



MODELAGEM MATEMÁTICA E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: UMA ANÁLISE A PARTIR DOS ARTIGOS PUBLICADOS NA CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MATHEMATICAL MODELING AND THE THEORY OF RECORDS OF SEMIOTIC REPRESENTATION: AN ANALYSIS FROM THE ARTICLES PUBLISHED IN THE NATIONAL CONFERENCE ON MODELING IN MATHEMATICS EDUCATION

Gabriele de Sousa Lins Mutti

Doutoranda em Educação em Ciências e Educação Matemática
Universidade Estadual do Oeste do Paraná-UNIOESTE
gabi_mutti@hotmail.com

Cristiane Elise Reich Matioli

Mestranda em Educação em Ciências e Educação Matemática
Universidade Estadual do Oeste do Paraná-UNIOESTE
cris.matioli@gmail.com

Tiago Emanuel Klüber

Doutor em Educação Científica e Tecnológica
Coordenador do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática
Universidade Estadual do Oeste do Paraná-UNIOESTE
tiagokluber@gmail.com

Resumo

Dentre as contribuições que decorrem da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, está a de que a aprendizagem da Matemática está associada à capacidade do aluno de transitar por diferentes registros. Ambientes de Modelagem Matemática, por sua vez, têm sido entendidas na literatura e em eventos da área da Educação Matemática como espaços que favorecem esse trânsito. Tomando a relação entre a Modelagem e a Teoria dos Registros como região de inquérito, realizamos uma metapesquisa orientada pela interrogação: *O que se mostra da relação entre a Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semióticas, nos artigos publicados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática?* A interrogação foi estabelecida a partir de uma abordagem qualitativa de pesquisa, por meio da análise de conteúdo dos 483 publicados na Conferência de 2005 a 2017. Dezesete trabalhos se mostraram convergentes à nossa interrogação, os quais foram categorizados com o auxílio do *software* Atlas.ti e posteriormente analisados. Os resultados revelaram que as atividades de Modelagem parecem favorecer não só a mobilização de diferentes registros de representação como transformações entre eles, notadamente, a conversão do registro gráfico para o algébrico, deveras incomum no contexto escolar.

Palavras-chave: Metapesquisa. Educação Matemática. Registros de Representação. Modelagem Matemática.

Abstract

Among the contributions that arise from the theory of the records of semiotic representation of Raymond Duval, is that the learning of mathematics is associated with the student's ability to carry through different records. Mathematical modeling environments, in turn, have been understood in literature and events in the area of mathematical education as spaces that favor this traffic. Taking the relationship between the modeling and the theory of the registers as a region of inquiry, we conducted a metaresearch oriented by interrogation: *What shows the relationship between mathematical modeling and the theory of the records of semiotics, in Articles published at the National Conference on Modeling in mathematics education?* The interrogation was established from a qualitative research approach, through the content analysis of the 483 published at the conference from 2005 to 2017. Seventeen works were converging on our interrogation, which were categorized with the aid of Atlas. TI software and subsequently analyzed. The results revealed that modeling activities seem to favor not only the mobilization of different representation records as transformations between them, notably, the conversion of the graphic record to the algebraic, rather unusual in the context School.

Keywords: Meta-research. Mathematical education. Representation Records. Mathematical modeling.

1 SOBRE O CONTEXTO DA DISCUSSÃO

Dentre as tendências¹ metodológicas da Educação Matemática, a Modelagem Matemática² tem se destacado não só como área de pesquisa, mas, notadamente, como aliada do processo de ensino e aprendizagem da Matemática (TAMBARUSSI, 2015; MUTTI, 2016). Burak (1987, p.32, grifo nosso) corrobora a isso quando diz que:

No estudo da matemática através da modelagem, as atividades se constituem na ação de refletir, de fazer, de construir, de concluir e de generalizar. Esta é a liberdade que essa prática educativa parece permitir a cada participante do processo, ao favorecer o uso de suas próprias estratégias.

Da citação, depreende-se aspectos que até a chegada do Movimento da Educação Matemática ao Brasil, na década de 1970, eram pouco considerados, tanto no contexto acadêmico quanto no escolar. Referimo-nos à preocupação com “a maneira natural de pensar” do aluno, com sua “capacidade cognitiva [...], sua cultura, os fatores sociais e econômicos, a língua materna e outros” (BURAK; KLÜBER, 2008, p.94). Essas preocupações e a admissão da relevância de se tomar o ensino da Matemática para além da axiomatização, da lógica e da memorização, valorizando iniciativas pedagógicas que incentivassem os alunos a elaborar suas próprias estratégias para resolução de problemas associados a questões de seu interesse, acabaram, de certo modo, contribuindo para o reconhecimento do trabalho com a Modelagem na escola.

Desde então, autores como as de Barbosa (2001), Biembengut (1999), Burak (2004) e Almeida, Silva e Vertuan (2012) têm ressaltado os seguintes aspectos, como argumentos a adoção da modelagem matemática nas práticas dos professores: a possibilidade de relacionar a Matemática com as mais distintas áreas do conhecimento; o incentivo ao desenvolvimento da autonomia dos alunos e, destacadamente, a oportunidade de auxiliá-los na compreensão dos conteúdos matemáticos e de suas aplicações em situações problema provenientes do cotidiano.

O fato de a Modelagem contribuir, segundo os autores supracitados, para a compreensão dos conteúdos matemáticos e da relação entre eles e os problemas cotidianos é digno de nota pois, dentre as compreensões que existem quanto a construção do conhecimento matemático, está a mencionada por Davis e Hersh (1998, p.293) que tomam a Matemática como proveniente “[...] da conexão da mente com o mundo externo...”. Vertuan, Silva e Almeida (2009) entendem, entretanto, que a explicitação dessa conexão está vinculada ao uso de representações semióticas³.

Raymond Duval foi um dos estudiosos que se dedicou a compreender em maior profundidade o uso de distintos registros de representação semiótica para o estudo dos objetos

¹Tendência refere-se a “um movimento efetivo daquilo que tem permanecido enquanto e como alguns modos de se pensar e fazer Educação Matemática em nosso país e também em outras partes do mundo”(KLÜBER, 2012, p.33).

²Esclarecemos que neste trabalho adotaremos os termos Modelagem Matemática e Modelagem como sinônimos.

³Representações semióticas são “as produções constituídas pelo emprego de regras de sinais (enunciado em língua natural, fórmula algébrica, gráfico, figura geométrica, ...)” (DUVAL, 2009, p.15).

matemáticos⁴, chegando ao desenvolvimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (T.R.R.S) que, dentre suas contribuições, sustenta que a aprendizagem da Matemática está intimamente associada à capacidade do aluno de transitar por diferentes registros (DUVAL, 2003). O mesmo autor continua dizendo que “na medida em que a Matemática tende a diversificar os registros de representação, sua aprendizagem específica pode contribuir fortemente para o desenvolvimento das capacidades cognitivas globais dos indivíduos” (DUVAL, 2003, p.29-30).

Considerando, assim como Almeida e Vertuan (2010), a possibilidade de a Modelagem se configurar como meio para a viabilização do desenvolvimento cognitivo global mencionado por Duval na citação anterior, diversos pesquisadores, no âmbito da comunidade da Educação Matemática, têm tomado as aproximações entre a Modelagem e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como objeto estudo. Além de serem desenvolvidas no contexto de dissertações de mestrado, como é o caso das pesquisas realizadas por Vertuan (2007) e Silva (2008), investigações dirigidas a essa temática também são encontradas em periódicos e eventos da área (SILVA; ALMEIDA, 2009, BARROS; MELO; KATO, 2017, SCHELLER; BONOTO, 2017).

No que concerne aos eventos da área, a Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM) em particular, se destaca como um dos mais proeminentes espaços de divulgação e discussão nacional de pesquisas dirigidas à Modelagem Matemática, fornecendo um vislumbre das temáticas consideradas como foco de interesse da comunidade e as quais os pesquisadores e grupos de pesquisa têm se dedicado.

Vale ressaltar, nesse sentido, que dentre as pesquisas publicadas nas dez edições⁵ da CNMEM, desde a sua criação no ano de 1999 até a sua mais recente edição no ano de 2017, existem as que buscam discutir a relação entre a Modelagem e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e, notadamente, os seus reflexos na aprendizagem da Matemática pelos alunos, o que nos permite considerá-la não só como uma temática ainda corrente, mas que nos leva a abrir os seguintes questionamentos: *O que dizem esses trabalhos? Quais são seus objetivos e o que revelam seus resultados?*

Provocados por esses questionamentos iniciais, pelas reflexões acerca da Teoria dos Registros de Representação Semiótica que nos foram oportunizadas no âmbito da Disciplina de Didática Fundamental da Matemática (componente do programa de pós-graduação⁶ ao qual estamos veiculados) e assumindo a Modelagem Matemática como nossa região de inquérito desde o desenvolvimento de nossa pesquisa de mestrado, consideramos pertinente interrogar: *O que se mostra da relação entre a Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semióticas nos artigos publicados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática?*

⁴ Objeto matemático é “qualquer entidade ou coisa à qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo, que intervém de alguma maneira na atividade matemática” (GODINO *et al*, 2006, p.5).

⁵ A Conferência acontece desde o ano de 1999 e ocorre a cada 2 anos.

⁶ Referimo-nos ao programa de pós-graduação *stricto sensu* em Educação em Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, *campus* Cascavel-PR.

A opção por olhar para os trabalhos publicados na CNMEM de modo específico se deu por esse ser, como dissemos, um evento nacional que reúne grande parte dos pesquisadores da comunidade da Modelagem Matemática, particularidades que julgamos relevantes para que pudéssemos explicitar o que tem sido discutido sobre essa temática no âmbito da comunidade nos últimos dez anos.

Essa iniciativa se mostra inédita uma vez que ao realizarmos uma busca no Banco de Teses da Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES), no *Google Acadêmico* e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações não se evidenciaram, ao menos até o momento da busca⁷, pesquisas que tenham se dedicado a investigar de modo amplo as relações entre a Modelagem e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. A validade desse esforço se deve não só à possibilidade de trazer à tona pormenores relacionados aos focos de discussão dos estudos já realizados, mas, notadamente, a de explicitar aspectos sobre essa temática ainda pouco discutidos e que talvez possam ser abraçados por pesquisadores que estejam por ela interessados.

Diante do exposto, esclarecemos que este artigo objetiva explicitar as relações entre a Modelagem e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica reveladas pelos trabalhos publicados na CNMEM. Para tanto, organizamos o texto de modo a apresentar nos dois próximos subtítulos algumas considerações teóricas sobre a Modelagem e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Na sequência, discorreremos sobre a trajetória metodológica de investigação percorrida e concluímos descrevendo e discutindo aquilo que se mostrou das categorias constituídas nesse estudo.

2 SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA: ALGUMAS CONCEPÇÕES

A Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática (PARANÁ, 2008) que se consolidou no Brasil a partir da década de 1970, após o declínio do Movimento da Matemática Moderna e o surgimento dos primeiros trabalhos sobre ela desenvolvidos pelos professores Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D'Ambrósio e Rodney C. Bassanezi (BIEMBENGUT; HEIN, 2003).

Mencionada na literatura e nos documentos que orientam as políticas públicas de ensino como uma possível aliada para o trabalho com a Matemática na escola, a Modelagem favorece a “intervenção do estudante nos problemas reais do meio social e cultural em que vive [contribuindo assim] para sua formação crítica” (PARANÁ, 2008, p.65, inserção nossa) bem como, sua participação ativa no processo de aprendizagem, assumindo o professor nesse contexto a postura de mediador (BURAK, 2004; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) e não mais visto, ingenuamente, como detentor absoluto do conhecimento matemático.

As particularidades inerentes ao trabalho com a Modelagem na escola acabaram motivando diversos autores a se dedicarem ao seu estudo. Dentre esses, alguns dos que se explicitam, segundo Bicudo e Klüber (2011), como principais referências em Modelagem

⁷ Realizada no mês de dezembro do ano de 2017.

Matemática no contexto da Educação Matemática, são os autores: Rodney C. Bassanezi, Dionísio Burak, Jonei Cerqueira Barbosa e Lourdes M. W. de Almeida.

Focando a Modelagem Matemática, sob diferentes aspectos, as pesquisas desenvolvidas pelos autores supracitados deram origem à distintas concepções de Modelagem Matemática. Bassanezi (2009, p.24), por exemplo, entende que a Modelagem Matemática está associada a formulação e “validação de modelos matemáticos [...] consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”.

Dirigindo sua atenção à Modelagem voltada ao contexto da sala de aula, Burak (1987, p.17-18) a assume “como uma metodologia alternativa para o ensino da Matemática que procura dar ao aluno mais liberdade para raciocinar, conjecturar, estimar e dar vazão ao pensamento criativo estimulado pela curiosidade e motivação”. Barbosa (2001, p.6), por sua vez, defende a Modelagem como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” e Lourdes M. W de Almeida, no que lhe diz respeito, toma a Modelagem como “[...] alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.22).

Como vimos, embora sejam distintas, essas concepções convergem em relação aos benefícios que a Modelagem pode trazer ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática no contexto da sala de aula, independentemente, da modalidade ou nível de ensino ao qual seja inserida (MUTTI, 2016) pois, além dos aspectos já mencionados no início desse texto, ela pode contribuir para o rompimento da linearidade do currículo e para o estreitamento da relação professor/aluno (BURAK, 2004, KLÜBER; BURAK, 2014, ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Além de esclarecer aspectos da Modelagem Matemática na Educação Matemática como o fizemos, é necessário arrolar explicitações sobre Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, antes de adentrarmos nos aspectos metodológicos, análises e interpretações propriamente ditos.

3 SOBRE A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE RAYMOND DUVAL

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval (2003, 2004, 2012), parte do pressuposto de que a aprendizagem matemática ocorre por meio da coordenação entre diferentes registros de representação semiótica.

Sendo a Matemática uma disciplina que trabalha com objetos que não são perceptíveis ou observáveis (DUVAL, 2012), é reconhecida a importância dessa teoria nas pesquisas em Educação Matemática. Referindo-se aos objetos matemáticos Duval (2003, p.21), menciona que:

[...] diferentemente dos outros domínios do conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivelmente ou microscopicamente [...] O acesso aos objetos passa necessariamente por representação semiótica. Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação.

Nesse sentido, para que o aluno consiga conceitualizar um objeto matemático, o ensino da Matemática deve se pautar em uma variedade de representações e transformações. Alinhado a esta discussão, Duval (2003) considera necessária a participação do professor nesse processo, pois a coordenação entre registros⁸ não se dá por participação única do aluno, e sim pelo estímulo do professor e, além disso, Duval (2012, p.3) considera ainda que “as representações semióticas desempenham um papel fundamental na atividade matemática”.

Outro aspecto sobre a importância dessa variedade de representações é que, de acordo com Duval (2004), é a conversão⁹ entre as representações de um mesmo objeto que possibilita a construção do conhecimento matemático. Duval (2004) afirma que é necessário que o sujeito recorra a algum tipo de representação, seja ela gráfica, algébrica ou em língua materna para que ele consiga apreender um determinado conceito matemático. Pode-se dizer que o processo de aprendizagem se dá na possibilidade de o aluno conseguir transitar entre diferentes tipos registros de representação.

Além disso, Duval (2003, p.14) menciona que, “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação”. Uma vez admitida essa premissa impõe-se a necessidade de que um mesmo objeto matemático seja explorado em sala de aula por meio de diversos registros de representação, pois segundo o autor é por meio da transição entre os registros que ocorre a apreensão de um conceito matemático.

No entanto, segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, há dois tipos de transformações de um registro de representação para outro: os tratamentos e as conversões. A distinção entre esses dois registros permite analisar o funcionamento do sistema cognitivo do sujeito em relação à compreensão e desenvolvimento de uma atividade de matemática. Ao tratar da distinção entre as transformações de registros, Duval (2003, p.16) explica que:

[...] tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação. [...] conversões são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica.

Nesse contexto, entende-se que o ensino da Matemática deve estar pautado na diversidade de registros de representação para um objeto matemático, bem como na possibilidade de troca de representação sempre que necessário, pois de acordo com essa teoria, somente quando o aluno for capaz de transitar entre um registro de representação e outro, podemos afirmar que ele apreendeu o conceito de um objeto matemático.

⁸ Quando utilizarmos os termos registro ou registro de representação estaremos nos referindo aos registros de representação semiótica.

⁹ A conversão é uma das atividades cognitivas fundamentais para que uma representação seja considerada um registro de representação semiótica.

Uma vez esclarecidos aspectos da Modelagem Matemática e das Teoria dos Registros de Representação Semiótica, explicitamos a trajetória de investigação que se sustentou após o estudo teórico aqui sistematizado.

4 TRAJETÓRIA DE INVESTIGAÇÃO DELINEADA

Falar da trajetória de investigação delineada envolve explicitar, cuidadosamente, os passos que demos na busca por uma compreensão mais aprofundada acerca do interrogado, “esse não é um cuidado subjetivo, carregado de aspectos emocionais. Mas é um cuidado que busca a atenção constante do pesquisador para proceder de modo lúcido, analisando os passos que dá em sua trajetória” (BICUDO, 2005, p.11).

Nessa perspectiva, esclarecemos que a investigação que ora apresentamos se trata de uma metapesquisa, definida por Bicudo e Paulo (2011, p.255), “como pesquisa sobre a pesquisa”, que se deu a partir do levantamento dos trabalhos publicados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM) no período¹⁰ de 2005 a 2017. Foram considerados os trabalhos publicados em todas as modalidades, isto é, Comunicações Científicas, Relatos de Experiência e Pôsteres, num total de 483 trabalhos.

Para realizar o levantamento inicial acessamos um por um dos trabalhos publicados nos anais da CNMEM, no período supracitado, utilizando como descritores para a busca as expressões: “Registros de Representação”, “Teoria dos registros”, “Duval” e “Representação Semiótica”. Emergiram dessa procura um total de 18 trabalhos. Passamos assim a leitura integral de todos eles, leitura essa, orientada pela interrogação: *O que se mostra da relação entre a Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semióticas, nos artigos publicados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática?* Esse movimento revelou que 17 dos 18 trabalhos elencados se mostravam convergentes a nossa interrogação.

Com efeito, os 17 trabalhos que diziam da relação entre a Modelagem e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica foram então tomados como documentos primários, isto é, como os documentos base para a pesquisa, de modo que os intitulamos documentos P1, P2,..., P17. O quadro 1 apresenta os trabalhos elencados, seus autores, foco/objetivos, modalidade e ano do evento no qual foram publicados.

¹⁰ Os anos de 1999, 2001 e 2003 não foram considerados pois não tivemos acesso aos anais do evento nesses respectivos anos.

Quadro 1: Textos analisados

Título (Mod./Ano/Autores)	Foco/Objetivos
P15- Modelagem Matemática num contexto de Educação Ambiental no Ensino Fundamental (RE/2005/ José Maria Soares Rodrigues)	Descrevem os principais aspectos que emergem do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem envolvendo Lucro, discutindo particularidade da T.R.R.S.
P11- Modelagem Matemática e Registros de Representação Semiótica: um exemplo abordando o trabalho infantil no Brasil (CC/2005/ Rodolfo Eduardo Vertuan e Lourdes Maria Werle de Almeida)	Buscam analisar a utilização de diferentes registros para os conteúdos matemáticos solicitados durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem.
P10- O uso de diferentes registros em atividades de Modelagem Matemática (CC/2007/Rodolfo Eduardo Vertuan e Lourdes Maria Werle de Almeida)	Investigam como os alunos da licenciatura em Matemática lidam com os diferentes registros associados aos objetos matemáticos que utilizam em uma atividade de Modelagem.
P9- O objeto modelo matemático e suas diversas representações semióticas: uma concepção de Modelagem Matemática (CC/2009/ Ednilson Sergio Ramalho de Souza e Adilson Oliveira do Espírito Santo)	Propõem a incorporação dos estudos de Duval ao processo de Modelagem Matemática.
P14- Diálogos com/na Modelagem Matemática nas Séries iniciais (RE/2009/ Josete Leal Dias e Maria Isaura de Albuquerque Chaves)	Relatam uma experiência de Modelagem com alunos de séries iniciais articulando as discussões a T.R.R.S.
P8- O fenômeno de congruência em registros de representação semiótica: análise de uma atividade de Modelagem Matemática (CC/2009/ Claudia Carreira da Rosa e Lourdes Maria Werle de Almeida)	Investigam o fenômeno de congruência e conversões entre registros associados aos objetos matemáticos que emergem da atividade de Modelagem.
P16- A Modelagem Matemática aplicada ao esporte: um estímulo ao processo ensino-aprendizagem (RE/2009/ William Kfourri)	Relata o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem sob o tema “Esportes Olímpicos” e articula as discussões a T.R.R.S.
P7- Modelagem Matemática e semiótica: algumas relações (CC/2009/ Karina Alessandra Pessoa da Silva e Lourdes Maria Werle de Almeida)	Apresentam os resultados de uma pesquisa fundamentada na Modelagem e busca relacioná-los a Semiótica de Peirce e a T.R.R.S.
P6- A linguagem e os ‘três mundos da matemática’ em atividades de Modelagem Matemática (CC/2013/ Emerson Tortola, Bárbara N. Palharini. A. Sousa e Lourdes Maria Werle de Almeida)	Investiga o uso da linguagem em atividades de Modelagem e como esse uso dá indícios do trânsito entre diferentes registros e nos três mundos da matemática, caracterizados por David Tall.
P17- Sobre as dissertações e teses de Modelagem Matemática na educação matemática brasileira (2012) (CC/2015/ Wellington Piveta Oliveira e Tiago Emanuel Klüber)	Realizam uma metapesquisa que explicita que alguns dos trabalhos levantados discutem a relação entre e Modelagem e a T.R.R.S.
P13- O significado para função exponencial em atividades de Modelagem Matemática: o percurso de um aluno (CC/2015/ Karina Alessandra Pessoa da Silva e Lourdes Maria Werle de Almeida)	Apresentam reflexões sobre a atribuição de significado para o objeto Matemático, função exponencial, que se mostra de atividades de Modelagem.
P12- Revisitando a concepção de Modelagem Matemática segundo Ubiratan D’Ambrósio (CC/2015/ Cláudia de Oliveira Lozada)	Aborda a Modelagem à luz da concepção de Ubiratan D’Ambrosio, estabelecendo relações com a T.R.R.S.
P5- O formalismo matemático na representação dos modelos em contextos interdisciplinares de Modelagem Matemática (CC/2017/ Claudia de Oliveira Lozada, Wagner Morrone e Mauro Sérgio Teixeira de Araújo)	Refletem sobre a representação dos modelos matemáticos numa atividade de Modelagem aplicada ao ensino de Física e relacionando-a a T.R.R.S.

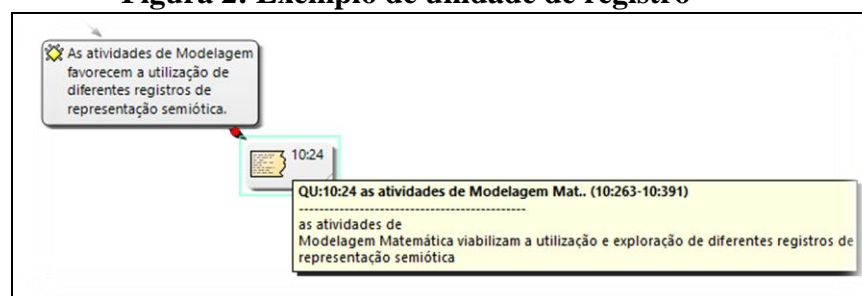
P4-Percepção de estudantes dos anos iniciais a respeito de luminosidade: uma experiência de Modelagem Matemática na educação (RE/2017/ Morgana Scheller e Danusa de Lara Bonotto)	Interrogam quais representações são utilizadas numa atividade de Modelagem sobre luminosidade.
P3-Aprendizagem significativa e registros de representação semiótica: um olhar para atividades de Modelagem Matemática (CC/2017/ Michele Carvalho de Barros, Priscila Amara Patricio de Melo e Lilian Akemi Kato)	Identificam as relações entre a teoria da aprendizagem significativa e os registros de representação em uma sequência de atividades de Modelagem.
P2-Quando a representação gráfica “não combina” com a situação representada – problematizando uma atividade de Modelagem Matemática (CC/2017/ Marlon Luiz Dal Pasquale Junior, Rodolfo Eduardo Vertuan e Ronalti Wallace Santiago Martin)	Problematizam as influências da representação gráfica como representação semiótica essencial para a compreensão do fenômeno estudado.
P1-Aproximando pressupostos teóricos que contribuem para o desenvolvimento dos conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo (CC/2017/ Silvana Cocco Dalvi, Oscar Luiz Teixeira de Rezende e Luciano Lessa Lorenzoni)	Identificam os pressupostos teóricos que contribuem para a aproximação dos conhecimentos tecnológicos, matemáticos e reflexivos durante uma atividade de Modelagem, apoiando-se no pensamento vygotskyano, no modelo de cooperação investigativa e na T.R.R.S.

Fonte: Os autores

Elencados os trabalhos, passamos a sua consideração cuidadosa, adotando como técnica de estudo a Análise de Conteúdo que, segundo Oliveira *et al.* (2003, p. 2), constitui-se como um “instrumento de análise interpretativa”, uma vez que permite “descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos [...] conduzindo a descrições sistemáticas [que ajudam] a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum” (MORAES, 1999, p.1, inserção nossa). Em síntese, a Análise de Conteúdo “[...] se configura como um procedimento confiável para atingir as linhas mestras de um texto” (OLIVEIRA *et al.*, 2003, p.16).

Visando constituir categorias para análise retomamos a leitura dos documentos primários. Ao realizarmos essa leitura, entretanto, não tomamos o dito nos textos de modo ingênuo, buscamos por outro lado, por uma consideração mais profunda do que eles diziam sobre a relação entre a Modelagem e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Esse esforço permitiu que destacássemos desses documentos unidades de registro que "correspondem ao segmento de conteúdo considerado como unidade base da análise, visando a categorização e à quantificação da informação" (RICHARDSON, 1999, p.234). A figura 2 apresenta a unidade de registro de código 10:24, referente ao vigésimo quarto destaque que realizamos no documento primário número 10.

Figura 2: Exemplo de unidade de registro



Fonte: Os autores

A busca por convergências entre as unidades de registro, otimizada pela utilização do *software* de análise qualitativa Atlas ti¹¹, permitiu que construíssemos duas categorias: 1) *C1- Sobre a relação entre a Modelagem, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e o processo de ensino e aprendizagem da Matemática* e 2) *C2- Sobre os registros de representação semiótica que emergem durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem pelos alunos*. O quadro 2 apresentamos uma síntese do que explicitam as categorias, bem como os códigos das unidades de registro que as constituem:

Quadro 2: Síntese do que dizem as categorias

Categoria	Síntese	Códigos das unidades
C1- Sobre a relação entre a Modelagem, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e o processo de ensino e aprendizagem da Matemática	A categoria é constituída de 108 unidades que dizem da possibilidade de o trabalho com a Modelagem favorecer a mobilização de diferentes registros de representação semiótica. Ela diz ainda, da relevância de os professores explorarem os diferentes tipos de registros	1:1; 1:2; 1:25; 1:26; 1:29; 2:9; 3:9; 3:11; 3:19; 3:20; 4:4; 5:1; 5:2; 5:3; 5:7; 5:9; 5:11; 5:13; 6:6; 7:2; 7:3; 7:8; 7:9; 7:10; 8:1; 8:2; 8:3; 9:1; 9:2; 9:3; 9:4; 9:5; 9:6; 9:7; 9:8; 9:9; 9:10; 10:1; 10:17; 10:24; 10:24; 11:1; 11:3; 11:17; 11:18; 11:19; 11:25; 11:30; 12:1; 1:3 1:5 1:6 1:8 1:15 1:19 1:20 1:21 1:22 1:23 1:24 1:27 1:28 1:30 2:6 3:2 3:3 3:4 3:5 5:5 5:6 6:1 6:2 6:4 6:5 6:7 7:1 7:4 7:5 7:6 7:7 8:8 10:2 10:3 10:4 10:5 10:7 10:8 10:11 10:14 10:15 10:16 10:21 10:23 11:6 11:8 11:10 11:12 11:13 11:14 11:15 11:16 11:24 13:1 14:2 15:1 15:2 16:2 17:1
C2- Sobre os registros de representação semiótica que emergem durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem pelos alunos	A categoria é constituída de 54 unidades que explicitam os diferentes registros utilizados pelos alunos ao desenvolverem atividades de Modelagem e como essa utilização pode contribuir para compreensão e resolução dos problemas propostos nas atividades de Modelagem.	2:8; 2:10; 2:12; 2:13; 3:1; 3:6; 3:7; 3:8; 3:12; 3:13; 3:14; 3:15; 3:16; 3:17; 3:18; 4:1; 4:2; 4:3; 5:4; 5:10; 5:12; 6:8; 7:11; 7:12; 7:13; 7:14; 7:15; 7:16; 7:17; 7:18; 7:19; 7:20; 7:21; 7:22; 7:23; 7:26; 7:27; 7:28; 7:29; 7:30; 8:4; 8:5; 8:6; 10:20; 10:22; 11:2; 11:26; 11:27; 11:28; 11:29; 15:3; 16:1.

Fonte: Os autores

Mencionada a trajetória de investigação percorrida, apresentaremos, no próximo subtítulo, as reflexões que emergiram da análise das duas categorias constituídas.

5 SOBRE O QUE DIZEM AS CATEGORIAS

A Categoria “*C1- Sobre a relação entre a Modelagem, a Teoria dos Registros de representação semiótica e o processo de ensino e aprendizagem da Matemática*” é constituída, como dissemos, de 108 unidades de registro associadas a todos os dezessete documentos primários considerados para esse estudo.

Das unidades que compõem essa categoria um primeiro aspecto que emerge, quase que da totalidade dos textos considerados, é a afirmação de que o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática favorece não só a utilização de diferentes registros, mas a articulação entre eles. Essa compreensão se explicita nas unidades 1:1, 3:19, 3:20 e 7:2 que dizem,

¹¹ Possuímos a licença para o uso do *software*.

respectivamente: *“Durante a atividade de Modelagem os alunos usam conhecimentos tecnológicos e matemáticos para elaboração do modelo e esse processo iterativo propicia a mobilização de diferentes registros”*; *“Os autores inferem que a Modelagem viabiliza o uso de diferentes registros e a articulação entre eles”*; *“Os autores afirmam que diferentes registros são fortemente mobilizados por atividades de Modelagem”* e *“Os autores consideram a Modelagem adequada para incentivar o acesso dos alunos a diferentes registros”*.

A relevância da mobilização de diferentes registros no contexto das atividades de Modelagem é destacada na unidade 11:25 que menciona a assertiva dos autores de que *“educar matematicamente utilizando uma abordagem social (Modelagem) e uma abordagem cognitiva (T.R.R.S) pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa e concreta”*. Outras questões destacadas pelos autores dos textos analisados, como decorrentes do trabalho com a Modelagem, são expressos pelas unidades 10:25 e 11:19: *“Os autores entendem que a interação entre a Modelagem e os registros de representação contribui para a aprendizagem de conceitos matemáticos”* e *“A utilização de diferentes representações no processo da construção de um modelo matemático pode contribuir para a obtenção de melhores resultados”*.

As unidades revelam, entretanto, que as possibilidades de aprendizagem que podem emergir do desenvolvimento de atividades de Modelagem, precisam ser estimuladas pelo professor. Ele precisa, segundo mostra a unidade 5:13, sempre que possível *“Promover atividades de Modelagem para que os alunos se habituem com diferentes representações, seus significados e a linguagem algébrica”* e à medida que essas atividades forem sendo desenvolvidas ele deve ficar atento, uma vez *“É importante que o professor analise as ações cognitivas dos alunos durante as diferentes etapas do processo de Modelagem”* (1:26).

As unidades dizem ainda que *“A coordenação dos diferentes registros associados a um mesmo objeto em atividades de Modelagem acontece por questão de necessidade”* (10:1) sendo que *“Nas atividades de Modelagem um registro complementa o outro”* (3:9). Nessa perspectiva, *“A medida que o repertório de representação dos alunos se amplia é importante que eles reflitam sobre seu uso para que possam aperfeiçoar os modelos matemáticos”* (5:9).

Dentre as particularidades concernentes aos modelos matemáticos as unidades 9:4 e 9:10 mencionam: *“Uma representação do tipo do modelo, além de evocar o àquilo que está ausente, possibilita explicação e descrição”* e *“Um mesmo objeto modelo matemático pode ser externalizado semioticamente por várias representações matemáticas”*. É digno de nota, entretanto, o que diz a unidade 9:3: *“Todo modelo é uma representação, mas nem toda representação é um modelo. Sendo assim, “Se uma representação matemática não favorecer alguma leitura científica para o sujeito, ela não será um modelo, apenas uma representação semiótica sem significado matemático”* (9:6).

A categoria *“C2 - Sobre os registros de representação semiótica que emergem durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem pelos alunos”* é constituída por 54 unidades de registro associadas aos documentos primários P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P10, P11, P15 e P16. Um aspecto relevante que emergiu desta categoria diz da diversidade de registros de representação semiótica utilizada pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática o que se mostra nas unidades 3:8, 7:28, 8:5 e 11:28: *“Durante a Modelagem o aluno precisa utilizar diferentes registros de representação semiótica”*; *“Na*

atividade de Modelagem estudada os autores afirmam terem sido evocadas muitas representações pelos alunos”; “As atividades de Modelagem envolvem diferentes representações de um objeto matemático: gráficos, relações funcionais, tabelas e figuras geométricas” e “É importante ressaltar que no desenvolvimento da atividade foi possível verificar a utilização de várias representações: expressão algébrica, gráficos, tabelas e a linguagem natural”.

Além de dizer da importância de os estudantes fazerem uso de diferentes registros, podemos encontrar na unidade 2:12, a afirmação de que os autores consideram o movimento entre esses registros como “... *fundamental para a aquisição de novas perspectivas do problema*”. As unidades dizem ainda, que na busca pela solução da atividade de Modelagem, os alunos realizaram de forma satisfatória conversões e tratamentos entre os registros de representação, a unidade 3:1 corrobora dizendo que “... *durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem os alunos utilizam diferentes registros e na busca pela solução do problema realizaram conversões, tratamentos e a coordenação entre registros*”.

Como já explicitado, tratamentos são transformações de representação que acontecem dentro de um mesmo registro. As unidades 7:12 e 7:20 evidenciam a ocorrência dessa transformação no desenvolvimento das atividades: “*Para a definição do problema da atividade de Modelagem [...] os alunos realizaram de forma satisfatória o tratamento no registro em língua natural*” e “*Para determinar o modelo que descreve o volume do tanque os alunos fizeram tratamentos no registro algébrico obtendo outro registro algébrico*”.

No que diz respeito à transformação de conversão, por sua vez, houveram diferentes tipos de conversões realizadas, no entanto, a que mais se destacou foi a conversão do registro gráfico para o registro algébrico, o que se mostra das unidades 3:15, 7:17, 7:18, e 7:21: “*Os alunos representaram os dados no plano cartesiano, analisaram o gráfico os escreveram por meio de uma função afim*”; “*Da abordagem geométrica os alunos passaram ao registro algébrico*”; “*Na atividade de modelagem houve uma conversão do registro gráfico para o algébrico*” e “*Para determinar o modelo que descreve a situação em estudo os alunos apresentaram um registro em língua natural e um algébrico, os quais foram obtidos de um registro gráfico*”.

Além do explicitado, outros tipos de conversões se evidenciaram das unidades que constituem essa categoria, conforme expressam as unidades 3:13, 4:1, 7:16, 7:27, 10:20 e 15:3: “*Para visualizar as hipóteses os alunos fizeram um esboço do corpo humano usando figuras espaciais. Passando da linguagem natural para a figurada*”; “*O aluno utilizou a representação gestual para demonstrar a diferença de luminosidade registrada pela linguagem oral*”; “*Os alunos fizeram a conversão da língua natural para o registro gráfico demonstrando que compreenderam o que estavam estudando*”; “*Os alunos realizaram uma conversão do registro gráfico para o registro tabular*¹²”; “*Na realização da atividade, após os alunos encontrarem o modelo matemático validaram o mesmo diante de uma tabela de valores e em seguida construíram sua representação gráfica*” e “*Por meio da fala e escrita dos alunos foi possível o registro por meio de outras formas simbólicas, como a algébrica*”

¹² Ainda que Duval não utilize essa classificação ela foi mantida uma vez que se trata de uma asserção do autor do artigo analisado.

Um último aspecto evidenciado pela categoria é a relevância, atribuída pelos autores dos textos considerados, sobre a reflexão acerca do trânsito entre registros, o que mostram as unidades 2:1, 2:8 e 10:22: “Durante uma atividade de modelagem sobre o comportamento de um medicamento no organismo infere-se que a representação gráfica além de significar a algébrica pode validar a matemática utilizada”, “O conflito entre o registro gráfico da função e o comportamento do medicamento no organismo motivou a busca por novas soluções para o problema proposto” e “Mais do que simplesmente utilizar diferentes registros, os alunos foram levados a relacionar os registros ao buscar uma solução para o problema.

Explicitado o que se mostrou das categorias constituídas apresentamos, no próximo subtítulo, algumas reflexões que emergiram de sua análise.

6 REFLETINDO SOBRE O QUE SE MOSTROU DAS CATEGORIAS CONSTITUÍDAS

Um primeiro aspecto para o qual atentamos ao analisar cuidadosamente aquilo que se mostrou das categorias desse estudo, diz respeito ao fato de os autores dos textos analisados afirmarem que as atividades de Modelagem favorecem *fortemente* a mobilização e a articulação entre registros.

A expressão *fortemente* refere-se ao “que se manifesta com intensidade [...] que produz efeitos contundentes” (HOUAISS, 2017, p.1). Tais significados, quando refletidos, nos permitem dizer que implícita à fala dos autores está a compreensão de que durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem os alunos acabam sendo estimulados a descrever um *movimento persistente* de busca pela elaboração de um conjunto de iniciativas (que incluem a utilização e o estabelecimento de conexões entre diferentes registros de representação) que podem permitir que compreendam e resolvam o problema proposto.

Dizer que os alunos buscam descrever um movimento que os permita compreender e resolver o *problema proposto*¹³, implica em reconhecê-lo como agente *motivador*. Isto indica, assim como vimos na categoria C1, que a utilização e articulação entre diferentes registros de representação pelos alunos durante as atividades de Modelagem se dá por *necessidade*, não no sentido de carência e sim, enquanto ação imprescindível à elaboração de estratégias e à compreensão do problema que, por lhes ser de interesse, os impulsiona a investigar e conjecturar.

Com efeito, à medida que os alunos avançam no desenvolvimento das atividades de Modelagem eles realizam pesquisas, levantam informações, identificam e selecionam variáveis, elaboram hipóteses, buscam simplificá-las, constroem modelos matemáticos, procuram compreendê-los e explicá-los publicamente (ALMEIDA; SILVA, 2012). Durante esse processo os autores dos textos analisados dizem que os registros de representação utilizados vão se *complementando* uns aos outros e à medida que o rol de representações mobilizadas pelos alunos vai sendo ampliado, e isso poderá contribuir para o aperfeiçoamento dos modelos matemáticos que elaboram.

¹³ O problema pode, segundo Barbosa (2001), ser elaborado pelo professor, pelo professor e seus alunos ou ainda, pelos próprios alunos.

Entendendo que *complementar* indica *acrescentar algo que falta*, podemos dizer que das asserções anteriores emerge a compreensão de que cada um dos diferentes registros mobilizados pelos alunos durante uma atividade de Modelagem pode explicitar um aspecto do objeto matemático pesquisado que ainda se mostra desconhecido e, neste caso, a ampliação da capacidade de mobilização de diferentes registros, implica em uma compreensão cada vez mais clara, não só das particularidades inerentes a ele, mas dos conteúdos matemáticos por ele solicitados, e da própria estrutura do modelo matemático que será construído, visando sua representação. Corroborando a isso Damm (1999, p. 143-144) e Bonomi (2015, p.5) dizem, respectivamente, que “quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto” uma vez que “quando os significados estão claros é possível construir o conhecimento, ou seja, chegar à *noesis*, que é a apreensão conceitual do objeto”.

Sendo assim, ao assumirem o modelo matemático como uma representação que *evoca*, isto é, que faz aparecer algo que até então era abstrato, possibilitando que ele seja esclarecido, descrito, os autores dos textos analisados parecem compreendê-lo como a *manifestação* da apreensão conceitual do objeto matemático investigado que pode, segundo dizem, mostrar-se por meio de diferentes representações.

Os autores ressaltam, entretanto, que uma representação se configurará modelo matemático apenas se favorecer “*alguma leitura científica para o sujeito*” (9:6). A leitura científica está, segundo Hornes e Santos (2015), associada a capacidade de visualização do contexto no qual um conceito está inserido. Nessa perspectiva, ao relacionarem o modelo à possibilidade de leitura científica para o sujeito, os autores evidenciam atribuir a sua validade a capacidade de permitir ou não, que o aluno compreenda a situação-problema estudada. Nesse caso, o modelo matemático assume duas funções: a de manifestar por meio de diferentes representações a apreensão conceitual do objeto matemático investigado e a de permitir que esse objeto seja compreendido dentro de um contexto que pode estar relacionado a distintas áreas do conhecimento.

Outro aspecto que se explicita das categorias analisadas, diz das afirmações dos autores quanto a importância de os professores oportunizarem atividades de Modelagem para que os alunos se *habituem* as diferentes representações, uma vez que elas permitem que os professores *analisem as ações cognitivas dos alunos*.

Pensemos então na questão do *hábito*. Se há, pois, o incentivo para que os alunos se habituem a diferentes registros, isso explicita o fato de eles não lhe serem familiares. Discutir isso envolve não só falar do modo como os registros têm sido trabalhados na escola, mas refletir práticas pedagógicas predominantemente pautadas no paradigma do exercício¹⁴ (SKOVSMOSE, 2000). Dizemos isso pois,

Do ponto de vista do ensino, observa-se que, em geral, dá-se ênfase aos tratamentos, seja no registro numérico ou no registro algébrico, como por exemplo, ao solicitar que o aluno *calcule, simplifique, resolva...*, permanecendo sempre no mesmo registro.

¹⁴ O paradigma do exercício toma premissa central a existência de uma única resposta correta para os problemas matemáticos e privilegia a resolução de listas de exercício e a memorização (SKOVSMOSE, 2000).

Tratamentos no registro gráfico são menos frequentes, muitas vezes inexistentes. Convém ter claro que tratamentos exaustivos no registro algébrico, por exemplo, frequentemente carecem de significação para os estudantes, e conduzem ao uso da técnica pela técnica, o que estimula somente a memorização. E o que dizer das conversões? Habitualmente solicita-se ao aluno que faça a conversão do registro algébrico para o registro gráfico, sempre nesse sentido; dificilmente no sentido contrário, quando a relação entre o gráfico e a expressão algébrica poderia adquirir um significado mais incisivo (BONOMI, 2015, p.5).

Ao priorizar práticas pedagógicas que privilegiem a reprodução sistemática de atividades do tipo “calcule, simplifique, resolva” em que há o predomínio de um mesmo registro, notadamente, o numérico e o algébrico, o professor pode, como vimos, acabar contribuindo para que os alunos tenham dificuldades para resolver situações-problema; para compreender os conteúdos matemáticos por ela solicitados e para realizar tratamentos e conversões, sobremaneira, do registro gráfico para o algébrico. Isso ocorre, pois, essas compreensões estão, segundo Duval (2003), veiculadas a capacidade de o aluno transitar por distintos registros.

As categorias revelam, por outro lado, que durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem mencionadas nos artigos analisados, a conversão que mais se destacou foi a do registro gráfico para o algébrico que, conforme mencionado, é a menos frequente nas aulas de Matemática habituais. Além dela, explicitaram-se conversões da linguagem natural para o registro gráfico, da linguagem natural para o registro algébrico, do registro gráfico para o tabular, do registro tabular para o gráfico, do registro gestual para o oral e da linguagem natural para a figural, sendo que na maior parte das atividades analisadas ocorreram várias dessas conversões.

Podemos dizer, portanto, que a inserção de atividades de Modelagem às práticas pedagógicas dos professores de Matemática pode auxiliar os alunos a adquirir novas perspectivas para os problemas propostos e incentivá-los a desenvolver ações cognitivas como as evidenciadas na figura 3:

Figura 3: Etapas da modelagem matemática e as ações cognitivas dos alunos



Fonte: (ALMEIDA; SILVA, 2012, p.630)

Ainda que os argumentos anteriores, de certo modo, nos permitam entender articulação entre a Modelagem e a T.R.R.S como promissora do ponto de vista da aprendizagem da Matemática pelos alunos, as categorias revelaram que a abertura de espaços que privilegiem essa articulação no contexto escolar, não se dá de forma espontânea, cabe ao professor oportunizá-los.

A relevância de o professor oportunizar espaços que privilegiam a articulação entre a Modelagem e a T.R.R.S é reiterada ainda no último aspecto que se mostrou das categorias constituídas: a possibilidade de levar os alunos a *reflexão* acerca do trânsito entre registros. Segundo o dicionário Houaiss (2017), a expressão *reflexão* significa “ato de pensar profundamente” (HOUAISS, 2010, p.664). A possibilidade de levar os alunos à *reflexão* nos remete, portanto, à ideia de permitir ao aluno a possibilidade de pensar além do resultado, buscar novas alternativas para o desenvolvimento ou solução de uma situação problema.

A relevância da reflexão no desenvolvimento de um problema proposto em uma atividade de Modelagem Matemática se mostra da análise da unidade 2:8, que diz: “*O conflito entre o registro gráfico da função e o comportamento do medicamento no organismo motivou a busca por novas soluções para o problema proposto*”. Nesse caso, os alunos reconheceram, após a reflexão acerca do problema proposto, que a representação gráfica encontrada não condizia com o comportamento do medicamento, o que os levou a concluir que era necessário elaborar novas alternativas ao modelo matemático que haviam obtido inicialmente.

Diante disso, pode-se concluir que atividades de Modelagem favorecem o trânsito de registros não convencionais em aulas de Matemática, mas que esses processos devem ser levados em conta pelos professores para que não acabem emergindo registros e esses fiquem desarticulados.

Entendemos, nesse caso, que a o reconhecimento por parte dos alunos da incoerência entre os registros, revela o esforço de reflexão que descreveram, o interesse em explicitar por meio da representação gráfica, a relação matemática existente entre o trânsito do registro gráfico para o algébrico e vice-versa, assim “*infere-se que a representação gráfica além de significar a algébrica pode validar a matemática utilizada*” (2:8).

Diante do exposto, podemos dizer que os problemas propostos pelas atividades de modelagem permitem transitar por diferentes registros de um modo distinto de outras tarefas porque tem uma abordagem indutiva que é pouco privilegiada em aulas de matemática, permitindo que enxerguem aspectos particulares que talvez não viessem à tona se estivessem utilizando um único tipo de representação. Esse trânsito entre diferentes registros de representação semiótica parece, portanto, ampliar as possibilidades de compreensão do objeto matemático investigado.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação que realizamos, orientada pela interrogação: *O que se mostra da relação entre a Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semióticas, nos*

artigos publicados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática? revelou que a articulação entre a Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode se configurar como aliada do processo de ensino aprendizagem da Matemática.

Dentre os aspectos que reiteraram a pertinência dessa articulação estão a compreensão, quase unanimemente expressa nos textos analisados, de que as atividades de Modelagem favorecerem a mobilização e o trânsito entre diferentes registros de representação, condição que segundo infere a própria teoria, implica diretamente na aprendizagem da Matemática pelos alunos.

Vimos ainda que diferentemente do modo como têm sido habitualmente encaminhadas as aulas de Matemática no contexto escolar, em que há predominância dos registros numéricos e algébricos e a realização de conversões quase sempre limitadas a uma via de mão única, a saber, do registro algébrico para o gráfico, as atividades de Modelagem permitem a mobilização de diferentes registros e a realização de conversões, como a do registro gráfico para o algébrico, tão incomum no contexto escolar. Essas mobilizações e conversões, por sua vez, parecem possibilitar aos alunos momentos de reflexão que favorecem a compreensão da relação entre a situação problema estudada e o modelo matemático construído. Lidar com elas, entretanto, requer uma mudança de postura dos professores de modo que se abram ao trabalho com a Modelagem e, aos poucos, distanciem-se de práticas que privilegiem apenas a conversão dos registros algébricos para o gráfico.

Além das questões já mencionadas, este estudo revelou que a maior parte dos artigos sobre Modelagem e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica publicados na CNMEM, se dirigem ao levantamento, a descrição e a análise dos diferentes tipos de registros e transformações que se explicitam durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem, não tendo sido evidenciadas pesquisas que busquem compreender questões tais como: *Poderiam as distintas concepções de Modelagem existentes na comunidade da Educação Matemática e os encaminhamentos que lhes são característicos, gerar diferentes possibilidades de mobilizações e transformações entre registros? Qual deve ser o trabalho do professor para mobilizar e integrar diferentes registros em atividades de MM? O que dizer do desenvolvimento de atividades de Modelagem com o auxílio de softwares matemáticos para otimizar, por exemplo, etapas do processo de construção de gráficos? Poderiam esses softwares ocultar pormenores relacionados ao trânsito entre registros limitando a observação e a compreensão pelo aluno?* ou ainda: *O que se mostra das práticas pedagógicas dos professores ao desenvolverem atividades de Modelagem Matemática relacionando-as a T.R.R.S?* Essas questões se evidenciam como novas possibilidades de pesquisas e acabam por lançar um convite aos membros da comunidade da Educação Matemática, reiterando essa temática como um campo de pesquisa ainda em aberto e profícuo para o desenvolvimento de futuras investigações.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Perspectiva Educacional e Perspectiva Cognitivista para a Modelagem Matemática: Um estudo mediado por representações semióticas. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, p. 28-42, 2010.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K.A. P. Semiótica e as Ações Cognitivas dos alunos em Atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os modos de inferência. **Ciência e Educação** (UNESP. Impresso), v. 18, p. 623-642, 2012.
- ALMEIDA, L. W. de A.; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24. **Anais**. Rio de Janeiro: ANPED, 2001, 1 CD-ROM
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.
- BICUDO, M. A. V.; KLÜBER, T. E. **Pesquisa em modelagem matemática no Brasil: a caminho de uma metacompreensão**. Cadernos de Pesquisa, v. 41, n. 144, p. 904-927, 2011. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15742011000300014>. Acesso em: 15 jan. de 2018.
- BICUDO, M. A. V.; PAULO, R. M.. Um Exercício Filosófico sobre a Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p. 251-298, dez. 2011.
- BICUDO, M.A.V. Pesquisa Qualitativa: significados e a razão que a sustenta. **Revista Pesquisa Qualitativa**. Ano 1. n.1. São Paulo: SEPQ, p. 7-26, 2005.
- BIEMBENGUT, M. S., HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau: Furb, 1999. 134 p.
- BONOMI, M.C.. **Dificuldades no ensino-aprendizagem de Matemática: a Semiótica pode ajudar?** In: Mostra do CAEM 2015, 2015, São Paulo. Mostra do CAEM 2015 - 30 anos de formação continuada de professores de Matemática. São Paulo: IME-USP, 2015. v. 1. p. 1
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5a. Série**. 188 p, 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus Rio Claro, SP, 1987.
- BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. **Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática**, v. 1, p. 1-10, 2004.
- BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Educação Matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10, n. 2, p.93-106, jul. 2008

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S.D.A. (et al.). Educação Matemática: uma introdução. – São Paulo: EDUC,1999

DAVIS, P. J.; HERSH, R. O sonho de Descartes. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1998.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, S. D.A. (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003, p.11-33.

DUVAL, R. **Semiosis y Pensamiento Humano:** Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Universidad del Valle: PeterLang, 2004.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Trad. MORETTI, M. T. Revemat: R. Eletr. De Edu. Mat e ISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012.

GODINO, Juan D. et al. **Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução Matemática.** Disponível em <http://www.ugr.es/~jgodino/>. Acesso em 28 jan. 2018.

HORNES, A.; DOS SANTOS, S. A. A leitura científica como recurso didático para a aprendizagem significativa no estudo da física. **Revista Polyphonia**, v. 26, n. 2, p. 115-127.

HOUAISS, A. **Dicionário da Língua Portuguesa.** Objetiva, 2010.

HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss de sinônimos e antônimos.** Objetiva, 2017.

KLÜBER, T. E. **Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática.** 396 p., 2012. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2012.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Uma Metacompreensão da Modelagem e da Etnomatemática na Educação Matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v. 14, n. 1, p. 260-278, jan./abr. 2014.

MORAES, Roque. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

MUTTI, G. S. L. **Práticas Pedagógicas da Educação Básica num Contexto de Formação Continuada em Modelagem Matemática na Educação Matemática.** 2016. 236f. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu. 2016.

OLIVEIRA, E. de et al. Análise de Conteúdo e Pesquisa na Área da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 4, n. 9, p.11-27, maio 2003.

PARANÁ; Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Ensino de Primeiro Grau. PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica:** matemática. Curitiba: SEED, 2008.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social:** métodos e técnicas (3ªed.). São Paulo: Atlas, 1999.

SILVA, K.A.P. **Modelagem matemática e semiótica: algumas relações.** 2008. 212 f. 2008. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

TAMBARUSSI, C. M. **A Formação de Professores em Modelagem Matemática:** Considerações a partir de Professores Egressos do Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná - PDE. 179 p., 2015. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação - Nível de Mestrado/PPGE, Centro de Educação, Comunicação e Artes, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2015.

VERTUAN, R. E. **Um olhar sobre a Modelagem Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.** 2007. Tese de Doutorado. Dissertação –Programa Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

VERTUAN, R. E.; SILVA, K.; ALMEIDA, L. M. W. O registro gráfico em atividades de modelagem matemática: um estudo da conversão entre registros segundo a teoria dos registros de representação semiótica. **SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 2, 2009.

ARTIGOS ANALISADOS

BARROS, M. C. de; MELO, P. A. P. de; KATO, L. A. **Aprendizagem significativa e registros de representação semiótica: um olhar para atividades de Modelagem matemática.** Maringá: X CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2017, 15p.

DALVI, S. C.; REZENDE, O. L. T. de; LORENZONI, L. L. **Aproximando pressupostos teóricos que contribuem para o desenvolvimento dos conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo.** Maringá: X CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2017, 15p.

DIAS, J. L.; CHAVES, M. I. de A. **Diálogos com/na modelagem matemática nas Séries iniciais.** Londrina: VI CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2009, 17p.

JUNIOR, M. L. P.; VERTUAN, R. E.; MARTIN, R. W. S. **Quando a representação gráfica “não combina” com a situação representada – problematizando uma atividade de modelagem matemática.** Maringá: X CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2017, 15p.

KFOURI, W. **A modelagem matemática aplicada ao esporte: um estímulo ao processo ensino-aprendizagem.** Londrina: VI CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2009, 16p.

LOZADA, C. de O. **Revisitando a concepção de modelagem matemática segundo Ubiratan D`Ambrósio.** São Carlos: IX CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2015, 11p.

LOZADA, C. de O.; MARRONE, W.; ARAÚJO, M. S. T. de. **O formalismo matemático na representação dos modelos em contextos interdisciplinares de Modelagem matemática.** Maringá:

X CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2017, 12p.

OLIVEIRA, W. P.; KLÜBER, T. E. **Sobre as dissertações e teses de Modelagem Matemática na educação matemática brasileira (2012)**. São Carlos: IX CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2015, 16p.

RODRIGUES, J. M. S. **Modelagem Matemática num contexto de Educação Ambiental no Ensino Fundamental**. Bahia: IV CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2005, 8p.

ROSA, C. C. da; ALMEIDA, L. M. W. de. **O fenômeno de congruência em registros de representação semiótica: análise de uma atividade de modelagem matemática**. Londrina: VI CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2009, 18p.

SHELLER, M., BONOTO, D. de L. **Percepção de estudantes dos anos iniciais a respeito de luminosidade: uma experiência de Modelagem Matemática na educação**. Maringá: X CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2017, 12p.

SILVA, K. A. P. da; ALMEIDA, L. M. W. de. **Modelagem matemática e semiótica: algumas Relações**. Londrina: VI CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2009, 23p.

SILVA, K. A. P. da; ALMEIDA, L. M. W. de. **O significado para função exponencial em atividades de Modelagem Matemática: o percurso de um aluno**. São Carlos: IX CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2015, 15p.

SOUZA, E. S. R. de; ESPÍRITO SANTO, A. O. do. **O objeto modelo matemático e suas diversas representações semióticas: uma concepção de Modelagem Matemática**. Londrina: VI CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2009, 16p.

TORTOLA, E.; SOUSA, B. N.P. A.; ALMEIDA, L. M. W. de. **A linguagem e os 'três mundos da matemática' em atividades de modelagem Matemática**. Santa Maria: VIII CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2013, 15p.

VERTUAN, R. E. **O uso de diferentes registros em atividades de Modelagem Matemática**. Minas Gerais: V CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2007, 11p.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. de. **Modelagem Matemática e Registros de Representação Semiótica: um exemplo abordando o trabalho infantil no Brasil**. Bahia: IV CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2005, 12p.