Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
REVISTA DYNAMIS

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS: INTEGRANDO ARITMÉTICA, GEOMETRIA E ÁLGEBRA NO ENSINO DE FRAÇÕES

CONCEPTUAL FIELDS THEORY: INTEGRATING ARITHMETIC, GEOMETRY AND ALGEBRA IN THE FRACTIONS TEACHING

Jonatan Ismael Eisermann
Mestrando em Matemática
Programa de Pós-Graduação em Matemática Pura e Aplicada
Universidade Federal de Santa Catarina
jonatan.eisermann@hotmail.com

Julhane Alice Thomas Schulz
Doutora em Modelagem Computacional
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
julhane.schulz@iffarroupilha.edu.br

Mariele Josiane Fuchs
Mestra em Educação nas Ciências
Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências
Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
mariele.fuchs@iffarroupilha.edu.br

Resumo

Uma das mais conhecidas teorias no campo do ensino da Matemática, elaborada por Gérard Vergnaud no século XX, parte da premissa de que o conhecimento é constituído por campos conceituais, e a assimilação dos saberes relativos à referida área do conhecimento é construída através da experiência, maturidade e contato com as diferentes representações de um determinado objeto de estudo. Com base nisso, a presente pesquisa visa analisar as potencialidades de uma aprendizagem pautada na referida teoria e desenvolvida através de uma sequência didática, envolvendo o conteúdo de Frações, a uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental do Ensino Regular. Trata-se de uma pesquisa qualitativa ancorada na própria prática, por meio do desenvolvimento de um estudo de caso, e na bibliografia de renomados educadores matemáticos e pesquisadores da área. Nesse contexto, o pesquisador atuava como professor de matemática na turma em questão, focando-se na constante análise acerca da construção do conhecimento discente a partir de um ensino previamente planejado com vistas às diferentes representações e estruturas de frações. Os resultados evidenciaram uma aprendizagem significativa, na qual a relação dos conceitos construídos encaminhou a assimilação de novos saberes, oportunizando o desenvolvimento de diferentes habilidades.

Palavras-chave: Ensino; Aprendizagem; Matemática; Campos Conceituais; Frações.

Abstract

One of the most well-known theories in the field of mathematics teaching, elaborated by Gérard Vergnaud in the twentieth century, starts from the premise that knowledge is constituted by conceptual fields and the assimilation about this knowledge area is built through experience, maturity and contact with the different representations of a study object. Based on this, the present research aims at analyzing the potentialities of a learning based on said theory and developed through a didactic sequence, involving the content of Fractions, to a group of 6th Grade Elementary of Regular Education. It is a qualitative research anchored in the own practice, through the development of a case study, and in the bibliography of renowned mathematical educators and researchers of the area. In this context, the researcher worked as math teacher in the class in question, focusing on the constant analysis about the construction of the student knowledge from a previously planned teaching with a view to the different representations and structures of fractions. The results evidenced a significant learning process, in which the relation of the concepts constructed led to the assimilation of new knowledges, allowing the development of different skills.

Keywords: Teaching; Learning; Mathematics; Conceptual Fields; Fractions.

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento das mais diversas habilidades humanas é caracterizado por muitos educadores matemáticos como um processo complexo e subjetivo, que depende diretamente da constituição de cada indivíduo, do contexto social e temporal na qual está inserido, e, principalmente, dos meios buscados para efetivar a construção do conhecimento. Nesse contexto, a necessidade de investigar, sistematizar e analisar os diferentes aspectos que influenciam esse fenômeno deu origem à Psicologia da Educação, cujos estudos têm proporcionado importantes contribuições no âmbito educativo.

Uma das principais áreas da Psicologia da Educação diz respeito às teorias de aprendizagem. Estas, por sua vez, são responsáveis por abordar o desenvolvimento cognitivo sob diferentes pontos de vista, a fim de propor soluções para eventuais dificuldades no aprendizado humano. Historicamente, muitos psicólogos e educadores foram reconhecidos por dedicar-se à elaboração e ao aprimoramento de teorias de aprendizagem que serviram como base para novas abordagens no ensino, na avaliação e, de forma mais geral, em proposições fundamentais do currículo escolar.

No que tange à Matemática, a Teoria dos Campos Conceituais, elaborada por Gérard Vergnaud no século XX, evidencia-se como um dos principais subsídios da Psicologia da Educação para a área. Sua estruturação e fundamentação apontam para a necessidade docente de ver a aprendizagem de seu aluno como um processo complexo e diversificado, repleto de esquemas mentais que devem ter como fim a busca pela construção de novos conceitos ou seu aprimoramento através de conexões de conceitos já construídos.

Considerando a importância e magnitude da Teoria dos Campos Conceituais na Educação Matemática, desenvolveu-se um estudo de caso com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental do Ensino Regular, com vistas a analisar o modo pelo qual ocorre a construção dos conceitos propostos e, a partir disso, projetar meios para superar eventuais dificuldades, aumentando a eficácia de sua utilização no ambiente escolar. Através de uma sequência didática previamente planejada acerca do conteúdo de Frações e da atuação docente do autor principal deste estudo na referida turma, foram obtidos os registros necessários para a posterior realização de reflexões e análises teóricas, fundamentadas em estudos clássicos relacionados ao tema de estudo.

Com o intuito de melhorar a compreensão das contribuições apresentadas, o presente trabalho foi organizado em três seções. Na primeira são tecidos os fundamentos teóricos que sustentam a Teoria dos Campos Conceituais, dando destaque a sua origem e inserção no ambiente escolar. Na segunda é descrita a perspectiva metodológica utilizada, previamente planejada com o propósito de efetivar os objetivos da pesquisa. Na terceira seção são apresentadas as atividades desenvolvidas em sala de aula com os sujeitos da pesquisa, confrontando as experiências vivenciadas com os conhecimentos teóricos que fundamentam a Teoria dos Campos Conceituais.

2 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS NO ÂMBITO EDUCATIVO

O século XXI vem sendo marcado pelo constante avanço científico e tecnológico – movimento que encaminhou o contínuo aperfeiçoamento de grande parte dos processos sociais. Entre os meios que possibilitaram tal progresso, ganha destaque o forte investimento em pesquisa, evidenciado com mais intensidade em algumas áreas. Na medicina, por exemplo, frequentemente cientistas fazem novas descobertas referente a informações e procedimentos que podem melhorar a saúde dos seres humanos; na informática, o aperfeiçoamento e a criação de novos recursos digitais e eletrônicos; no meio ambiente, a criação de ferramentas que zelem pela preservação dos recursos naturais.

Como o campo da educação foi constituído predominantemente por diversas teorias ao longo da história, a introdução de procedimentos de pesquisa no âmbito escolar enfrentou (e ainda enfrenta) certa resistência por parte de alguns professores. Nesse contexto, integrar educação e ciência visando o aprimoramento dos processos de ensino e aprendizagem continua sendo um dos maiores desafios na atuação docente, podendo ser minimizado com a formação de professores pesquisadores.

Professor pesquisador é aquele que parte da reflexão de sua prática para a tomada de decisões que objetivem o aprimoramento dos processos educativos. Freire (1996) defende a indissociabilidade entre ensino e pesquisa, afinal

> Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazeres se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade (FREIRE, 1996, p. 16).

Vale salientar que, considerando as especificidades que constituem cada educando, o processo de compreensão e aperfeiçoamento da prática docente somente tende a ser validado se partir da reflexão da própria experiência. Construir um conhecimento inteiramente derivado das vivências alheias contraria os princípios de autonomia e das heterogêneas atuações e situações que cada professor enfrenta (ZEICHNER, 2003, p. 41).

Objetivando a compreensão do modo pelo qual os estudantes constroem os conhecimentos matemáticos, o psicólogo Gérard Vergnaud, a partir de suas pesquisas e de ensinamentos do seu mestre Piaget, elaborou uma das mais famosas e conhecidas teorias no campo da didática da matemática: a Teoria dos Campos Conceituais. Sua principal contribuição concentra-se na previsão de formas mais eficientes de ensinar os conceitos, isto é, de propiciar uma aprendizagem significativa para o aluno.

Partindo do princípio de que um conceito não se forma mediante uma única situação e que uma situação não é analisada considerando um único conceito, Vergnaud (1982) concluiu que o conhecimento é organizado em campos conceituais, cuja construção, por parte do sujeito, ocorre por meio das experiências, maturidade e aprendizagens desenvolvidas ao longo do tempo. Um campo conceitual, por sua vez, designa "um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, interligados durante o processo de aquisição" (Ibidem, p. 40, tradução dos autores).

Dessa forma, o autor considera a construção de conceitos o cerne do desenvolvimento cognitivo – processo que depende diretamente das atividades que o educando é desafiado a desempenhar. Por requerer uma diversificação de situações, é preciso considerar que a conceitualização por parte do sujeito é um processo longo que necessita ser previamente planejado pelo mediador da aprendizagem discente, isto é, o professor.

Especificando-se na gnosiologia, o pesquisador afirma que um conceito (C) é formado por uma terna de conjuntos, representado por C = (S, I, Y), onde: a) S é o conjunto de situações que dão significado ao conceito (referência), a partir do protagonismo discente frente aos desafios propostos; b) I é o conjunto dos Invariantes Operatórios (significado), definidos pelos conhecimentos já assimilados fundamentais para a seleção e o processamento das informações. Assim, são responsáveis pela tentativa de modelar, extrair propriedades, desenvolver teoremas adequados a determinada situação; e c) Y é o conjunto das formas de linguagem que permitem relacionar cada situação com os devidos invariantes operatórios (significante), por meio da representação simbólica.

Para desenvolver cada situação, Vergnaud (2003) ressalta a utilização de uma atividade organizada pelo sujeito, a qual Piaget denominou como esquema. O termo é definido como

> (...) uma totalidade dinâmica funcional, uma organização invariante da conduta, quanto a uma certa classe de situações. Essa organização comporta objetivos e esperas, regras de ação, tomada de informação e de conhecimentos adequados para selecionar a informação e processá-la (conceitos controle, e é estruturada por invariantes operatórios, isto é, conceitos-em-ato e teoremas-em-ato). As possibilidades de inferência em situação também são parte integrante do esquema, pois sempre há uma certa adaptação do comportamento às variáveis da situação; isso exclui a idéia de que possa haver comportamentos totalmente automáticos (VERGNAUD, 2003, p. 66).

Por basearem-se implicitamente nos invariantes operatórios para alcançar os objetivos esperados, os esquemas tornam-se um dos principais pontos de investigação do professor. É neles que o educador identifica os conhecimentos já assimilados – conhecimentos-em-ação – pelo educando e, consequentemente, os elementos que tornam a sua ação operatória. Desse modo, o princípio educativo denominado por Piaget como interação sujeito-objeto é aprimorado na Teoria dos Campos Conceituais e designado esquema-situação, onde esquema é um referente do sujeito que o desenvolve, e situação é a conjuntura em que o objeto se manifesta.

No que tange às orientações da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), a teoria dos Campos Conceituais se apresenta de modo explícito, especialmente ao descrever como sendo uma das competências específicas para a Matemática no Ensino Fundamental: "Estabelecer relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento e comunicá-las por meio de representações adequadas" (Ibidem, p. 223). Destacam, ainda, que a Matemática no Ensino Fundamental por meio da articulação de seus diversos campos precisa garantir que os alunos "(...) relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática, conceitos e propriedades, fazendo induções e conjecturas" (Ibidem, p. 221).

Já o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (RIO GRANDE DO SUL, 2009), ao tecer orientações didático-pedagógicas para o trabalho com a Matemática nos ambientes escolares da Educação Básica, também possui suas escritas alicerçadas na teoria de Vergnaud, destacando que "(...) os campos conceituais envolvem as situações de aprendizagem, os procedimentos e os conceitos que devem ser trabalhados ao longo das séries em níveis diferentes de complexidade, respeitando o desenvolvimento cognitivo e afetivo dos alunos" (Ibidem, p. 47). Além disso, pontua que o trabalho articulado entre Aritmética, Álgebra, Geometria e Tratamento da Informação favorece a compreensão das características essenciais, das propriedades, das simbologias e das representações, para que as aprendizagens conceituais se tornem acessíveis aos alunos.

Sendo assim, acredita-se que a análise das estratégias e dos modelos mentais fundamentados nos esquemas utilizados em cada situação proposta pressupõe a constante reflexão por parte do professor. Tal postura docente consolida o ponto de partida da presente pesquisa, na qual a teoria aliada à prática fundamentou a compreensão do processo de aprendizagem e revelou meios mais eficientes de desenvolver o processo de ensino pautando-se na Teoria dos Campos Conceituais.

3 DELINEAMENTO DA PESQUISA

A metodologia que embasou a presente pesquisa caracteriza-se como uma abordagem qualitativa, em que o ambiente da sala de aula constituiu o laboratório do pesquisador, sendo os dados coletados no espaço e no tempo em que os sujeitos participantes do estudo estavam vivenciando a situação investigada. Assim, a pesquisa

> (...) objetiva[va] aprofundar-se na compreensão dos fenômenos que estuda – ações dos indivíduos, grupos ou organizações em seu ambiente ou contexto social –, interpretando-os segundo a perspectiva dos próprios sujeitos que participam da situação, sem se preocupar com representatividade numérica, generalizações estatísticas e relações lineares de causa e efeito. Assim sendo, temos os seguintes elementos fundamentais em um processo de investigação: 1) a interação entre o objeto de estudo e pesquisador; 2) o registro de dados ou informações coletadas; 3) a interpretação/ explicação do pesquisador (GUERRA, 2014, p. 11).

Nessa perspectiva, o estudo vem ao encontro da tendência de professor pesquisador, na qual é exercida a autonomia do profissional frente aos saberes técnicos assimilados ao longo de sua formação, aliada à tomada de decisões pautadas na reflexão de sua prática. A análise sistemática do primeiro autor deste trabalho acerca de sua atuação docente possibilitou o desenvolvimento de procedimentos que classificam a pesquisa como estudo de caso. No entendimento de Gil (2008), esta modalidade tem sido encarada como o delineamento mais adequado para a investigação de um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto real. Além de seu uso amplo nas ciências biomédicas, o estudo de caso vem sendo um importante meio para a efetivação dos objetivos de pesquisas das ciências sociais, incluindo a área educativa.

> Ora, nas ciências sociais a distinção entre o fenômeno e seu contexto representa uma das grandes dificuldades com que se deparam os pesquisadores; o que, muitas vezes, chega a impedir o tratamento de determinados problemas mediante procedimentos caracterizados por alto nível de estruturação, como os experimentos e levantamentos. Daí, então, a crescente utilização do estudo de caso no âmbito dessas ciências (GIL, 2008, p. 54).

O *lócus* da pesquisa foi uma turma de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Municipal de Ensino, localizada no município de Boa Vista do Buricá, estado do Rio Grande do Sul. A turma era composta por 24 alunos, sendo 17 meninos e 7 meninas, com idades entre 11 e 15 anos. O desenvolvimento da sequência didática, previamente planejada com vistas aos objetivos da pesquisa, ocorreu num período entre os meses de setembro a outubro de 2017, ao longo de cinco encontros presenciais com duração de 1h40min, totalizando 8h20min de intervenção.

A realização da sequência didática parte do princípio de que toda prática pedagógica exige uma organização metodológica para a sua execução. Zabala (1998) a define como um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, cujo princípio e fim são conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos. Sobre sua utilização em um estudo de caso, o autor define tal prática como uma "atividade motivadora relacionada com uma situação conflitante da realidade experiencial dos alunos; explicação das perguntas ou problemas; respostas intuitivas ou hipóteses; seleção e esboço das fontes de informação e planejamento da investigação; coleta, seleção e classificação dos dados; generalização das conclusões tiradas; expressão e comunicação" (Ibidem, p. 55).

A sequência didática que norteou a investigação, por sua vez, foi composta de atividades abarcando o estudo de Frações, sendo propostas situações que propiciaram a relação de diversos conceitos e abordagens matemáticas de diferentes campos conceituais (aritmética, álgebra e geometria), objetivando o desenvolvimento cognitivo dos educandos. A observação direta, o registro fotográfico e os registros orais e escritos dos alunos no decorrer das atividades constituíram os principais instrumentos para a coleta de dados, sendo estes expostos a um processo de análise qualitativa, entendido "(...) como uma sequência de atividades, que envolve a redução de dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório" (GIL, 2008, p. 133). Assim, por meio de uma análise sob a ótica da teoria de Vergnaud, foi possível compreender processos mentais e propor alternativas que potencializem a aprendizagem dos conceitos matemáticos em foco.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO

Planejar as atividades para a turma pesquisada foi uma tarefa complexa, uma vez que exigiu a reflexão acerca de como e quais aprendizagens cada situação proposta possibilitaria explorar. Pensando num eficaz processo de conceitualização, a variedade de situações do objeto de estudo – Frações – norteou a organização do trabalho docente.

Os objetivos de aprendizagem concernentes à abordagem de Frações, delimitados para cada encontro, são explicitados no Quadro 1.

Quadro 1 – Objetivos de Aprendizagem

Data	Objetivos de Aprendizagem
19/09/2017	- Reconhecer o conceito de fração. - Identificar numerador e denominador de uma fração. - Relacionar a escrita na forma fracionária com a respectiva representação geométrica.
21/09/2017	- Diferenciar frações próprias de impróprias. - Identificar numericamente uma fração representada geometricamente. - Identificar uma fração na reta numérica.
26/09/2017	- Identificar um número misto. - Reconhecer a equidade entre um número misto e sua respectiva fração imprópria. - Transformar número misto em fração imprópria e vice-versa.
03/10/2017	- Identificar frações equivalentes. - Simplificar frações.
05/10/2017	- Reduzir duas ou mais frações ao menor denominador comum. - Estabelecer relações entre frações.

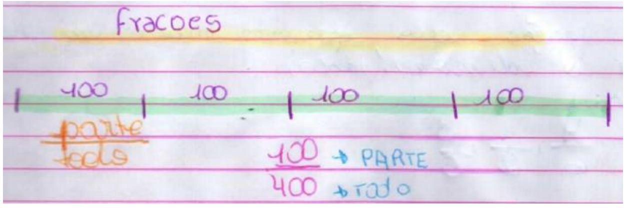
Fonte: os autores.

Para tanto, foi elaborada uma sequência didática a partir da proposição de atividades específicas. Estas constituíram um conjunto de situações diversificadas com a finalidade de facilitar ao aluno a percepção dos vários aspectos de um mesmo conceito e das conexões existentes entre vários deles, mediante a integração entre os campos da aritmética, geometria e álgebra.

4.1 EXPLORANDO A ARITMÉTICA

A introdução do conteúdo de Frações deu-se por meio de comparações entre corridas de revezamento. Através dessa situação foi possível explorar o princípio básico de um todo dividido em partes iguais, além de instigar cada aluno a identificar a parte percorrida por cada corredor em vários exemplos expostos pelo professor. Como já haviam tido contato com o objeto de estudo nos anos anteriores, a assimilação do que estava sendo proposto demonstrou ter se efetivado com sucesso por meio do desafio de responder questões relativas à situação de ensino, bem como das representações utilizadas por cada aluno para descrever cada exemplo (Figura 1).

Figura 1 – Representação da corrida de revezamento $4x100$m



Fonte: Registro do aluno A.

Nessa perspectiva, destaca-se a importância de explorar um contexto prático, a fim de mostrar como a matemática está presente nos diferentes processos e fenômenos existentes.

> A aritmetização e a matematização das situações consistem em elaborar representações simbólicas quantificadas do real e depois em operar (seguindo regras precisas) sobre estas quantificações, para que os resultados das operações (aritméticas) efetuadas sobre as representações simbólicas forneçam uma aproximação aceitável (cujo desejável grau de adequação, para, além disso, terá sido fixado) dos resultados que seriam efetivamente obtidos pela aplicação no real de ações correspondentes às transformações simbólicas (acréscimos, decréscimos, repartições etc.) (FAYOL, 2010, p. 13).

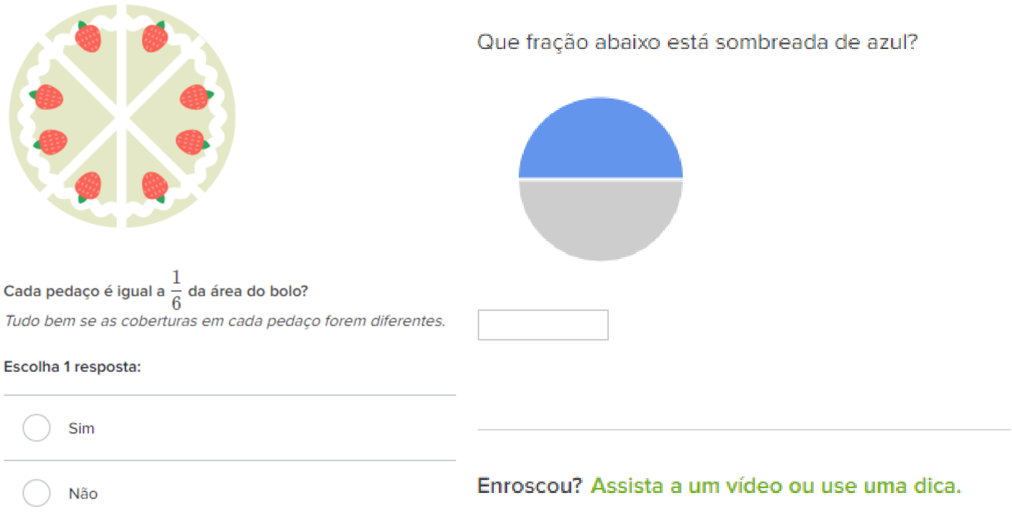
Também, a situação propiciou um momento de consolidação e potencialização do pensamento aritmético, principalmente por meio do desenvolvimento do raciocínio estruturado aditivo e proporcionalista de Frações – habilidades fundamentais na vida cotidiana de qualquer cidadão.

Visando ampliar a significação da aprendizagem, a turma foi conduzida ao laboratório de informática da escola, orientada a acessar sua conta na Plataforma *Khan Academy*[1] e a desenvolver as atividades recomendadas. Na primeira recomendação, cada aluno teve que realizar sete exercícios aritméticos de identificação dos elementos de uma fração (numerador e denominador); na segunda, sete perguntas aleatórias referente à propriedade da Fração em

[1] Plataforma *Online* de Aprendizagem Matemática que possibilita a exploração de atividades diversas, como vídeos, exercícios e problemas monitorados pelo docente. O acesso à plataforma se dá por meio do *site* https://pt.khanacademy.org/.

dividir um ou mais inteiros em partes iguais; e por último, sete exercícios que exigiam a escrita, na forma fracionária, de frações representadas geometricamente.

Figura 2 – Exercício Aleatório da Segunda e Terceira Recomendação



Fonte: https://pt.khanacademy.org/.

O encontro possibilitou a abordagem aritmética e geométrica da Fração. Esta explorou o recurso das formas a fim de consolidar a identificação das partes e da representação daquela (numérica). Neste contexto, a conexão de conceitos do campo conceitual por meio da diversificação de situações possibilitou transcender a concepção de ensino fragmentado, valorizando o desenvolvimento de diferentes habilidades e ampliando a compreensão do objeto de estudo.

4.2 INTEGRANDO ARITMÉTICA E GEOMETRIA

Ao terem construído o conceito e os princípios básicos relativos à Fração, foram propostas situações para que os discentes pudessem ter contato com seus diferentes tipos. Com o propósito de identificar as diferenças entre frações próprias e impróprias, iniciou-se o segundo encontro com dois problemas encaminhados oralmente pelo professor:

> 1) Zé estava com fome e resolveu comprar uma pizza. A pizza continha seis pedaços, dos quais Zé comeu apenas quatro. Qual a fração que representa a quantidade de fatias que ele comeu? Como representá-la geometricamente?
>
> 2) Já Tomas estava mais faminto. Comprou uma pizza de seis pedaços, e, como ainda estava faminto, comprou outra semelhante, da qual comeu mais dois pedaços. Qual a fração que representa a quantidade de fatias que Tomas comeu? Como representá-la geometricamente? (Fragmento extraído da sequência didática desenvolvida pelos autores, s/p., 2017).

O primeiro problema foi resolvido pelos alunos sem muitas dificuldades, porém o segundo mostrou-se mais complexo, conforme pode ser observado no diálogo do Quadro 2.

Quadro 2 – Diálogo entre professor e alunos, ocorrido no encontro do dia 21/09/2017

<u>Aluno:</u> *Se eram duas pizzas, são doze pedaços. Como Tomas comeu oito pedaços, a fração vai ser oito doze avos.* <u>Professor:</u> *Todos concordam?* <u>Alunos:</u> *Sim.* <u>Professor:</u> *Então como faremos para representar a situação geometricamente?* <u>Aluno:</u> *Desenha uma pizza de doze pedaços e pinta oito.* <u>Professor:</u> *Nesse caso o todo é doze?* <u>Alunos:</u> *É.* <u>Professor:</u> *Mas a pizza que Tomas comeu não tem seis pedaços?* <u>Aluno:</u> *Tem. Mas tinham doze pedaços no total, então é doze.* <u>Professor:</u> *Certo, o total de pedaços é doze. Mas o denominador de uma fração se refere ao total de partes que tenho ou em quantas partes um todo foi dividido igualmente?* *(Silêncio)* <u>Aluno:</u> *Acho que é em quantas partes um todo foi dividido. Mas daí pode o número de cima [numerador] ser maior que o de baixo [denominador]?*

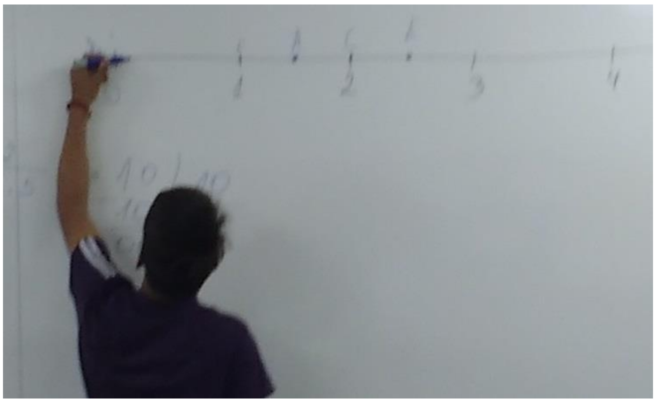
Fonte: os autores.

A situação evidenciou um esquema equivocado por parte dos alunos, causado pela utilização operatória de um invariante inadequado – o de considerar o denominador de uma fração como o total de partes existentes, e não como a quantidade de partes iguais ao qual um todo foi dividido. Por conseguinte, a representação, tanto numérica quanto geométrica, do conceito envolvido tornou-se errônea. Buscando reconstituir a formação do esquema utilizado, foi necessário instigar a turma a fim de que ela mesma refletisse e protagonizasse a superação dos erros, aprimorando o processo de conceitualização e, consequentemente, de aprendizagem.

Para Vergnaud (2003) existem muitos fatores implícitos nos esquemas. Todavia, a nitidez do processo analisado – a aprendizagem – concentra-se na fonte primária da representação: a relação situação-esquema. Foi por meio da proposta de uma situação diferenciada e do protagonismo discente frente ao referido desafio que a representação evocou os equívocos praticados e possibilitou a mediação docente, com vistas à superação dos erros e à construção do conhecimento.

Após registrarem a definição dos tipos de Fração em seu caderno, conjuntamente, professor e alunos realizaram a identificação de algumas frações na reta numérica, utilizando de constantes questionamentos com o intuito de garantir o envolvimento da turma. Nesse contexto, utilizou-se da operação divisiva para encontrar o número decimal correspondente a cada fração e marcar o ponto na reta numérica.

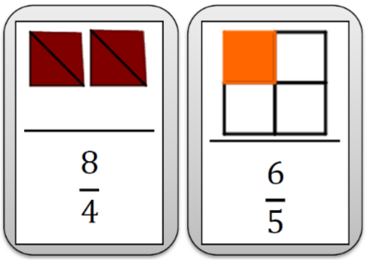
Figura 3 – Identificação dos pontos na reta numérica



Fonte: os autores.

Em um último momento, a turma praticou os conceitos explorados no encontro por meio do Dominó de Frações. O jogo exigia que o aluno soubesse relacionar as frações em formato geométrico com o numérico, interligando as peças correspondentes.

Figura 4 – Algumas peças do Dominó de Frações



Fonte: os autores.

A relação geometria-aritmética, estabelecida no decorrer do jogo, veio ao encontro de uma aprendizagem significativa, propiciando um espaço de análise por meio de relações existentes entre os conceitos.

> Nessa integração, a presença de figuras exerce importante papel na aprendizagem matemática, porque elas possibilitam aos alunos a visualização do todo, bem como das partes que o compõem e, assim, facilita o desenvolvimento da habilidade mental de operar com as partes sem perder de vista o todo. Este é um movimento de ida e volta, de composição e decomposição; tal reversibilidade é constantemente exigida na resolução de problemas geométricos [...] (LORENZATO, 2006, p. 70).

Pensando nisso, no terceiro encontro foi proposta a análise dos ingredientes de uma receita de *cupcake*, na qual a turma foi desafiada a relacioná-los em ordem decrescente.

Figura 5 – Receita de *Cupcake*

Fonte: http://mdemulher.abril.com.br/culinaria/receitas.

Não demorou muito para surgirem as primeiras discussões entre os alunos (Quadro 3):

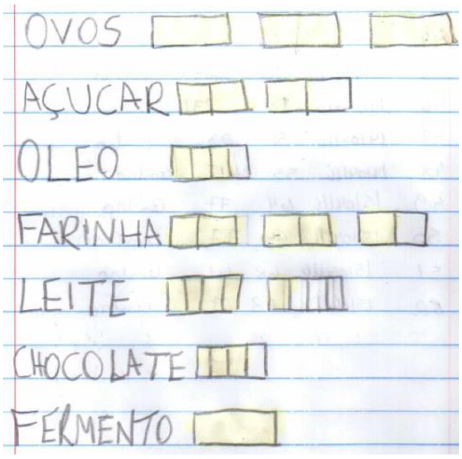
Quadro 3 – Transcrição do diálogo entre os alunos, ocorrido no encontro do dia 26/09/2017.

<u>Aluno 1:</u> *Acho que o chocolate em pó é o que mais tem.* <u>Aluno 2:</u> *Não, são os ovos!* <u>Aluno 3:</u> *Eu acho que é a farinha de trigo.* <u>Aluno 2:</u> *Não. Aquilo quer dizer duas xícaras e meia, então três é maior.*

Fonte: os autores.

O debate evidenciou que alguns alunos ainda não haviam operacionalizado corretamente relações de comparação com números fracionários. Por outro lado, no momento da discussão muitos já utilizavam de argumentos geométricos a fim de notabilizar o ato comparativo (Figura 6). O fato converge com a premissa de que um conceito não se forma a partir de uma única situação, e dos benefícios que diferentes abordagens de um objeto de estudo podem trazer no desenvolvimento de habilidades.

Figura 6 – Representação das Frações



Fonte: Registro do Aluno B.

Nesse contexto, destaca-se a importância da diversificação de situações e, consequentemente, de conceitos no ambiente escolar, de modo que os alunos “(...) relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática, conceitos e propriedades, fazendo induções e conjecturas” (BRASIL, 2017). Expandindo a construção do conhecimento, a geometria explorou uma forma de representação concreta fundamental no desenvolvimento cognitivo sobre o espaço e a forma, incitando a formação de sujeitos críticos e reflexivos.

4.3 INTEGRANDO ARITMÉTICA, GEOMETRIA E ÁLGEBRA

Considerando o fato de que os alunos já haviam explorado questões pontuais e numéricas das Frações por meio da abordagem aritmética, relacionando-as com as respectivas representações geométricas, resolveu-se incitar uma abordagem mais genérica. Em outras palavras, encaminhou-se a turma para um processo de desenvolvimento de habilidades de análise, construção de modelos e representação de generalizações por meio da álgebra.

> Cumpre destacar que a aritmética encontra sua generalização matemática na álgebra. Assim, os conjuntos numéricos se ampliam para os campos numéricos, de modo que o professor do Ensino Fundamental estimule, desde os anos iniciais escolares, o desenvolvimento do pensamento algébrico dos educandos, dando-lhes meios para relacionar operações com números até operações literais. No trabalho de passagem da aritmética para a álgebra, faz-se necessário um cuidado para não haver uma ruptura entre ambas, mas ampliação das possibilidades de argumentar e resolver problemas (PARANÁ, 2006, p. 28).

Por isso, dando prosseguimento à sequência didática, por meio de constantes questionamentos pré-formulados pelo professor, o método de elaboração conjunta foi utilizado para encontrar um modelo que possibilitasse a transformação de um número misto em fração

ISSN – 1982-4866. REVISTA DYNAMIS. FURB, BLUMENAU, V.27, N.1, 2021 – P. 42 - 58

imprópria e vice-versa (1). Sendo o numerador o dividendo e o denominador o divisor, o número misto em função desta divisão encontrado foi

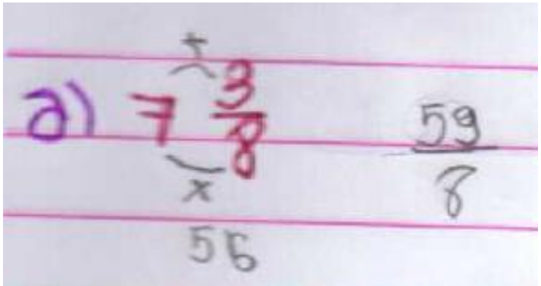
$$parte\ inteira\,\frac{numerador}{denominador} = quociente\,\frac{resto}{divisor}. \tag{1}$$

A partir desse entendimento e da exploração do algoritmo da divisão, partiu-se para o processo de transformação inversa, de número misto para a forma puramente fracionária, modelado pela equação (2):

$$\frac{dividendo}{divisor} = \frac{quociente\ \times\ divisor\ +\ resto}{divisor} = \frac{parte\ inteira\ \times\ denom. + numerad.}{denominador}. \tag{2}$$

Por fim, propôs-se que a turma utilizasse o modelo para realizar as devidas conversões nos exercícios encaminhados. A Figura 7 mostra a utilização do recurso algébrico em processos aritméticos.

Figura 7 – Utilização do modelo nos exercícios



Fonte: Registro do Aluno C.

Evidenciou-se, dessa forma, que álgebra e aritmética são intrínsecas entre si e que ambas são fundamentais na resolução de problemas e exercícios matemáticos. Embora a álgebra envolva incógnitas que simbolizam generalizações, o que hipoteticamente pode ser considerado mais complexo para a assimilação discente, o professor não pode ignorar um ramo da matemática que amplia as relações e aprendizagens no vasto universo matemático. A álgebra desenvolve o raciocínio e o pensamento crítico de quem a pratica, sendo fundamental na formação integral de qualquer ser humano. Através dela também é possível representar problemas reais na linguagem matemática por meio da construção de modelos.

> Parece de fundamental importância e que representa o verdadeiro espírito da Matemática é a capacidade de modelar situação real, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em um outro contexto, novo. Isto é, a transferência de aprendizado resultante de certa situação para uma situação nova é um ponto crucial do que se poderia chamar aprendizado da Matemática, e talvez o objetivo maior do seu ensino (D`AMBROSIO, 1996, p. 44).

Nesse sentido, ressalta-se a necessidade de proposição, nos ambientes escolares, de processos educativos com vistas ao desenvolvimento da capacidade do aluno em identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações (BRASIL, 2017).

ISSN – 1982-4866. REVISTA DYNAMIS. FURB, BLUMENAU, V.27, N.1, 2021 – P. 42 - 58

Torna-se, portanto, imprescindível a construção de conceitos algébricos para o aprimoramento do processo de conceitualização, por meio do desenvolvimento de um espírito de interesse, curiosidade, vontade de aprender e de modelar. O pensamento aritmético, explorado inicialmente por meio do conceito de número e sistema de numeração decimal, amplia-se no momento que incita a descoberta de generalizações a partir de casos específicos, isto é, na algebrização. Da mesma forma, a álgebra permite demonstrar teoremas e propriedades matemáticas fundamentais na construção dos invariantes operatórios de cada sujeito.

Pensando em demonstrar a equivalência de frações, a incentivação do quarto encontro consistiu numa atividade em grupo envolvendo dobraduras. Após ser organizada em cinco agrupamentos, a turma foi orientada pelo professor na tarefa, da seguinte forma: o primeiro grupo dobrava a folha recebida uma vez ao meio e pintava a metade (1/2); o segundo acrescia uma dobradura em relação a do primeiro, e pintava metade da folha (2/4); e assim sucessivamente.

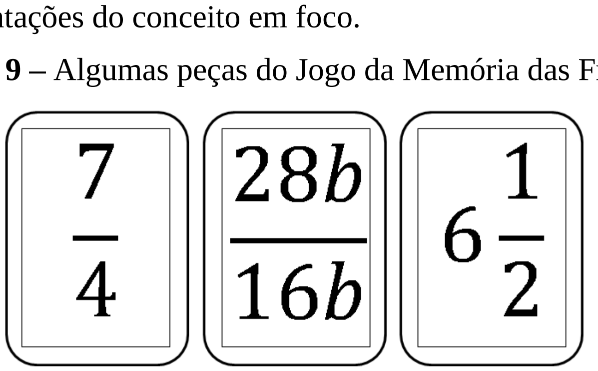
Figura 8 – Atividade de dobradura

Fonte: os autores.

Em seguida, o professor solicitou que um integrante de cada grupo expusesse a sua folha no quadro. Questionou-se, então, qual era a fração referente a parte pintada de cada folha, registrando embaixo de cada uma a fração correspondente. Ao serem questionados acerca da área pintada em todas as folhas, os discentes de imediato concluíram que eram áreas iguais.

Notabiliza-se, novamente, a importância da geometria no processo educativo, principalmente na eficiência que proporciona na assimilação de conceitos a partir do estudo de formas – elementos de contato diário de cada estudante. A partir dessa abordagem, encaminhou-se a turma para uma posterior compreensão de frações algébricas no Jogo da Memória das Frações (Figura 9), recurso lúdico que exigiu o estabelecimento de relações de equivalência entre diferentes representações do conceito em foco.

Figura 9 – Algumas peças do Jogo da Memória das Frações



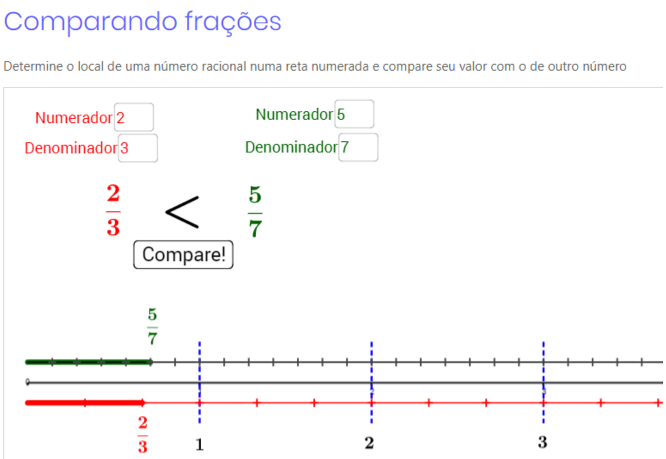
Fonte: os autores.

Além das comparações de igualdade, é fundamental que o educando saiba estabelecer relações de maioridade e minoridade entre frações. Assim, o quinto encontro foi iniciado com o desafio de estabelecer relações entre algumas frações descritas no quadro: $\frac{3}{4}, \frac{4}{6}, \frac{8}{12}$ e $\frac{9}{12}$. Após o momento de discussão, foi explanada uma maneira de comparar as referidas frações: obtendo frações equivalentes com denominadores comuns. Até então, a turma utilizava apenas a representação decimal (aritmética) e geométrica da Fração, porém o novo modelo vinha ao encontro dos princípios algébricos de explorar propriedades matemáticas em casos diversos para a eficiência dos esquemas utilizados.

Pensando em desenvolver habilidades de comparação, os alunos foram, então, desafiados a encontrar o menor denominador comum de algumas frações e, a partir disso, estabelecer relação de maioridade, menoridade ou igualdade. Para verificar a veracidade das respostas, a turma foi encaminhada para o Laboratório de Informática onde, em duplas, utilizaram o *software* GeoGebra para efetivar a validação das resoluções.

Vale lembrar que o *software*, em seu ambiente virtual, dispõe de uma atividade *online* em que, ao escreverem duas frações na forma numérica, será estabelecida a respectiva relação de maioridade, minoridade ou igualdade, além de ser demonstrada a sua representação geométrica, conforme é visualizado na Figura 10.

Figura 10 – Comparação de frações no *software* GeoGebra



Fonte: https://www.geogebra.org/m/WNkjfXD2.

A atividade possibilitou diferentes maneiras de comparar frações, sem perder a essência do conceito estudado. Ao propiciar um espaço de conexão entre os diferentes conceitos de um campo conceitual, respeitando as características de cada um, expande-se a visão dos saberes e revela-se as relações existentes na Matemática.

Ao ensinar Frações integrando aritmética, álgebra e geometria, percebeu-se o quanto se potencializa o processo de aprendizagem na associação dos diferentes conceitos, procedimentos e situações de aprendizagem que constituem os campos conceituais. Trabalhar conteúdos separadamente, a partir de uma única abordagem, encaminha o aprendiz ao fracasso de não inter-relacionar os conceitos da área, à medida que não propicia um espaço de desenvolvimento de habilidades de análise, relação, representação e abstração, fundamentais para a formação de um cidadão crítico e reflexivo.

> (...) é falacioso pensar que, conhecendo partes do todo, já se conhece o todo. Por isso, todos os campos da matemática previstos no currículo oficial devem ser ensinados, e mais, de modo integrado. Se concordamos com as vantagens do ensino interdisciplinar, com mais forte razão devemos professar o ensino intradisciplinar, o qual pode ser reduzido, sinteticamente, ao ensino integrado da aritmética, geometria e álgebra. Assim fazendo, os alunos irão perceber a harmonia, coerência e beleza que

> a matemática encerra, apesar de suas várias partes possuírem diferentes características, tal qual uma orquestra. Além disso, seriam eliminadas do ensino da matemática algumas prolixidades que nele persistem e, ainda, seria facilitada a muitos estudantes a desejada aprendizagem (LORENZATO, 2006, p. 60).

Por fim, destaca-se a importância de que cada educador reflita e proponha situações que evoquem estratégias pedagógicas eficientes frente aos desafios arrolados. Para tanto, é fundamental pensar em um ensino que inter-relacione conceitos e encaminhe o aprendiz ao encanto pela construção do conhecimento.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mediar o processo de aprendizagem Matemática requer busca pela compreensão das estruturas mentais (esquemas) estabelecidas por cada aluno frente aos desafios propostos. Entende-se que a identificação dos esquemas utilizados pelos alunos em cada atividade educativa induz o reconhecimento, por parte do professor, de conceitos já formados no cognitivo discente, os quais podem ser úteis na superação de eventuais dificuldades e na construção de novos conhecimentos.

Transitar por estudos e aportes de uma teoria cognitiva, como a de Vergnaud, poderá diferenciar o trabalho docente à medida que possibilita um repensar sobre as escolhas didático-metodológicas em situações de aprendizagem, visando o desenvolvimento de habilidades específicas. Importante considerar as premissas de que um conceito não se forma a partir de uma única situação, a qual também não é analisada a partir de um único conceito. Portanto, a variedade de situações que explorem diferentes contextos e representações do objeto de estudo torna-se essência do processo de conceitualização, como evidenciado na prática aqui socializada.

Especificando-se à Matemática, integrar conceitos aritméticos, algébricos e geométricos constitui-se como uma estratégia para minimizar a fragmentação dos saberes, ainda bastante observada nos ambientes escolares, em troca do desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas, de melhoria de condições e oportunidades para a desejada aprendizagem. Esse modo de ensino intradisciplinar possibilita ao aprendiz conectar os diferentes conceitos construídos para resolver problemas propostos e existentes em sua vida, e assim compreender a coerência e beleza existente na Matemática.

Considerando as especificidades e a subjetividade no processo educativo, as particularidades de cada aluno, os diferentes espaços e tempos de ensinar e aprender, a reflexão sobre o trabalho em sala de aula demanda ser constante. Assim, a tarefa do professor de Matemática é de ser um incansável pesquisador, preparado para educar frente à imprevisibilidade do tempo, por meio da constante reflexão na/da prática e de suas concepções teórico-metodológicas; de ter humildade para ser um profissional capaz de se reinventar dia após dia; e de desenvolver a sensibilidade para enxergar em cada educando um ser humano com conhecimentos, experiências, anseios, angústias e sonhos próprios.

ISSN – 1982-4866. REVISTA DYNAMIS. FURB, BLUMENAU, V.27, N.1, 2021 – P. 42 - 58

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, 2017. Recuperado em 15 de março 2018 de http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc/.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

FAYOL, Michel. Fazer operações e resolver problemas – reflexões relativas ao ensino da aritmética. IN: FAYOL, Michel; TOOM, Andrei; BIVAR, Antonio; AIRES, Luis M. **Fazer contas ajuda a pensar?** Portugal: Porto Editora/Fundação Francisco Manuel dos Santos, 2010.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4.ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GUERRA, Eliane Linhares de Assis. **Manual de Pesquisa Qualitativa**. Belo Horizonte: Grupo Anima Educação, 2014.

LORENZATO, Sérgio. **Para Aprender Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da rede pública de educação básica do estado do Paraná:** Matemática. Curitiba: SEED, 2006.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. Departamento Pedagógico. **Referências Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul:** Matemática e suas Tecnologias. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

VERGNAUD, Gérard. Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In. CARPENTER, Thomas; ROMBERG, Thomas; & MOSER, James. **Addition and Subtraction:** a cognitive Perspective. New Jerssey: Lawrense Erlbaun, 1982.

VERGNAUD, Gérard. **As Ciências Da Educação**. São Paulo: Loyola, 2003.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZEICHNER, Kennet. Formando professores reflexivos para a educação centrada no aluno: possibilidades e contradições. In: BARBOSA, Raquel Lazzari Leite. **Formação de educadores:** desafios e perspectivas. São Paulo: UNESP, 2003.

ISSN – 1982-4866. REVISTA DYNAMIS. FURB, BLUMENAU, V.27, N.1, 2021 – P. 42 - 58