

CONSTRUÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA APLICAÇÃO DE CONHECIMENTOS ACERCA DE GEOMETRIA ESFÉRICA E HIPERBÓLICA: PRODUTO EDUCACIONAL

Notebook With the Following Application for Teaching Knowledge About and Spherical Geometry Hyperbolic: Educational Product Developed in Post Graduate Program in Teaching of Mathematics and Natural Sciences

Wanderley Pivatto Brum

*Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - PPGECIM/FURB
ufsc2013@yahoo.com.br*

Elcio Schuhmacher

*Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - PPGECIM/FURB
elcio@furb.br*

Resumo

A pesquisa realizada sobre os conceitos de Geometria Esférica e Hiperbólica no Ensino Médio, por meio de uma sequência didática, gerou um produto educacional. O produto educacional encontra-se dividido em três partes. Na primeira, foi elaborado um conjunto de atividades para identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema. Na segunda, encontra-se a sequência didática desenvolvida durante a pesquisa, e por fim, é comentado o conjunto de atividades para identificar se os estudantes compreenderam conceitos elementares de Geometria Esférica e Hiperbólica. Após a sequência didática, foi observado no pós-teste que, a maioria dos estudantes apresentou desempenho satisfatório, conseguindo assimilar, diferenciar e reconciliar conceitos de Geometria Euclidiana, Esférica e Hiperbólica.

Palavras-chave: Produto Educacional; Sequência Didática; Ensino de Matemática; Geometria Esférica e Hiperbólica.

Abstract

The work of Master Professional which generated this educational product aimed to approach elementary concepts of spherical geometry and hyperbolic in high school through an instructional sequence. The educational product is divided into three parts. At first, we developed a set of activities to identify students' prior knowledge on the topic. The second is the instructional sequence developed in the research, and finally, we apply the same set of activities to identify whether students understand basic concepts of spherical geometry and hyperbolic. After the instructional sequence was observed in the post-test, most students showed satisfactory performance, managing to assimilate, differentiate and reconcile concepts of Euclidean Geometry, Spherical and Hyperbolic.

Keywords: Educational Product; Sequence Curriculum, Teaching Mathematics; Spherical Geometry and Hyperbolic.

1. Introdução

Tradicionalmente, os conhecimentos geométricos abordados em sala de aula se restringem às relações lógicas e construções de símbolos advindos de uma Geometria dedutiva e axiomática, estabelecida na Grécia, há cerca de 2700 anos e conhecida hoje como Geometria Euclidiana. No entanto, ao observar a superfície terrestre com sua forma elipsoidal, as montanhas, as ondas do mar e tantos outros objetos encontrados na natureza, evidenciam-se as dificuldades de construir alguns conceitos no campo da Geometria sustentados por noções primitivas como de reta, ponto e plano.

Nas duas últimas décadas, houve uma intensa discussão nos meios educacionais, por parte dos membros de associações de profissionais da Matemática como Kalleff (2004), Cabariti (2006), Alves (2008), Bongiovani (2010), Carvalho (2011), Cedrez (2012), Leivas (2012) e Martos (2012) para a inclusão de conteúdos advindos da Geometria Euclidiana, como a Geometria Esférica e Hiperbólica nos bancos escolares, considerada como adequado à formação de estudantes para o século XXI em decorrência dos avanços teóricos da Matemática e da Computação. Na mesma direção, os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) colocam que entre os objetivos do ensino de Matemática, se encontra o desenvolvimento do pensamento geométrico. Recomenda-se a exploração de situações de aprendizagem que levem o estudante a resolver situações problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas e saber usar diferentes unidades de medida (BRASIL, 1998).

Com relação a sua aplicação em sala de aula, o ensino de Geometria Esférica e Hiperbólica há quase três décadas se manifesta em algumas propostas curriculares brasileiras, como por exemplo, no Currículo Básico da Prefeitura Municipal de Curitiba (1988) ou na Proposta Curricular para a Matemática do Ensino Fundamental de São Paulo (1991, p. 88) que sugere o ensino da Geometria Esférica para “[...] concretizar as noções de círculos máximos e circunferências máximas, respectivamente, em esferas e superfícies esféricas [...]”.

Contudo, discussões sobre o ensino de noções básicas de Geometria Esférica e Hiperbólica ainda não aconteceu nas escolas da rede pública do Estado de Santa Catarina, possivelmente justificado pela dificuldade de sua compreensão por parte de alguns professores, pelo desconhecimento de linhas metodológicas ou, ainda, pela ausência de textos nos livros didáticos que contemplem o assunto.

A ausência de uma abordagem sobre Geometria Esférica e Hiperbólica no Ensino Médio mostra que, a maioria dos professores de Matemática, desconsidera os conhecimentos cotidianos dos estudantes ou é possível que, uma formação inicial deficitária de diversos professores acerca dos conhecimentos de Geometria Esférica e Hiperbólica, também seja um indicativo para ausência deste tema em sala de aula. Nessa direção, foi elaborado um caderno com uma sequência didática para abordagem de conceitos elementares de Geometria Esférica e Hiperbólica.

2. Pressuposto teórico utilizado para construção da sequência didática

Na construção do produto educacional foi utilizada a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, com contribuições de Novak e Gowin (1996) e Moreira (2010) que auxiliaram na compreensão dos processos de aprendizagem, dos conceitos científicos, e principalmente, na relação entre professor e estudante em sala de aula.

Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), basicamente, a ideia central de aprendizagem significativa é uma reorganização clara da estrutura cognitiva, isto é, um processo pelo qual

uma nova informação se relaciona com conhecimentos prévios já existentes na estrutura cognitiva do estudante. A aprendizagem significativa é uma tentativa de fornecer sentido ou de estabelecer relações de modo não arbitrário e substancial (não ao pé da letra) entre os novos conhecimentos e os conceitos existentes.

A aprendizagem significativa envolve a aquisição de novos significados e os novos significados, por sua vez, são produtos da aprendizagem significativa. No intuito de possibilitar uma aprendizagem significativa em sala de aula, Ausubel e seus colaboradores apontam algumas condições que devem ser satisfeitas.

1. Inicialmente, na estrutura cognitiva do estudante devem existir ideias relevantes (subsunçores) necessárias para que possam ser relacionadas com os novos conhecimentos. Moreira (2010) entende que o estudante deve ter algum elemento (já significativo) que possa atuar como meio de suporte, seja ele um conceito, uma imagem, uma ideia, um símbolo ou uma proposição.

2. O estudante precisa ter uma disposição para aprender: se o estudante deseja memorizar o conteúdo de maneira arbitrária e literal, então a aprendizagem será mecânica. A aprendizagem significativa, para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), pressupõe que o estudante manifeste uma motivação para aprender, contudo lembram que, muitos estudantes exercem pequeno esforço para isso e apresentam uma disposição insuficiente para a aprendizagem significativa. Os autores defendem que a motivação é tanto um efeito como causa de aprendizagem.

3. O estudante deve ser exposto a um conteúdo escolar potencialmente significativo, ou seja, que tenha sentido lógico, sendo que as novas informações possam se relacionar com ideias básicas relevantes já construídas e disponíveis na estrutura cognitiva dos estudantes. A aprendizagem significativa não deve ser interpretada simplesmente pela qualidade e uso de determinado material, pois, se o material utilizado for significativo e já satisfeitas as duas primeiras condições para a ocorrência da aprendizagem significativa, o objetivo em aprender já se completa antes mesmo de qualquer tentativa de ensinar determinado conteúdo.

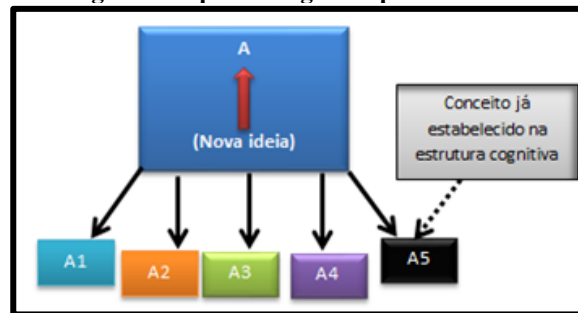
Moreira e Masini (2001) defendem que para uma aprendizagem significativa ocorrer, a nova informação deve ancorar em subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva do estudante. Pensando em aprendizagem significativa e pressupondo a existência de conceitos subsunçores, o que fazer quando eles não existirem? Neste sentido, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) citam que a aprendizagem mecânica é necessária sempre que o estudante adquira informação em uma área completamente nova para ele ou o professor pode utilizar uma estratégia preconizada na teoria ausubeliana conhecida como organizador prévio. O organizador prévio é uma estratégia desenvolvida por Ausubel e seus colaboradores, que consiste na utilização de materiais auxiliares antes do próprio material de aprendizagem, com a finalidade de criar pontos de ancoragem, em nível mais geral do que o material mais detalhado que o precede.

Tais organizadores devem ser utilizados quando o estudante não dispõe em sua estrutura cognitiva de subsunçores que ancorem novos conhecimentos, quando for constatado que os subsunçores identificados não estão suficientemente claros ou encontram-se desorganizados para desempenhar as funções de ancoragem. Neste sentido, o organizador prévio tem a função de ressaltar as semelhanças e diferenças que existem entre o conteúdo a ser aprendido e aquele que está disponível na mente do estudante. Sob a perspectiva de Ausubel, Novak e Hanesian (1980), os organizadores prévios devem ser utilizados para aproximar os conhecimentos que os estudantes já possuem com os que ainda aprenderão. Nessa direção, os conceitos de maior nível de generalidade e abstração como, “Geometria”,

“Geometria Hiperbólica”, “Geometria Esférica”, são apresentados primeiramente aos estudantes, a fim de comparar com seus conhecimentos de Geometria Euclidiana. Este tipo de processo é conhecido por aprendizagem superordenada.

Nesta forma de aprendizagem significativa, o novo conceito é mais geral e inclusivo que os conceitos subsunçores, conforme figura 1. Ocorre quando um conceito ou proposição A , mais geral do que algumas ideias A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 já estabelecidas na estrutura cognitiva do estudante é adquirido e passa a ser assimilado. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 49), “a nova aprendizagem será superordenada, quando se aprende uma nova proposição inclusiva, que condicionará o surgimento de várias ideias”.

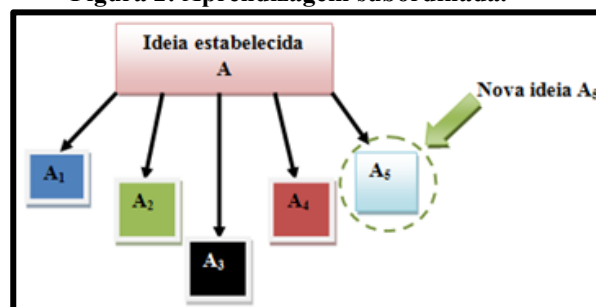
Figura 1: Aprendizagem superordenada.



Fonte: Ausubel; Novak; Hanesian (1980, p. 57)

Um exemplo seria quando as crianças aprendem que os conceitos familiares de cenoura, ervilha, vagem, beterraba e espinafre podem ser todos agrupados sob um novo termo ou conceito que adquire o papel de mais incluso na estrutura cognitiva: “vegetal” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). No entanto, é citado na teoria ausubeliana outras duas formas de aprendizagem significativa. A primeira, segundo Ausubel, é a aprendizagem significativa é do tipo subordinada, ou seja, a nova ideia aprendida se encontra hierarquicamente subordinada a ideia preexistente, conforme figura 2. Coll, Marchesi e Palácios (2007) comentam que a estrutura cognitiva do estudante responde a uma organização hierárquica, no qual, os conceitos se conectam entre si mediante relações de subordinação dos mais gerais aos mais específicos.

Figura 2: Aprendizagem subordinada.

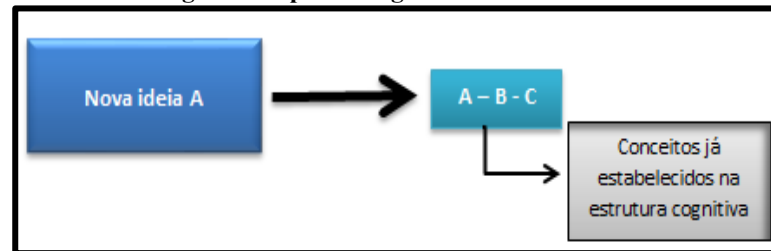


Fonte: Ausubel; Novak; Hanesian (1980, p. 57)

Os autores citam que a eficiência da aprendizagem subordinada pode ser atribuída ao fato de que quando as ideias estão agrupadas e estabelecidas na estrutura cognitiva do estudante, têm o máximo de relevância específica e direta para as tarefas de aprendizagem. Por exemplo, quando uma criança desenvolve os conceitos de cão, gato, leão, ela pode aprender que todos esses conceitos são subordinados ao de mamífero. Assim, à medida que o conceito de mamífero é desenvolvido os previamente aprendidos (cão, gato e leão) assumem a condição de subordinados.

Outra forma de aprendizagem apresentada na teoria ausubeliana é denominada aprendizagem combinatória. Para Pozo (1998), na aprendizagem significativa combinatória, de acordo com a figura 3, a ideia nova e as já estabelecidas não estão relacionadas hierarquicamente, porém, se encontram no mesmo nível não considerada específica nem mais inclusiva do que outras ideias. Ao contrário das proposições subordinadas e superordenadas, a combinatória não é relacionável a nenhuma ideia particular da estrutura cognitiva.

Figura 3: Aprendizagem combinatória.



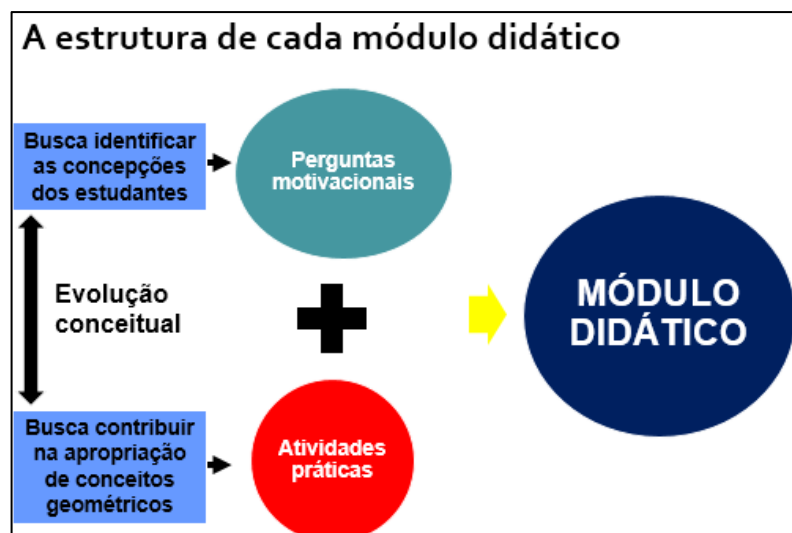
Fonte: Ausubel; Novak; Hanesian (1980, p. 57)

O fato de não está relacionada com nenhuma ideia específica, a aprendizagem combinatória é mais difícil de ocorrer do que proposições subordinadas e superordenadas. Grande parte dos conteúdos que os estudantes aprendem em Matemática constituem exemplos de aprendizagem combinatória, por exemplo, relações entre equações e raízes, funções e zeros, sólidos e volumes, ou seja, relações entre conceitos.

3. Metodologia da sequência didática

Nossa proposta de pesquisa tem como objetivo a implementação de uma sequência didática, com objetivo de contribuir no processo de aprendizagem dos estudantes em relação a conceitos elementares de Geometria Esférica e Hiperbólica. Segundo Zabala (2007, p. 18) uma sequência didática é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos estudantes”. A sequência didática foi estruturada em cinco módulos didáticos, a partir dos resultados obtidos no pré-teste. Após a realização do pré-teste, os conteúdos de Geometria Euclidiana, Geometria Esférica e Hiperbólica foram elaborados e distribuídos em cinco módulos didáticos, atribuindo a cada um deles dois momentos (figura 4).

Figura 4: Estrutura de cada módulo didático na sequência didática.

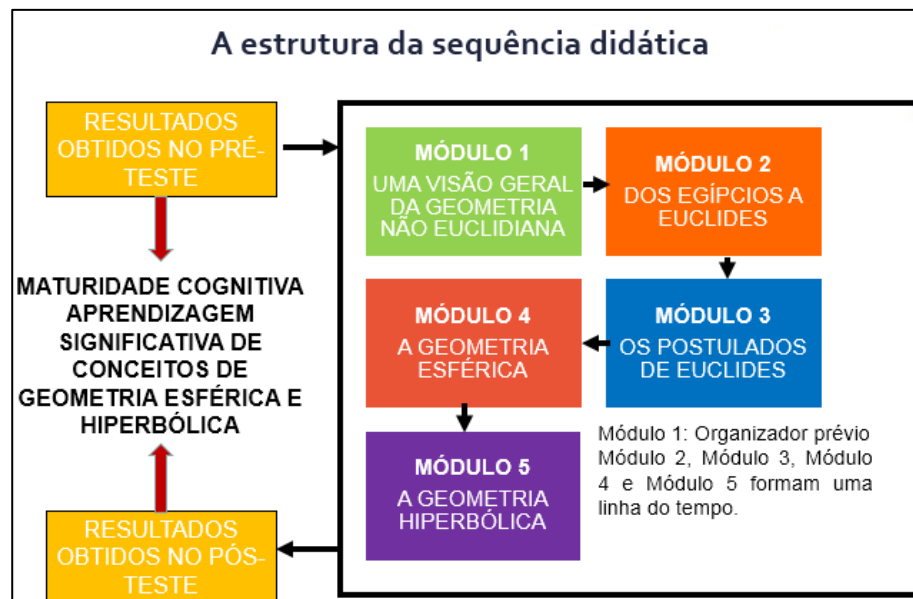


1º Perguntas motivacionais: onde são apresentadas algumas informações referentes ao módulo e/ou questionamento relacionados ao tópico em estudo, com o objetivo de estabelecer ligações entre os conhecimentos dos estudantes e o que se propõe como aprendizagem, buscando despertar o interesse e a expectativa em relação ao próximo momento.

2º Atividades práticas: busca promover nos estudantes, por intermédio de um conjunto de atividades, a curiosidade, a discussão e reflexão.

Cada módulo é constituído inicialmente de perguntas motivacionais, a fim de identificar as concepções dos estudantes e um conjunto de atividades. Abaixo são apresentados os módulos didáticos (figura 5).

Figura 5: Composição da sequência didática



Abaixo, são apresentados, o objetivo de sua execução, o tempo de sua duração e os instrumentos de coletas de dados que servem para apresentação de resultados e discussões.

1. Geometria não Euclidiana: uma visão geral

Este módulo didático tem como objetivo, apresentar uma visão geral do conceito de Geometria não Euclidiana, sua importância em outras áreas do conhecimento e sua identificação por meio de objetos encontrados na natureza. Neste módulo, foram utilizados três encontros, com aproximadamente 3 horas de duração. Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram: as produções dos estudantes, concretizadas nas atividades desenvolvidas em sala de aula e fora dela, gravações e fotografias.

2. Dos egípcios à Euclides

Este módulo didático tem como objetivo apresentar, em síntese, a Geometria desde os egípcios até os trabalhos organizados por Euclides de Alexandria. Neste módulo, foram utilizados três encontros, com aproximadamente 3 horas de duração. Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram: cartazes, mapas conceituais, apresentações orais com uso de projetor multimídia, maquetes e texto.

3. Os postulados de Euclides

Este módulo didático tem como objetivo apresentar os cinco postulados de Euclides e as consequências do quinto postulado para Geometria. Neste módulo, foram utilizados dois

encontros, com aproximadamente 2 horas de duração. Os instrumentos para coleta de dados foram: texto, lista de atividades, discussões em grupo.

4. Geometria Esférica

Este módulo didático tem como objetivo apresentar conceitos elementares da Geometria Esférica e realizar comparações com a Geometria Euclidiana. Neste módulo, foram utilizados quatro encontros, com aproximadamente 4 horas de duração. Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram: lista de exercícios, discussões em grupo, manipulação de materiais alternativos.

5. Geometria Hiperbólica

Este módulo didático tem como objetivo apresentar conceitos elementares da Geometria Hiperbólica e realizar comparações com a Geometria Euclidiana e Esférica. Neste módulo, foram utilizados cinco encontros, com aproximadamente 5 horas de duração. Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram: lista de exercícios, manipulação de materiais alternativos, construção de uma mandala hiperbólica, construção da garrafa de Klein.

A sequência didática planejada acima buscou apresentar aos estudantes conceitos elementares de Geometria Esférica e Hiperbólica, bem como a construção, em síntese, de uma linha do tempo referente a história da Geometria. Cada módulo didático ao longo de sua execução contribuiu para a aprendizagem de conceitos geométricos, possibilitando ao estudante a realização de comparações entre os sistemas geométricos estudados em sala de aula. O caderno com a sequência didática, conforme figura 6, constituído como produto educacional desenvolvido durante a investigação, é uma possibilidade do professor abordar conceitos elementares de Geometria Esférica e Hiperbólica no Ensino Médio, com orientações e atividades diferenciadas.

Figura 6: Produto educacional



4. Considerações

Com relação a sequência didática, observamos que as atividades foram conduzidas de modo a possibilitar aos estudantes, oportunidades para expor suas ideias e levantar hipóteses, o que acreditamos ter contribuído para uma aprendizagem significativa com relação à aquisição do conhecimento. A proposta de promover uma sequência didática estruturada por dois momentos, faz com que os estudantes percebam que os conhecimentos que trazem para a escola são valorizados e estão relacionados com os conteúdos que são abordados em sala de aula, o que cria um ambiente de motivação.

A sequência didática foi planejada a partir dos resultados obtidos no pré-teste, evidenciando a necessidade do primeiro módulo ter característica de organizador prévio correlativo, que segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980) é uma estratégia de manipular a estrutura cognitiva do estudante acerca de conhecimentos referentes a Geometria Esférica e Hiperbólica, conceitos considerados mais gerais e inclusivos e menos sensíveis a assimilação obliteradora. A partir desse primeiro módulo, os demais tiveram a intenção de apresentar e diferenciar conceitos e propriedades pertencentes a Geometria Euclidiana da Geometria Esférica e Hiperbólica, com o intuito de colaborar junto ao estudante, na compreensão de outros modelos geométricos existentes e de contribuir para a construção e reorganização de sua estrutura hierárquica referente aos conceitos sobre Geometria Esférica e Hiperbólica.

Assim, consideramos que uma maneira para promover uma aprendizagem significativa é considerar na sequência didática a exploração de ideias prévias que os estudantes possuem, a apresentação de situações problematizadoras, a inserção de recursos didáticos enquanto organizadores prévios para manipular a estrutura cognitiva na ausência de subsunçores, bem como proporcionar momentos de diálogo entre os pares. Pode-se dizer que a sequência didática foi construída procurando facilitar a aprendizagem significativa através da utilização de materiais potencialmente significativos, isto é, relacionáveis sob a natureza lógica e psicológica que explicitamente buscam promover a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa.

Enquanto estratégia de ensino, a sequência didática planejada neste artigo busca possibilitar ao professor, um trabalho organizado segundo os balizamentos teóricos da Aprendizagem Significativa de Ausubel, aprofundando conceitos de Geometria Euclidiana, Esférica e Hiperbólica, a partir do conceito de Geometria não Euclidiana, esse considerado mais geral. Com o pensamento direcionado ao estudante, a sequência didática tem como objetivo, apresentar conceitos elementares e propriedades de Geometria Esférica e Hiperbólica de modo que ocorra a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa, contribuindo para o intenso estabelecimento de conexões neurais de modo organizado em sua estrutura cognitiva

Referências

- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. (1980). *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana.
- ALVES, S. *Geometria Não Euclidiana* (2008). São Paulo: IME-USP: material para oficina; Semana da Licenciatura.
- BONGIOVANI, V. (2010). De Euclides às geometrias não euclidianas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. São Paulo, v.1, n. 22, p. 37-51.

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF.
- CABARITI, E. (2006). A geometria hiperbólica na formação docente: possibilidades de uma proposta com o auxílio do cabri-géomètre. III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, São Paulo.
- CARVALHO, M. A. S.; CARVALHO, A. M. F. T. C. (2011). O ensino de geometria não euclidiana na educação básica. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife.
- CEDREZ, A. J. P. (2012). Construcción, necesidad e intuición de essência em geometria. *Scientia & Studia*. São Paulo, v. 7, n. 4, p. 595-617.
- COLL, C.; MARCHESI, A.; PALACIOS, J. (2007). Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia da educação escolar. 2ª. ed. Porto Alegre: Artmed.
- CURITIBA. Secretaria Municipal de Educação. (1988). Currículo básico: uma contribuição para a escola pública brasileira. Imprensa Oficial do Estado Paraná.
- KALEFF, A. M. (2004). Desenvolvimento de Atividades Introdutórias ao Estudo das Geometrias não Euclidianas: Atividades Interdisciplinares para Sala de Aula e Museus Interativos. Congresso Brasileiro de Extensão Universitária, n. 2, Belo Horizonte.
- LEIVAS, J. C. P. (2012). Educação geométrica: reflexões sobre ensino e aprendizagem em geometria. *Revista SBEM-RS*, Porto Alegre, n. 13, v.1, p. 9-16.
- MARTOS, Z. G. (2012). Geometrias não euclidianas: uma proposta metodológica para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental. 143f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- MOREIRA, M. A. (2010). Mapas conceituais e aprendizagem significativa. São Paulo: Centauro.
- MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. (2001). Aprendizagem significativa: A teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro.
- NOVAK, J. D.; GOWIN, B. D. (1996). Aprender a Aprender. Lisboa: Plátano Edições Técnicas.
- POZO, J. I. (1998). Teorias cognitivas da aprendizagem. 3ª. ed. São Paulo: Artes Medicas.
- SÃO PAULO. Secretaria de Educação. (1991). Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta curricular para o ensino de Matemática do 1.º grau. 4ª. ed. São Paulo: SE/CENP.
- ZABALA, A. (2007). A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed.