



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA PRÁTICA REALIZADA POR PROFESSORES COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

*PROBLEM-SOLVING: A PRACTICE PERFORMED BY MATH TEACHERS WITH HIGH
SCHOOL STUDENTS*

Geovana Luiza Kliemann
Doutoranda em Ensino
Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES
geovanakliemann@universo.univates.br

Maria Madalena Dullius
Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Burgos-Espanha
Pró-Reitora de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação
Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES
madalena@univates.br

Resumo

Este estudo objetiva auxiliar professores de Matemática a fazerem uso da metodologia de resolução de problemas em suas aulas, desvinculado de conteúdo específicos. Para atingir o objetivo proposto, foi realizado um estudo qualitativo, a partir do qual organizou-se um material pedagógico com o intuito de possibilitar uma prática diferenciada. O material foi experimentado e problematizado por sete professores com seus respectivos alunos do 1º ano do Ensino Médio de seis escolas públicas estaduais, localizadas no Vale do Taquari, RS. A partir dos relatos, escritos e falados, dos professores de Matemática sujeitos da pesquisa e da observação participante dos pesquisadores a algumas aulas, emergiram diferentes categorias. Como resultados, é possível destacar que os educadores apresentaram muita capacidade para inovar, mostrando que o apoio a partir de material didático previamente elaborado pode ser bastante significativo. Concluiu-se, também, que um profissional sozinho apresenta maior dificuldade em diversificar sua prática, porém, com pequenos incentivos é capaz de realizar inovações positivas que beneficiam a aprendizagem de seus alunos. Considera-se, portanto, que esta pesquisa possibilitou reflexões e até mesmo mudanças na percepção dos docentes quanto à metodologia da resolução de problemas.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Produção de material didático. Prática desafiadora. Ensino Médio.

Abstract

This study aims to help teachers of Mathematics to use the methodology of problem solving in their classes, unrelated to specific contents. In order to reach the proposed goal, a qualitative study was carried out, from which a pedagogical material was organized with the purpose of enabling a differentiated practice. The material was tested and questioned by seven teachers with their respective 1st year high school students from six public schools, located in Vale do Taquari, RS. From the reports, written and spoken, of the teachers of Mathematics subjects of the research and participant observation of the researchers to some classes, different categories emerged. As results, it is possible to emphasize that the educators presented a great capacity to innovate, showing that the support from previously prepared teaching material can be quite significant. It was also concluded that a professional alone presents greater difficulty in diversifying his practice, but with small incentives he is able to make positive innovations that benefit the learning of his students. It is considered, therefore, that this research made possible reflections and even changes in the teachers' perception regarding the methodology of problem solving.

Keywords: Problem Solving. Production of didactic material. Challenging practice. High school.

1 INTRODUÇÃO

Na busca por auxiliar os alunos a desenvolverem o gosto pela Matemática, discute-se a importância de utilizar a resolução de problemas nas aulas e seus benefícios no processo de aprendizagem. No contexto escolar, ainda ocorrem equívocos quanto ao real significado de trabalhar com a resolução de problemas, pois muitos a compreendem como o fato de apresentar situações-problema e, talvez, incluir um exemplo comum à resolução a partir da aplicação de alguma técnica específica (ONUCHIC E ALLEVATO, 2011). No entanto, fica por vezes a indagação de como ensinar através dessa metodologia e como o aluno aprende a resolver problemas matemáticos, uma vez que muitos têm dificuldade nessa prática. Para tanto, este estudo visou auxiliar professores de Matemática, por meio de material didático, a abordarem a resolução de problemas em suas aulas, desvinculado de conteúdos específicos, para instigar no aluno a prática dessa metodologia.

Dentro do contexto educacional, a Matemática é uma das maiores responsáveis pela repetência de alunos da Educação Básica. Uma das causas desse baixo desempenho, principalmente no Ensino Médio, pode estar relacionada a forma rígida de explorar os conteúdos previstos, que é acompanhada de regras prontas e descontextualizada do cotidiano social. No entanto, o fato não está na Matemática em si, mas possivelmente relacionada aos programas de ensino, à clareza dos objetivos e à maneira como é abordada com os estudantes. Portanto, é preciso proporcionar aos alunos situações diferentes, para desafiá-los a resolverem os respectivos problemas apoiando-se em seus conhecimentos prévios e não seguindo rigidamente um único modelo ou um exemplo habitual.

A partir das reflexões tecidas, apresenta-se neste artigo, parte da prática realizada no mestrado na qual organizou-se um material didático com foco na resolução de problemas. O mesmo foi elaborado a partir dos dados de entrevistas previamente realizadas com os professores sujeitos deste estudo. Nestas, relataram que a forma de trabalhar a resolução de problemas, nas suas aulas de Matemática, resume-se em introduzir um conteúdo para então propor problemas, retirados, de modo geral, dos livros didáticos. Assim, o aluno já tem os algoritmos necessários para a resolução, sem a necessidade de criar suas próprias estratégias. Além disso, mencionaram que existem poucos trabalhos direcionados aos professores do Ensino Médio, com este foco, e que por vezes, deixa-se de melhorar as práticas de ensino por falta de apoio. Disto emergiu o desafio de organizar um material didático, a ser disponibilizado e explorado pelos professores, tendo como foco uma proposta diferenciada daquela relatada nas entrevistas iniciais.

Este material foi cuidadosamente organizado pelas pesquisadoras visando ser uma proposta diferente da habitualmente abordada nas aulas destes professores, permitindo que a resolução de problemas fosse interpretada não como aplicação de conteúdos previamente trabalhados e, sim, possibilitando a criação de estratégias próprias dos alunos, onde a criatividade tivesse destaque. Ao finalizar a organização do material, este foi entregue e discutido com os professores de Matemática, de seis escolas estaduais, para ser abordado nas suas aulas, com alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Após expor o material aos professores e esclarecer suas dúvidas, este foi entregue impresso e encadernado àqueles que se propuseram a explorá-lo. Além disso, foi disponibilizado para cada professor um caderno para ser usado como diário de registro dos encontros ministrados, que foram devolvidos às pesquisadoras ao finalizarem a prática. Vale

ressaltar que os professores foram orientados de que este trabalho não visava substituir suas aulas e sim complementá-las. Para tanto, sugeriu-se fazer uso do material uma vez por semana ou conforme o andamento da turma e a disponibilidade do professor.

Do total de nove professores convidados a integrar a proposta, sete aderiram a ideia do início ao fim, estes profissionais, atuam em diferentes escolas estaduais da região do Vale do Taquari, RS, sendo que cada turma tem em torno de 20 alunos. O estudo em desenvolvimento envolveu seis escolas, dentre as quais, em cinco delas, presenciou-se aulas onde foi trabalhado com o material disponibilizado.

2 DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA E SITUAÇÕES-PROBLEMA

O material entregue aos professores é composto por uma introdução em que é apresentada a organização do material e destacados os objetivos de cada encontro, enfatizando sugestões de procedimentos metodológicos incluindo as etapas da resolução de problemas de Polya (1995) e a exploração de diferentes estratégias, frisando o papel do professor diante desta metodologia. Na sequência, é descrita a ideia central de cada um dos dez encontros propostos no material, cada um destes com uma proposta diferenciada.

O uso desse material foi feito pelos professores durante o período normal das aulas de Matemática. Nessa proposta não é sustentado ensinar inicialmente conceitos e procedimentos referentes a determinado conteúdo para então proporcionar a prática destes, pela resolução de problemas aplicados, que exigirão dos alunos o aprendizado de conteúdos matemáticos específicos, e sim, abordar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino capaz de desenvolver diferentes habilidades.

2.1 BREVE DESCRIÇÃO DA PROPOSTA QUE CONSTITUI O MATERIAL EXPLORADO NAS ESCOLAS.

Para iniciar a abordagem com os alunos, os professores envolvidos, mediarão, no primeiro encontro, uma discussão explorando as etapas da resolução de problemas, segundo as concepções de Polya (1995), considerado o pai desta metodologia. O intuito dessa contextualização era melhor compreender a trajetória para resolução, chegando ao fim com maior segurança. Esta problematização ocorreu a partir de duas questões norteadoras: “O que é um problema?” e “Como se resolve um problema matemático?” A intenção era ouvir as diferentes opiniões dos alunos e posteriormente compará-las e aproximá-las a autores que abordam esse tema, entre eles Dante (2009) e Polya (1995) .

Para fomentar as discussões da 1ª questão levantada, consideramos ideias de Dante:

Intuitivamente, todos nós temos uma ideia do que seja um problema. De maneira genérica, pode-se dizer que é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo. O que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro. Por exemplo, se o pneu da bicicleta de Beto nunca furou e ele não sabe o que fazer nessa situação – e quer resolvê-la, pois gosta de andar de bicicleta -, então esse é um problema para ele. Mas sabe que nesse caso deve procurar uma

borracharia e que há uma bem próxima dali, a situação não chega a ser um problema, pois não exigirá um processo de reflexão para solucioná-la (DANTE, 2009, p. 11).

A partir desta citação, é mais fácil compreender o que se considera um problema dentro da proposta abordada no decorrer dos encontros, além de esclarecer que a resolução exige a busca por diferentes recursos. Quanto à segunda problemática, foi sugerido que os professores abordassem as quatro etapas da resolução de problemas apresentadas por Polya (1995) em seus estudos, sendo elas: Compreensão do problema; Estabelecimento de um plano; Execução do plano e Retrospecto.

O segundo encontro teve o intuito de auxiliar os alunos a colocarem em prática as etapas estudadas no primeiro encontro, por meio de problemas, com e sem números, fazendo-os perceber que a Matemática não envolve apenas cálculos, mas a elaboração de um plano. No primeiro problema (QUADRO 1) haviam números, mas este não tinha uma resposta evidente. O segundo problema (QUADRO 2) não tinha valores numéricos, instigando no aluno a ideia de que Matemática nem sempre necessita de números, como muitos acreditam e exigindo do aluno interpretação e o uso de alguma estratégia diferente do cálculo formal. Foi sugerido aos professores que a cada encontro fossem socializadas, no decorrer da aula, algumas das diferentes estratégias utilizadas pelos alunos. Cabe enfatizar que o material não precisava ser seguido como um roteiro, na íntegra, e sim da forma que o professor julgasse mais conveniente, pois como já mencionado anteriormente, os professores não estavam habituados a abordar a resolução de problemas nesta perspectiva.

Quadro 1 - Problema com números

1) Para fazer 12 bolinhos, preciso exatamente de 100g de açúcar, 50g de manteiga, meio litro de leite e 400g de farinha. Qual é a maior quantidade desses bolinhos que serei capaz de fazer com 500g de açúcar, 300g de manteiga, 4 litros de leite e 5 quilogramas de farinha?

Fonte: BARROS, (2003)

Quadro 2 - Problema sem números

2) Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.

Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.

Carlos diz: “Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.

Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

Fonte: Site OBMEP, (2010)

O terceiro encontro teve o propósito de desenvolver a escrita e a criatividade dos alunos, visualizando as partes de um problema por meio da construção de pergunta a partir de enunciados previamente disponibilizados. No primeiro exemplo (QUADRO 3), os alunos tiveram que criar a pergunta para finalizar o problema e posteriormente resolver. Já no exemplo 2 (QUADRO 4) receberam apenas uma pergunta e precisaram elaborar o enunciado que o complementasse.

Quadro 3 - Exemplo de enunciados sem pergunta

1) Uma florista colheu 49 kg de flores do campo. O quilograma das flores pode ser vendido imediatamente a R\$ 1,25 ou, mais tarde, com as flores desidratadas, a R\$ 3,25. O processo de desidratação faz as flores perderem $\frac{5}{7}$ de seu peso. (...) ?

Fonte: Adaptado *site* PIBID

Quadro 4 - Exemplo de pergunta sem enunciado

2) Se o número da casa de Pedro é 317, qual é o número da casa de Bruna?

Fonte: Das Autoras

No quarto encontro intencionou-se explorar a interpretação matemática de imagens do cotidiano para, a partir disso, desenvolver a escrita do aluno e estimular seu protagonismo em aula, promovendo a autonomia em criar a partir de uma figura do seu interesse.

Para atingir o objetivo deste encontro sugeriu-se ao professor levar revistas e jornais de recorte para aula e solicitar que cada aluno ou grupo escolhesse uma imagem e, em seguida, possibilitar a socialização dessas imagens para que os alunos apresentassem uma análise Matemática da mesma com mediação do professor, e posterior elaboração de um problema. Estes foram criados e depois trocados entre os colegas para sua resolução.

No encontro seguinte, abordou-se a análise de problemas com insuficiência ou excesso de dados. O encontro visou o trabalho cooperativo, levando o aluno a perceber o significado dos elementos dispostos nos problemas e não os utilizando de qualquer forma. No Quadro 5, tem-se um problema com excesso de dados, já no exemplo do Quadro 6 há insuficiência de dados, em que se espera que o aluno se dê conta da impossibilidade da resolução e reflita sobre suas escritas quando formula algum problema novo

Quadro 5 - Problema com excesso de dados

1) Deve-se servir pão, fresco e quentinho, no lanche das 2h da tarde. Cada pão é comercializado por R\$ 0,60 e deve ter um tamanho padrão, pesando em torno de 100g. A massa básica necessita de 12h de “tratamento” (descanso para fermentar) e, depois de misturada e amassada, duas horas e meia para crescer. Após ser modelada em forma de pão, a massa ainda deverá ser posta a crescer por mais uma hora e meia, sendo assada a seguir por 45 minutos. A que horas se deveria começar o trabalho para poder retirá-lo do forno exatamente 15 minutos antes de servi-lo? Admita que se gaste um total de 30 minutos para misturar, amassar e modelar a massa dos pães.

Fonte: BUSCHAW et al., (1997, p. 26)

Quadro 6 - Problema com insuficiência de dados

2) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente o remédio a seu filho a cada 8 horas, então responda: Qual a massa corporal dele?

Fonte: Adaptado do ENEM, (2012, p. 20)

O objetivo do 6º encontro foi estimular os alunos a serem criativos e formularem problemas a partir de diferentes aspectos, fundamentando-se em diferentes situações relacionadas ao cotidiano e à Matemática, contextualizando-os para ganhar significado real ou imaginário. Para tanto, a criação destes, foi a partir de uma resposta, uma operação e anúncio de classificado ou propaganda (QUADRO 7).

Quadro 7 - Situações indicadas para o quinto encontro

1) **Resposta:** O maior número possível de lavagens completas é 23 e, neste caso, o número de lavagens simples é 3, o que dá um total de 26 clientes atendidos.

2) **Operação:** $7 \times 3 + 24 = 45$

3) **Propaganda:**



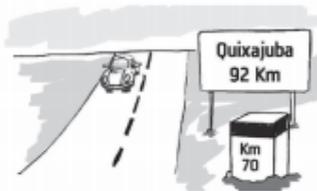
Tenis Running Feminino Adidas Cosmos W
Ref. G41732
Por: R\$ 299,90
ou 10x Sem juros de R\$ 29,99
PAGAR SEM JUROS
BRASIL

Fonte: Adaptado de BARROS, (2003)

No sétimo encontro foram disponibilizados problemas com imagens, algumas destas eram úteis para efetuar a resolução (Quadro 8), e outras eram meramente ilustrativas (Quadro 9), não interferindo diretamente para o processo de resolução do problema.

Quadro 8 - Problemas com dados relevantes na imagem

1) A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 450 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando a posição de Quixajuba. No quilômetro 290 há uma placa indicando Paraqui a 87 km. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?



Fonte: Adaptado site OBMEP, (2010)

Quadro 9 - Problemas com imagem apenas ilustrativa

2) As colegas de sala Ana, Alice e Aurora foram comprar seus livros de matemática. Alice percebeu que havia esquecido sua carteira. Ana e Aurora pagaram pelos três livros; Ana contribui com R\$43,00 e Aurora com R\$68,00. Quanto Alice deve pagar para Ana e para Aurora?



Fonte: Site OBMEP, (2010)

O oitavo encontro visou fortalecer a capacidade criadora e estimular a escrita na Matemática de forma dinâmica.

Essa atividade preconizava o trabalho em grupo. A dinâmica consiste em inicialmente cada grupo preencher uma linha do quadro (QUADRO 10) de dados até completá-lo.

Quadro 10 - Exemplo de quadro de dados supostamente preenchido por alunos

Personagens	Objetos	Quantidades	Situações	Perguntas
João, Maria	Blusa	Cinco/dezenove	Comprou/tinha	Quantas ficou?
Luiza, Pedro	Balas	1 dúzia	Terminou/perdeu	Com quantas balas começou?

Fonte: Adaptada de CARVALHO (2012, p. 39 e 40)

Depois do preenchimento do quadro, cada grupo, formula um problema em que constem os dados descritos na linha que completou. O grupo que primeiro terminar a formulação avisa aos colegas e expõe o mesmo para os demais resolverem. O professor confere se o problema construído contempla os dados descritos no quadro. O primeiro grupo que terminar de resolvê-lo avisa aos colegas e vai a lousa mostrar sua resolução. O grupo que havia formulado o problema deve comentar a resolução apresentada e dizer se está satisfeito com a resposta. Caso contrário, deve explicar como deveria ser a resolução. Terminada a discussão entre os grupos, inicia nova rodada buscando participação de todos.

Para o nono encontro propôs-se uma situação problema resolvida incorretamente (Quadro 11). Assim, os alunos foram desafiados a encontrar o erro e estimulados a propor uma solução coerente.

Quadro 11 - Problema com resolução incorreta

1) Três amigos foram jantar num restaurante. Como a conta ficou em R\$ 30,00, cada um deu R\$ 10,00. Quando o garçom levou o dinheiro até o caixa, o dono do restaurante, Para ser gentil com os clientes, resolveu lhes dar um desconto de R\$ 5,00. O garçom devolveu a eles, portanto, cinco moedas de R\$1,00.

Ao receber o troco, os amigos decidiram dar R\$ 2,00 de gorjeta ao garçom, e cada um pegou R\$ 1,00 de volta.

Ao final, um deles disse:

- Vejam que coisa estranha. Cada um de nós deu uma nota de R\$ 10,00 e recebeu R\$ 1,00 de volta, ou seja, cada um de nós gastou R\$ 9,00. Portanto nós três juntos gastamos R\$ 27,00. Além disso, demos R\$ R\$ 2,00 ao garçom.

Em seguida, o rapaz, um tanto intrigado, rascunhou o seguinte demonstrativo no guardanapo:

Juntos gastamos: R\$ 27,00

Demos ao garçom: R\$ 2,00

Total: R\$ 29,00

E, bastante confuso com a situação, perguntou aos seus amigos:

- Onde foi parar o outro R\$ 1,00?

Sendo você um dos amigos, explique qual é o problema no raciocínio do rapaz, e explique a ele, uma maneira de resolver esse problema.

Fonte: Adaptado de BARROS, (2003, p. 21)

O último encontro propôs a resolução de problemas matemáticos não convencionais (Quadro 12). Nos quais os alunos foram desafiados a criarem estratégias variadas para resolução, sem terem um conteúdo específico que os direcionasse a solução.

Quadro 12 - Exemplo de problema

1) Um manuscrito antigo do “Pirata Barba Negra” indica que, numa certa ilha do Caribe, há um tesouro enterrado e dá as seguintes dicas da sua localização: Quando se desembarca na ilha, veem-se duas grandes árvores, que chamarei de A e B. Para localizar o tesouro, caminhe de A para B, contando os passos. Ao chegar em B, vire à direita e caminhe metade do que andou de A para B. Daí caminhe na direção de A, contando os passos. Chegando em A, caminhe, na direção contrária a B, o total de passos que já andou. Nesse ponto X enterrei o tesouro. Se a ilha é plana e a distância entre as duas árvores é de 10m, então a distância de A para X é igual a?

Fonte: Site PIBID

Finalizada a abordagem deste material pelos professores, estes nos entregaram por escrito suas avaliações e percepções desta prática. A análise desta abordagem está descrita na sequência.

3 ANÁLISE DE DADOS E PERCEPÇÃO DOS PROFESSORES ENVOLVIDOS

Buscando socializar os resultados dessa prática na percepção de diferentes professores em distintas realidades, considerando que as escolas se localizavam em seis diferentes municípios do Vale do Taquari, buscamos compreender o que essa abordagem representou, no

âmbito do ensino da Matemática, para os integrantes desta pesquisa. Para identificar os professores, utilizou-se uma nomenclatura fictícia B1 para designar o professor 1, B2 para o professor 2 e assim sucessivamente.

A partir da análise de seus registros escritos nos cadernos que foram seus diários dos encontros, dos dados enviados por *email* durante todo processo de intervenção pedagógica em que estivemos em contato, bem como as percepções das pesquisadoras aos encontros vivenciados, emergiram cinco categorias, que serão descritas a partir da prática experimentada pelos sujeitos e pesquisadoras envolvidas e embasadas teoricamente em autores que estudam esta metodologia.

CATEGORIA 1: REQUER DO ALUNO PLANEJAMENTO PARA A RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS, SENDO DESAFIADOR E INSTIGANDO A CRIATIVIDADE.

Seguem alguns relatos dos docentes que fundamentam esta categoria, seguido da análise das pesquisadoras e de autores que têm estudos relacionados ao tema desta pesquisa.

Percebi meus alunos muito envolvidos “prestando realmente atenção” buscando resolver os desafios. Percebi certa insegurança por parte de alguns alunos na realização das atividades propostas, pois estas exigiram criatividade e a busca de conhecimentos matemáticos. [...] logo começaram a surgir problemas muito criativos. (B1)

Estimulou o raciocínio lógico, criatividade e persistência. (B2)

[...] foi dinâmica e saíram da “zona de conforto”, ou seja, foram obrigados a “pensar”. [...] foram muito criativos. [...] todos os alunos se concentraram, e calcularam muito, fazendo comparação de valores com preços reais de mercado, A persistência dos alunos foi admirável, alguns reclamavam que não conseguiam explicar. Fui conversando com eles e eles sabiam, tinham argumentos para explicar as situações. (B5)

[...] os alunos gostaram e se sentiram desafiados, sendo que um queria chegar ao resultado certo antes que o outro. Fluiu a criatividade, foi muito interessante. (B6)

Estimulou o “criar”, fez com que os mesmos se colocassem na função do professor (protagonistas) por alguns instantes. Alguns alunos criaram problemas bem complexos. (B7)

A partir dos apontamentos feitos pelos professores, ficou claro que um dos aspectos positivos dessa prática foi o interesse, persistência, empenho e principalmente a criatividade dos alunos na busca por solucionarem e elaborarem problemas, nos diferentes contextos apresentados nos encontros. Para Polya, tais características são instigadas de acordo com os tipos de problemas propostos.

O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda vida, a sua marca na mente e no caráter (POLYA, 1995, p. v).

O que se espera ao propor esse tipo de metodologia é justamente estimular o gosto pela Matemática, mostrando o quanto ela pode ser dinâmica. O fato dos alunos terem se mostrado atentos, pensativos, fazendo comparações e buscando conhecimentos matemáticos já construídos, mostra o quanto se sentiram desafiados e o quanto são capazes. Segundo Dante (2003), um bom problema deve, entre outras características, ser desafiador ao aluno, assim aumenta sua curiosidade, motivação e o faz pensar para procurar uma solução. Cabe destacar

que, numa escola, ao dar o sinal para o período seguinte, os alunos, que teriam aula com a mesma professora mudando apenas a disciplina, pediram pra continuar trabalhando Matemática. Isso demonstrou o quanto essa proposta pode ser envolvente.

CATEGORIA 2: OPORTUNIZA, AO PROFESSOR, VERIFICAR O QUE SEUS ALUNOS ESTÃO APRENDENDO E ONDE ESTÃO APRESENTANDO DIFICULDADES.

Seguem alguns relatos dos professores dos quais emergiu a referida categoria acompanhada da análise das autoras.

Senti a necessidade de ter alguns materiais concretos para os alunos visualizarem. Alguns alunos não sabiam ou não lembravam como se calculava porcentagem na calculadora. (B1)

Com o passar dos encontros foi ficando mais difícil (aos alunos), principalmente nas situações que tinham que formular questionamentos, pois infelizmente nosso aluno quer ler e entender de primeira e não tem paciência, ou persistência para ler duas, três vezes até compreender o problema. (B2)

Mostraram clara dificuldade em interpretar os problemas. Matemática, para eles, se resume ao mero algoritmo. Faço, nesse ponto, um questionamento: temos culpa nisso? [...] a análise e interpretação das mesmas ficaram única e exclusivamente na visualização pura e simples do pictórico. [...] não foram capazes de visualizar movimento, tempo, espaço, relações, quantidade, qualidade, hierarquia, natureza, etc. [...] enxergam a matemática apenas como quantidade. Precisamos rever alguns conceitos/conteúdos urgentemente. (B3)

Alunos inicialmente um pouco resistente. Queriam as fórmulas, o caminho para resolver e uma explicação/resposta da professora. (B4)

[...] mais difícil por conter frações. Acharam mais fáceis, as questões com interpretações variadas e a criatividade pôde fluir. Dificuldade nos problemas sem números, facilidade em porcentagem, alguns me surpreenderam pela facilidade na lógica. [...] alunos têm bastante dificuldade em trabalhar com horas. Alguns alunos tiveram dificuldade em relacionar a resposta ao problema que deveriam formular. Parece que quando os alunos se deparam com números conseguem resolver a situação proposta com mais facilidade. É visível que os alunos com dificuldades em algoritmos gostam e são mais “rápidos” no raciocínio lógico. (B5)

Os alunos acharam mais complicado quando tinha excesso de dados nos problemas. Assim ocorreu com os problemas que apresentavam perguntas de negação e insuficiência de dados. (B6)

Alunos surpreenderam com sua capacidade de interpretação e lógica. Ausência de números se mostrou um problema, pois visualizam a matemática apenas como quantidade, queriam fórmulas prontas para seguir. (B7)

Segundo os relatos, fica evidente que os professores conseguiram diagnosticar dificuldades e facilidades apresentadas por seus alunos no decorrer dos encontros. Como aspecto positivo enfatiza-se a facilidade de alguns alunos na interpretação e raciocínio lógico, fato que surpreendeu alguns professores. Outro aspecto relevante destacado foi a importância de abordar as etapas da resolução de problemas de Polya (1995) para facilitar a interpretação dos problemas. Nos encontros presenciados, os alunos, inúmeras vezes, faziam menção as quatro fases da resolução de problemas que haviam discutido no primeiro encontro. Além disso, foi destacada a facilidade para resolver questões relacionadas ao conteúdo de porcentagem.

Já as dificuldades apresentadas pelos alunos, estavam relacionadas à necessidade do uso

de material concreto em algumas situações, problemas no uso da calculadora e menor desempenho em questões envolvendo frações e medidas de tempo. Alguns queriam fórmulas, esperavam explicações e caminhos que os levassem à resposta. Outros relacionam a Matemática apenas à quantidade, mero algoritmo. Isso dificultou na interpretação de imagens, na resolução de problemas que não apresentavam números, problemas de negação e na relação entre pergunta e resposta.

Em relação às dificuldades dos alunos, Tripathi (2009) diz que isso está relacionado à questão mais profunda de mudança de atitudes e crenças dos alunos, que veem a Matemática como um monte de definições e fórmulas, que existem isoladamente. O autor complementa que o problema está com as experiências em sala de aula, pois antes de ensinar os alunos a raciocinar, convém persuadi-los a sentirem necessidade disso.

Também foi diagnosticada a falta de persistência de alguns alunos na leitura dos problemas, dificultando a interpretação e sua resolução. Para Dante, (2003, p. 52) “uma das maiores dificuldades do aluno ao resolver um problema é ler e compreender o texto”, fato este que está bastante evidente nas escolas, pois cada vez mais os jovens são imediatistas.

Evidenciou-se em três escolas visitadas, que alguns alunos apresentaram facilidade para resolver problemas. Conversando com os professores sobre estes casos específicos, comentaram que “quando dou aula no quadro eles não fazem nada” (B4), “no algoritmo eles são os piores alunos” (B3), “só assim mesmo pra fazerem alguma coisa” (B5). Isso mostra as diferentes habilidades dos alunos e permite que o professor avalie outros aspectos. A partir disso, é possível considerar que o material explorado, com atividades diferenciadas, despertou o interesse de alguns alunos que por vezes não se envolvem em aulas tradicionais de Matemática, reforçando que essa metodologia tem características que vêm a motivar e potencializar o ensino e a aprendizagem.

CATEGORIA 3: POSSIBILITA AO ALUNO MÚLTIPLAS INTERPRETAÇÕES E O USO DE DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO.

Para elencar a terceira categoria, como nas demais, descrevemos algumas percepções dos professores em relação a observações aos alunos quanto à resolução dos problemas propostos no material, além da visão das autoras em relação a isso.

Utilizaram diferentes métodos e faziam questão de explicar para os colegas que apresentavam alguma dificuldade. (B1)

A visão que (alunos) tinham era que para resolver um problema precisava de fórmulas matemáticas, neste projeto se deram conta que não. Quase todos fizeram esquemas (desenhos) e chegaram com certa facilidade à solução. Quando os desafiei a encontrarem outras formas de solução [...] todos buscaram uma segunda solução. Construímos, em conjunto, uma fórmula para a resposta já encontrada. Interessante lembrar que os alunos que normalmente apresentam maior dificuldade nos algoritmos, foram os que primeiro e melhor resolveram as questões. Por ter sido muito requisitado durante as diversas tentativas de solução dos problemas, me senti verdadeiramente professor, uma vez que não precisei dar a resposta para eles, mas, com pequenas dicas, induzi-los a encontrá-la. [...], nossos alunos são capazes de encontrar soluções que fogem das receitas de bolo comumente encontrados nos livros didáticos. Escrevo isso, pois meus alunos apresentaram variadas formas de resolução dos problemas. De forma provocativa, faço outro questionamento: há ainda uma única razão para perguntas que tenham resposta única? Ou de forma ainda mais provocativa: qual o sentido de uma pergunta se sabemos a sua resposta? (B3)

Os encontros proporcionaram ao grupo pensar, criar de forma mais livre, valorizando o saber dos discentes e a criatividade na elaboração de estratégias, para resolver um problema. (B4)

Muitos resolveram os problemas por desenhos, tentativas, lógica. Houve uma chuva de ideias e uma diferente da outra. Com o passar dos encontros, muitos alunos foram deixando de lado os conteúdos matemáticos para buscarem outras estratégias para resolver o que era proposto. (B5)

Corroborando com os relatos, fica clara a capacidade que os alunos têm de solucionar problemas usando caminhos não convencionais. Além disso, nos encontros presenciados, os alunos chamavam constantemente o professor para participar das discussões dos grupos, pois queriam saber quem tinha solucionado corretamente determinado problema e, se surpreendiam ao perceber que diferentes resoluções levavam a uma solução adequada. Dante (2003) aponta que é interessante propor várias estratégias para resolução de problemas, mostrando que não existe uma única estratégia ideal e infalível.

Tiveram a oportunidade de criar de forma livre, buscando diferentes meios como: esquemas, desenhos, tentativas, lógica, chegando inclusive a definições matemáticas. Para Cavalcanti (2001, p. 125), “Deixar que os alunos criem suas próprias estratégias para resolver problemas favorece um envolvimento maior deles com a situação dada”. Tornando-se assim, mais responsáveis pela resolução além de aprenderem a expor suas ideias em discussões do grupo. Essa liberdade foi aparecendo mais nitidamente no decorrer dos encontros, quando se familiarizaram com a proposta e conseguiram criar sem usar fórmulas prontas e deixando de lado alguns conteúdos específicos. Dante (2003) afirma que um bom problema não deve ter a aplicação direta de uma ou mais operações aritméticas e sim possibilitar levantamento de hipóteses e o uso de diferentes estratégias. National Council for Teachers of Mathematics (2000 apud TRIPATHI 2009, p. 169) descreve a resolução de problemas com base em:

Problemas interessantes e bem selecionados para lançar nas aulas de matemática e envolver os alunos. Desta forma, novas ideias, técnicas e relações matemáticas surgem e tornam-se o foco da discussão. Bons problemas podem inspirar ideias matemáticas importantes, estimular a persistência e reforçar a necessidade de compreender e utilizar várias estratégias, propriedades e relações matemáticas.

Assim, a escolha dos problemas a serem explorados também é de fundamental importância para o bom desenvolvimento do trabalho.

CATEGORIA 4: ENCORAJA O COMPROMISSO DOS ALUNOS PROMOVENDO PROTAGONISMO, AUTONOMIA E COOPERAÇÃO.

Seguem alguns relatos dos docentes que motivaram a elaboração desta categoria, acompanhada da percepção das pesquisadoras.

Durante os encontros ocorreram muitas discussões e trocas de ideias. Durante a correção um grupo de alunos fez questão de ir até na frente da sala para demonstrar o resultado encontrado. Houve certa desconforto por parte dos alunos, estavam muito envolvidos na realização das atividades propostas, houve troca de saberes. Percebi os alunos empolgados e fazendo muitas discussões durante a realização das atividades. [...] muito criativos na formulação dos problemas e também se mostraram dispostos a resolverem os problemas criados pelos colegas fazendo os devidos apontamentos. No decorrer dos encontros pude perceber uma maior independência

dos alunos no sentido de buscar conhecimentos matemáticos e montar estratégias para obter resultados satisfatórios. Os alunos pareciam resolver os problemas com mais facilidade e segurança de quem já vem desenvolvendo as habilidades necessárias. Esse tipo de atividade torna o aluno mais crítico são mais interessantes, pois se discutia mais, eles participavam mais e tentavam explicar as situações problemas da maneira que entendiam o enunciado. (B1)

Com o passar do tempo notei um aumento na autonomia dos alunos, criatividade para resolução e autoestima a cada acerto novo. As atividades foram boas, desafiadoras e envolveu a turma, proporcionando debates, sobre as diferentes resoluções e acredito que foi bastante significativo, para todos. (B4)

Esta atividade envolveu a interação dos grupos, situações criativas e dinâmicas, além da troca de ideias e opiniões e os diferentes pontos de vista. Todos os alunos participaram da atividade proposta. (B5)

Foi possível observar, pelos relatos, o crescente envolvimento dos alunos e o quanto a proposta favoreceu o trabalho em equipe e possibilitou troca de ideias e opiniões. Essas características favorecem a autonomia, o protagonismo e a autoestima dos sujeitos envolvidos. Para Tripathi (2009), o trabalho em pequenos grupos promove o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos. Ao observar alguns encontros, nas diferentes escolas, as características já descritas foram as que mais chamaram atenção, pois os alunos interagiam constantemente nos grupos, debatiam e buscavam por soluções coerentes. Essa discussão entre os grupos sobre diferentes ideias possibilita uma integração valiosa (DANTE, 2003). O professor teve papel insubstituível nesse processo, instigando nos alunos a curiosidade por meio de questionamentos e reflexões, encorajando-os a continuarem.

Dos encontros vivenciados nas escolas, os alunos trabalharam em grupo, mostrando empenho no trabalho. Não estranharam a presença de uma das pesquisadoras na sala de aula, esta que interagiu com os alunos, circulando entre as classes, observando comentários e discussões que tinham como foco os desafios matemáticos que tentavam resolver. Entre os questionamentos emergentes, os alunos tiravam suas dúvidas e mostravam suas ideias, com conhecimento de caso, mostrando seu envolvimento. Diniz (2001) relaciona o envolvimento dos alunos à qualidade dos problemas, ao contexto motivador do material, levando-os a se comunicarem mais, trocar opiniões, argumentar em defesa de suas ideias, refletir sobre suas ações e sentirem-se valorizados.

CATEGORIA 5: PERMITE QUE PROFESSOR E ALUNO PERCEBAM UMA ABORDAGEM DIFERENCIADA DA HABITUAL E QUE ESTA CONECTA-SE A IMPORTANTES IDEIAS MATEMÁTICAS E COM O COTIDIANO.

Na última categoria, descrevemos relatos dos professores que demonstram a percepção diferenciada em relação ao material aplicado, seguido da análise crítica das autoras.

O material estava bem preparado, contribuiu para eu lembrar alguns conhecimentos vistos na faculdade e colocá-los novamente em prática. Alguns conhecimentos matemáticos foram lembrados entre os alunos. (B1)

Acharam legal (alunos), pois não precisavam seguir regras e fórmulas, uns acharam fácil e outros meio complicado. Chegaram a conclusão que problemas não é só na disciplina de Matemática, que os problemas são nossos desafios diários. (B2)

Fui muito requisitado, principalmente nas questões sem números, "isso é matemática,

professor?” [...] permiti que escolhessem quais problemas queriam fazer e escolheram as questões em que pudessem fazer esquemas. Será em função da proposta desse trabalho? Me encantei com o teu projeto, pena que não tenhamos tempo de realizar projetos diferenciados, como o teu, em todas as escolas que trabalhamos. Acredito que tornar nossos alunos pensantes e reflexivos passa, necessariamente, por trabalhos como o teu. No entanto, esses trabalhos precisam ser divulgados nas escolas. (B3)

Sentiam-se desafiados com a proposta. Ministras os encontros tornou-se prazeroso, motivador e envolvente. O bom desempenho na resolução dos problemas foi observado, nos resultados desta turma, em relação a outras escolas, na OBMEP e na OBM. Possivelmente este trabalho contribuiu para este resultado. Os alunos comentaram que atividades como estas, permitem uma melhor preparação para as avaliações como OBMEP, OBM, ENEM, concursos e vestibular. Gostei do material e de seus resultados em sala de aula. Considerando que o material elaborado está muito bom e temos poucos trabalhos neste sentido direcionado para professores, a iniciativa foi boa. Pretendo dar continuidade as atividades de resolução de problemas, tanto nesta turma, quanto iniciar em outras. Acredito que metodologias diferenciadas sempre são bem vindas ao nosso trabalho e apreciada pelos alunos. Embora o ensino tradicional ainda prevaleça, cabe a nós professores inovar e aprimorar a Educação Matemática. (B4)

Atividades diferentes que estimulam a imaginação e a criatividade dos alunos, sempre são um desafio para eles isso é muito bom para desenvolver o raciocínio lógico. O trabalho foi de grande relevância, pois tiveram a oportunidade de observar que há diferentes formas para se criar ou resolver problemas. Com esta abordagem os alunos foram criativos, compreenderam o que está sendo trabalhado e perceberam que a Matemática não envolve apenas cálculos. Desenvolveu nos alunos a criatividade, o raciocínio lógico, a compreensão através da leitura, diferentes estratégias de resolução, tornou os alunos mais críticos e participativos. (B6)

[...] a maioria (alunos) teve muita dificuldade, pois não viam mais problemas desde a 5ª série. Seu trabalho está contribuindo muito, [...]tenho certeza que ele está abrindo a mente de muitos alunos. (B7)

Pelos relatos apresentados fica claro que os alunos perceberam uma abordagem diferenciada, estranhavam problemas sem números e com excesso de dados, de modo geral não estavam habituados a trabalhar com a formulação de problemas. Por isso, há de se ter o cuidado de abordar a Matemática de forma mais ampla, sem simplificar os problemas em meros exercícios, em que o aluno apenas utilizar determinados algoritmos de forma mecânica. É importante que o aluno tenha a oportunidade de criar estratégias para formulação e resolução de problemas, preparando-o para situações novas, que exigem maior desafio.

Os alunos buscavam, por vezes, relacionar o que era proposto aos conteúdos que estavam aprendendo, auxiliando na compreensão de conceitos em que apresentavam dificuldades. Vale ressaltar que, apesar de não estarem explícitos os conteúdos matemáticos presentes em cada encontro, eles estavam inseridos no contexto deste material, ficando a critério dos professores mediadores explorá-los ou não, durante os encontros. Os discentes perceberam que Matemática tem a ver com desafios diários, que não envolve apenas cálculo, por isso buscaram diferentes caminhos e surpreenderam os professores. Para Dante (2009, p. 19), “Ensinar apenas conceitos, habilidades, procedimentos e atitudes que atualmente são relevantes parece não ser o caminho, pois eles poderão tornar-se obsoletos daqui a 15 ou 20 anos, quando a criança de hoje estará no auge de sua vida produtiva”.

Os docentes visualizaram uma metodologia diferente da habitual, o que foi um dos objetivos e preocupação das pesquisadoras no momento da elaboração do material.

Mencionaram que existem poucos trabalhos direcionados aos professores com este foco, e de fato poucos problemas puderam ser utilizados na íntegra, pois apesar dos livros específicos sobre resolução de problemas apresentarem inúmeros problemas, a maioria deles está direcionado ao ensino fundamental e, principalmente, às séries iniciais. Constatou-se que o material elaborado apresentou diferentes problematizações, na percepção dos professores, com problemas não convencionais e sem soluções evidentes.

A satisfação dos professores é outro fator importante, uma vez que aceitaram o desafio de explorar o material elaborado, se envolveram na dinâmica da proposta e perceberam os alunos engajados, gerando bons questionamentos e reflexões em relação ao ensino da Matemática. Os profissionais relataram ser prazeroso e desafiador utilizar o material, alguns descreveram que pretendem dar continuidade a esta exploração visando inovar e aprimorar suas aulas, para que não se resumam a atividades para aplicação de conteúdos. Para Polya

No ensino da Matemática, podem-se fazer necessários problemas rotineiros, até mesmo muitos deles, mas deixar que os alunos nada mais façam é indesculpável. O ensino que se reduz ao desempenho mecânico de operações matemáticas rotineiras fica bem abaixo do nível do livro de cozinha, pois as receitas culinárias sempre deixam alguma coisa à imaginação e o discernimento do cozinheiro, mas as receitas matemáticas não deixam nada disso a ninguém (POLYA, 1995, p. 124).

Neste sentido não se intencionou abolir o método convencional utilizado pelos professores, apenas apresentar outras possibilidades que são viáveis de explorar com os alunos. Durante os encontros presenciados, foi possível observar que o material possibilitou aos sujeitos envolvidos, novos olhares e diferentes abordagens. O professor B1 iniciou o encontro presenciado dizendo, “não é difícil pessoal, só diferente do que vocês estão acostumados”. Já o professor B3 iniciou com uma reflexão sobre a transformação do senso comum para evolução do conhecimento e sobre a importância da leitura e escrita para abordar o encontro proposto. O mesmo buscou intervir o mínimo possível, parecia ter mais conhecimento dessa metodologia. O professor B7 parecia mais inseguro, porém disposto e envolvido com a proposta, talvez por não estar familiarizado com a metodologia, pediu que eu mediasse o encontro e auxiliasse os alunos. Nessa escola a dificuldade dos alunos se destacou em relação às demais.

Em outro encontro presenciado, a professora B4 tinha uma didática interessante, envolveu-se constantemente com os grupos fazendo inúmeros questionamentos a partir das dúvidas apresentadas pelos alunos. Já a professora B5, tinha bastante tranquilidade para lidar com a proposta, pois ao entrar na sala os alunos já esperavam ansiosos pelos desafios do encontro. Alguns alunos pareciam inseguros no começo, mas em seguida se envolveram e criaram gosto pela ideia. Alguns grupos se destacavam, apresentavam uma lógica surpreendente e finalizavam as atividades antes dos demais.

Merece destaque também a reflexão do professor B3 ao ressaltar a importância de vincular as pesquisas da universidade com a Educação Básica. Quanto a isso Onuchic (2012, p. 3), questiona: “Como nossa pesquisa acadêmica se relaciona com a nossa educação básica? Há transferência do produto de nossas dissertações e teses para o professor de sala de aula?”. Refletindo sobre isto, acredito que o produto desta dissertação conseguiu de certa forma integrar escola e universidade, através das intervenções nas escolas públicas envolvidas.

4 CONSIDERAÇÕES

A organização do material didático, disponibilizado aos docentes, foi uma etapa bastante desafiadora, pois planejar sob a perspectiva da resolução de problemas sem vínculo a conteúdos matemáticos específicos para diferentes realidades, não é rotineiro para as pesquisadoras. Outra dificuldade foi encontrar produções sobre resolução de problemas voltadas ao ensino médio, pois a maioria é focada no ensino fundamental e nas séries iniciais. No entanto, as leituras de textos escritos por autores que já estudam esta metodologia, possibilitaram concluir esta etapa. Apesar de julgar o material didático elaborado relevante para o ensino, este poderia ter sido mais significativo se planejado em conjunto com os professores envolvidos nesta pesquisa, fato este que não foi possível para esta prática.

A abordagem deste material, em vista das observações realizadas e descrições dos professores, mexeram com a sala de aula, uma vez que houve constante interação entre alunos e professores, que estavam inquietos com a dinâmica dos encontros que evidentemente não fazia parte do seu dia-dia, exigindo com que ambos saíssem da zona de conforto. Vale ressaltar que os principais sujeitos desta pesquisa foram os professores, porém os dados apresentados por estes profissionais estão direcionados principalmente aos alunos, uma vez que relataram principalmente a reação dos alunos e raramente suas percepções diante da prática. De qualquer forma, o objetivo era inovar a metodologia para melhorar a aprendizagem. Quanto a isso, ficou evidente que os professores que aderiram à proposta, cada um dentro de suas possibilidades, ficaram satisfeitos com os resultados apresentados pelos alunos. Evidenciou-se, que alguns alunos tiveram mais dificuldades em relacionar e interpretar os dados, pois buscavam vincular a proposta com conteúdos já aprendidos, mas no decorrer das aulas, perceberam que não precisavam de fórmulas prontas porque tinham autonomia e independência para criar e resolver os problemas.

Os alunos passaram a repensar o significado da Matemática e apresentaram características fundamentais como: criatividade, dinamicidade, reflexão, concentração, comparação, persistência, argumentação, criação, raciocínio lógico, protagonismo, entre outras. Ficou evidente aos professores que os alunos que têm maior facilidade no algoritmo apresentam maior dificuldade na interpretação e resolução de problemas em que não evidenciem o conteúdo e técnicas relacionados.

A intervenção pedagógica realizada pelos sete professores mostrou que os alunos ao longo de aproximadamente três meses de intervenção foram desenvolvendo habilidades para formulação e resolução de problemas, além de demonstrar maior interesse, independência e confiança para resolver o que era proposto. O sucesso dessa proposta está no desenvolvimento de uma cultura em sala de aula onde os alunos sejam livres para opinar, criar, achar soluções diferentes, percorrer caminhos distintos, comparar e debater hipóteses, mudando a si mesmos através de questionamentos e debates.

Para os professores envolvidos, essa proposta pode ter sido o começo de algumas mudanças, possibilitando reflexões em sua prática, e possivelmente, visualizando a resolução de problemas como uma ferramenta metodológica para o ensino da Matemática. Assim, estes professores ao se questionarem, “como ensinar Matemática através da resolução de problemas?”, terão uma percepção diferente da qual tinham antes de fazer esta abordagem, uma vez que a mudança começa a partir de pequenas práticas como esta, em que os sujeitos envolvidos transformam suas concepções em relação aos processos de ensino e aprendizagem.

Para Onuchic e Alevatto (2004), a Matemática pode ser melhor ensinada através da resolução de problemas, levando o aluno a “pensar sobre” e, apesar de ser mais difícil ao professor, depois que experimentam ensinar desse modo nunca voltam a ensinar de forma tradicional. Estimular os alunos a desenvolverem e compreenderem a Matemática, através do seu próprio raciocínio vale todo esforço e, de fato, é divertido, também para os alunos.

É pertinente reforçar que não há a pretensão de eliminar a resolução de problemas vinculados a conteúdos específicos, apenas mostrar que existem possibilidades dos alunos obterem um bom desempenho em práticas diferenciadas além de disseminar, junto aos professores, novas alternativas de ensino. No decorrer da pesquisa, foi possível perceber a positiva influência desta proposta na prática docente, especialmente, no quesito rigidez com que os conteúdos são trabalhados.

REFERÊNCIAS

BARROS, D. M. de. **Enigmas, desafios, paradoxos e outros divertimentos lógicos e matemáticos**. São Paulo: Novas Conquistas São Paulo Editora, 2003.

BUSCHAW, D.; BELL, M.; POLLAK, H. O.; THOMPSON, M.; USISKIN, Z. **Aplicações da matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

CARVALHO, M. **Problemas? Mas que problemas?! : estratégias de resolução de problemas matemáticos em sala de aula**. 5. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2012.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121 - 149.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2003.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

DINIZ, M. I. Os problemas convencionais nos livros didáticos. In: SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 99-102.

ONUCHIC L. de la R. A resolução de problemas na educação Matemática: onde estamos e para onde iremos? In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IV E JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XVII.,2012, Rio Grande do Sul. **Anais...** Rio Grande do Sul: Universidade de Passo Fundo. 2012, p. 1-15. Disponível em: <<http://anaisjem.upf.br/download/cmp-14-onuchic.pdf>>. Acesso em: 17 dez. 2018.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73 – 98, dez. 2011.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino – aprendizagem de Matemática através da Resolução de problemas. In: BORBA, M. de C.; BICUDO, M. A. V. (org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196p.

TRIPATHI, P. N. **Problem Solving In Mathematics: a Tool for Cognitive Development**. State University of New York, Oswego, USA. 2009, p. 168 - 173. Disponível em: <http://cvs.gnowledge.org/episteme3/pro_pdfs/27-tripathi.pdf> Acesso em: 12 dez. 2018.

Sites consultados

EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM), 2012. Disponível em: <<https://bit.ly/2URqZj2>> Acesso em: 15 dez. 2018.

PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSAS DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA (PIBID), 2012. Disponível em: <<https://bit.ly/2QDawAy>>. Acesso em: 15 dez. 2018.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP), 2010. Disponível em: <<https://bit.ly/2BofaYG>>. Acesso em: 15 dez. 2018.