do item (b) não revelou nenhum aluno que tenha respondido corretamente e o número de estudantes que deixaram sem resposta. As respostas incorretas para este item foram as mais variadas possíveis, e as estratégias de resolução vão desde cálculos envolvendo as operações básicas (adição e subtração), como ilustra a Figura 20, até afirmações utilizando linguagem natural, tendo como respaldo suas intuições, sem basear-se nos dados explícitos no gráfico, conforme nos mostra o exemplo na Figura 21.

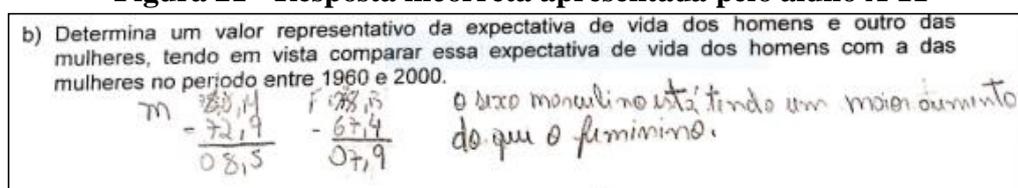
Figura 20 - Estratégia de resolução incorreta apresentada pelo aluno A12



Fonte: Dados da pesquisa.

Observamos na Figura 21, uma estratégia de cálculo baseada nos valores extremos. Em cada grupo – homens e mulheres –, o estudante tomou como base a subtração das extremidades e concluiu que os homens estão com maior aumento na esperança de vida do que as mulheres.

Figura 21 - Resposta incorreta apresentada pelo aluno A 11

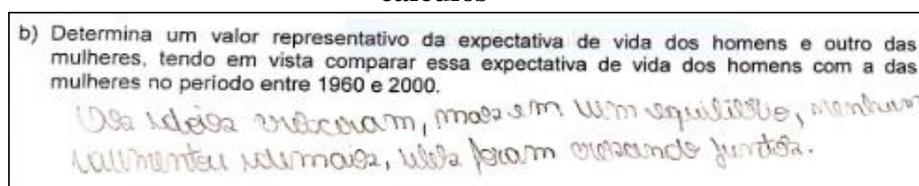


Fonte: Dados da pesquisa.

Nesse item, o aluno calculou uma medida de variabilidade chamada “amplitude amostral”, que mede a diferença entre os valores das extremidades de uma amostra ou de uma população. Cabe mencionar que sua resolução foi capaz de construir uma medida que teve como base seus conhecimentos a priori.

Os estudantes apresentaram respostas sem ler os dados explícitos no gráfico, como revela a Figura 22.

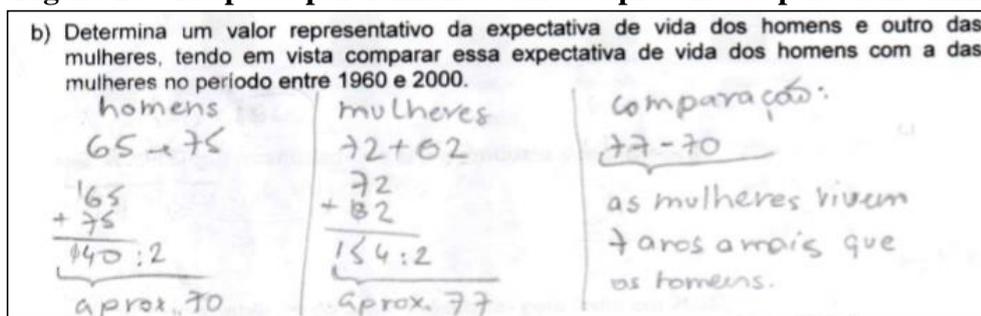
Figura 22 - Resposta incorreta apresentada pelo aluno A30, sem se basear em cálculos



Fonte: Dados da pesquisa.

Neste item, conforme mencionado na apresentação da atividade, uma sugestão seria o cálculo do valor médio para a comparação dos dois grupos. Porém, o aluno observou a tendência de crescimento e a homogeneidade evidenciada ao longo do tempo.

A resposta abaixo, considerada como parcialmente correta, foi apresentada pela aluna A11.

Figura 23 - Resposta parcialmente correta apresentada pela aluna A11

Fonte: Dados da pesquisa.

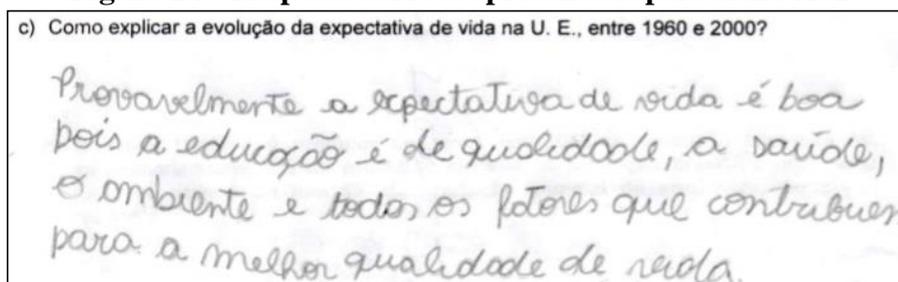
Interessante o raciocínio dessa aluna diante da questão em que tomamos o cálculo do valor médio para efeito de comparação da expectativa entre os grupos. Inicialmente a aluna determinou extremos nos dois grupos: no grupo dos homens, tomou como referência valores de 65 e 75 e, nas mulheres, 72 e 82, e tal amplitude de tamanho 10 foi pensada para que todos os valores estivessem dentro desse intervalo. Considerando a resolução apresentada pela aluna em relação a expectativa de vida das mulheres, calculou-se corretamente a soma dos valores; entretanto, escreveu 62, ao invés de 82. A ideia foi calcular a diferença do valor médio dos extremos de homens e mulheres, concluindo que as mulheres vivem 7 anos mais que os homens. O valor médio calculado para os homens foi de 70 anos e para as mulheres, 77 anos; e, tomando a média aritmética dos valores, para as mulheres o resultado foi de 77,12 anos e para os homens, 70,88, ou seja, a conclusão da aluna é de que as mulheres vivem 7 anos a mais do que os homens e, portanto, a esperança de vida ao nascer nas mulheres é maior do que as dos homens.

Estamos considerando essa hipótese por entendermos que a variabilidade entre os dados é baixa; ou, ainda, se pegarmos pontos próximos dos extremos considerado e realizarmos a diferença dessas médias, ainda assim, teríamos resultados satisfatórios para comparar a expectativa de vida de mulheres e de homens. No entanto, se a variabilidade fosse elevada, teríamos que pensar em medidas mais precisas para fazer essa comparação, o que não é o caso.

Embora a aluna tenha feito uma estatística baseada na média aritmética dos extremos, e seus resultados tenham se aproximado dos verdadeiros valores esperados, essa estratégia tornou-se limitada, pois não levou em consideração todos os valores do conjunto de dados que compõem a variabilidade que influenciam diretamente o valor médio.

Para o item (c), 21 estudantes deram respostas corretas e dentre estas, a Figura 24 mostra a solução obtida pelo aluno A31 para uma questão que envolve a capacidade de o aluno fazer inferências a partir dos resultados encontrados.

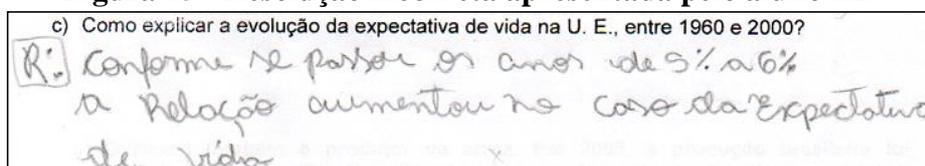
Figura 24 - Resposta correta apresentada pelo aluno A31



Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A31 tomou como referência elementos que destacamos no início da atividade, como qualidade de vida, cura de doenças (saúde) e acrescentou a melhoria da educação e do meio ambiente. Fatores esses que contribuem, segundo ele, para uma melhor qualidade de vida da população. A sua capacidade de inferir sobre o seu cotidiano a partir de dados e medidas estatísticas é considerada adequada para esse item avaliado. Em contrapartida, a Figura 25, traz uma estratégia incorreta utilizada pelo estudante A14.

Figura 25 - Resolução incorreta apresentada pelo aluno A14



Fonte: Dados da pesquisa.

O processo de inferência é o grande objetivo, ao se analisar um conjunto de dados oriundos de uma amostra. A resposta dada pelo aluno A14 mostra a sua fragilidade no processo de generalização dos resultados para o seu cotidiano, pois a questão pedia apenas uma explicação para o aumento da expectativa de vida, algo que o aluno não soube relacionar, diferentemente dos demais, que tomaram como base elementos presentes e vivenciados no seu cotidiano, como, por exemplo, a evolução tecnológica que abrange diversas áreas e modifica a vida das pessoas.

Para o sucesso total e o êxito nas respostas da Atividade 3 é fundamental e indispensável que o estudante domine alguns conceitos estatísticos; inter-relacione e compare informações presentes no gráfico; e, por fim, extrapole, por meio de decisões, as informações contidas no gráfico.

Esses resultados mostram que os alunos possuem facilidade em mobilizar e relacionar os resultados do gráfico com seu contexto atual, com generalizações que estão associadas a diversos acontecimentos atuais. Cerca de 65% dos alunos acertaram a pergunta relacionada aos fatores que têm permitido uma expectativa de vida de acordo com os resultados mostrados. A maioria dos estudantes afirmaram que os avanços tecnológicos na medicina e na qualidade de vida das pessoas são fatores cruciais para o aumento da expectativa de vida das pessoas.

4 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Como mencionado, nosso intuito foi investigar o desempenho de um grupo de estudantes do Ensino Fundamental da Educação Básica, ao se depararem com informações relacionadas ao mundo real, representadas por meio de gráficos estatísticos, basicamente os gráficos de barras, de setores e de linhas. Para isso, optamos por fazer esta análise na perspectiva proposta por Curcio (1989), referente aos níveis de compreensão da linguagem gráfica. Participaram da investigação 32 estudantes do 9.º ano (14 anos) do ensino fundamental de uma escola privada do estado de São Paulo.

Notamos que os estudantes recorrem aos algoritmos matemáticos como estratégia de resolução, entre eles: cálculos de amplitude amostral, cálculo de frequências, cálculo do valor médio dos extremos, cálculo da média aritmética e, até mesmo, opiniões próprias sem base em dados para inferir e tirar conclusões. Essas estratégias são utilizadas, como mostrado, sem ao menos conhecerem formalmente os conceitos estatísticos envolvidos em cada conteúdo, o que nos permite pensar que esses estudantes trazem, durante seu trajeto escolar, algum tipo de conhecimento sobre estatística; no entanto, não é explorado corretamente na escola. Atribuimos esse fato a um ensino pautado em cálculos exaustivos e procedimentos de construção gráfica sem que se questione a natureza dos dados. Como limitamo-nos a investigar o desempenho dos estudantes frente a situações envolvendo os níveis propostos por Curcio (1989) em gráficos estatísticos, não discutiremos os aspectos que os levaram a utilizar tais estratégias.

Voltando aos resultados da Atividade 1, observamos que os alunos possuem familiaridade com a observação direta de dados no gráfico, com 69% de acertos (nível I). Porém, ao tratarmos das questões que envolvem leitura entre os dados (nível II), há um elevado percentual de perguntas sem respostas e de respostas incorretas. Destacamos que no item (c) não houve nenhuma resposta correta.

Na Atividade 2 os estudantes, de modo geral, apresentaram facilidade na leitura dos dados (nível I), chegando a 84,3% de acerto. No entanto, nas propostas que exigiam relação direta entre os dados (nível II), os índices continuam baixos. O que não acontece com o nível III – leitura além dos dados. Destacamos, também, que o número de questões sem respostas diminuiu, e aumentou o número de respostas incorretas.

Segundo a análise da Atividade 3, os estudantes não apresentam familiaridade com o nível II, tratado nas atividades anteriores. Permanece baixo o índice de acertos nesse nível, porém, o nível III mostrou-se relevante para grande parte dos estudantes. Salientamos, ainda, que o número de respostas incorretas continua elevado. Ficou evidente que o item (b), dessa atividade, não foi respondida corretamente por nenhum aluno.

Outro ponto que nos chamou atenção está relacionado ao tipo de gráfico que os estudantes apresentaram maior facilidade de acordo com os níveis propostos por Curcio, a saber: 69% dos alunos apresentaram rendimento satisfatório na leitura dos dados (nível I) no gráfico de barras; 84,3% e 59,4% apresentaram um desempenho elevado na leitura dos dados (nível I) e na leitura além dos dados (nível III), respectivamente, no gráfico de setores; 71,9% dos estudantes tiveram resultado elevados na leitura além dos dados (nível III) no gráfico de linhas. Embora Curcio (1989) considere que o nível II é mais comum na compreensão dos gráficos, nosso estudo revela que a maioria dos estudantes apresentaram baixos percentuais de acertos na leitura entre os dados nos três tipos de gráficos.

De fato, os alunos tiveram bom desempenho na leitura dos dados e na leitura além dos dados nos três tipos de gráficos que mostram a importância da contextualização do conteúdo

em sala de aula (LOPES, 2008). No nível II, os estudantes recorreram ao uso da propriedade fundamental das proporções (regra de três simples), para resolver os itens associados a alguns conhecimentos matemáticos.

Os resultados vão ao encontro do que concluem Fernandes e Santos Júnior (2014) e Fernandes e Morais (2011) ao ressaltarem que estudantes dos anos iniciais e dos anos finais do Ensino Fundamental, respectivamente, apresentam dificuldades ao ler e interpretar gráficos estatísticos. Acreditamos, assim como Curcio (1989) e Lopes (1998), que é preciso que o estudante tenha habilidades para ler e interpretar os dados contidos nos gráficos de forma crítica e para verificar a veracidade da informação a fim de tirar conclusões. Acrescentamos ainda, que nós, professores de matemática que ensinam estatística, temos a incumbência de auxiliar o aluno na construção da leitura da linguagem gráfica, considerando os três níveis propostos, aperfeiçoando os conteúdos e as práticas pedagógicas associadas às demandas e aos desafios da sociedade, para que os estudantes possam exercer a sua cidadania e tomar decisões pautadas, também, no conhecimento estatístico.

Cabe salientar que as habilidades de compreensão gráfica podem beneficiar a capacidade dos estudantes em informações na mídia, ou ainda, contribuir para a visualizações de dados usados em artigos de revistas e jornais, seja eles físico ou digital. Para isso, planejar situações-problema que envolve os níveis propostos por Curcio (1989) são fundamentais para fortalecer o ensino da linguagem gráficas nas escolas.

REFERÊNCIAS

- ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; CONTRERAS, J. M.; CAÑADAS, G. Statistical graphs complexity and reading levels: a study with prospective teachers. **Statistique et Enseignement**, v. 6, n. 1, p. 3-23, 2015.
- BATANERO, C.; ARTEAGA, P.; RUIZ, B. Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 28, p. 141-154, 2010.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos**. Porto-PT: Porto Editora, 1994.
- BOLCH, C. A.; JACOBBE, T. Investigating levels of graphical comprehension using the locus assessments. **Numeracy**, v. 12, n. 1, 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC, 2017.
- CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- CURCIO, F. R. **Developing graph comprehension: elementary and middle school activities**. Reston/VA: NCTM, 1989.
- DÍAZ-LEVICOY, D.; ARTEAGA, P.; BATANERO, C. **Gráficos estadísticos y niveles de lectura propuestos en textos chilenos de Educación Primaria**. In: FERNÁNDEZ, C.;
- MOLINA, M.; PLANAS, N. (ed.). **Investigación en Educación Matemática XIX**. Alicante: SEIEM, 2015. p. 229-238.

FERNANDES, J. A.; MORAIS, C. P. Leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n.1, p. 95-115, 2011.

FERNANDES, R. J.; SANTOS JÚNIOR, G. D. **O ensino e aprendizagem de gráficos e tabelas para os anos iniciais do ensino fundamental**. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE CIENCIA, TECNOLOGÍA, INNOVACIÓN Y EDUCACIÓN, 1., 2014, Buenos Aires. p. 1-14.

FRANCISCO, R. F.; LIMA, I. M. S. Interpretação de gráficos estatísticos por alunos do ensino médio na educação de jovens e adultos (EJA). **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 2, p.147-166, 2018.

MARTINS, P. N. M.; CARVALHO, F. C. O ensino de gráficos estatísticos nos anos iniciais. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 9, n.2, p. 247-264, 2018.

LIMA, I. B.; SELVA, A. C. V. Jovens e adultos construindo e interpretando gráficos. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 45, p. 233-253, 2013.

LOPES, C. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental**: uma análise curricular. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

LOPES, C. E. Literacia estatística e o INAF 2002. In: FONSECA, M. C. F. R. (org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004. p. 187-197.

LOPES, C. E. O ensino de probabilidade e estatística na educação básica e a formação de professores. **Caderno Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, 2008.

SHAH, P. Graph comprehension: The role of format, content and individual differences. In: ANDERSON, M.; MEYER, B.; OLIVER, P. (ed.). **Diagrammatic representation and reasoning**. London: Springer, 2002.