



ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DOS ESTUDANTES DE UMA TURMA DO QUINTO ANO NO ÂMBITO DA LESSON STUDY

*ANALYSIS OF THE DEVELOPMENT OF GEOMETRIC THINKING OF STUDENTS IN A
5TH YEAR CLASS WITHIN THE SCOPE OF LESSON STUDY*

Priscila Bernardo Martins

Doutora em Ensino de Ciências e Matemática e Docente Permanente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul (CSE).
priscila.bmartins11@gmail.com

Suzete de Souza Borelli

Doutora em Ensino de Ciências e Matemática e Docente Permanente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul (CSE).
suzeteborelli@gmail.com

Edda Curi

Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP)
Coordenadora e Docente Permanente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul (CSE).
edda.cur@uol.com.br

Resumo

No presente texto, analisa-se o desenvolvimento do Pensamento Geométrico de estudantes de uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental que participou de um estudo envolvendo o ciclo em Lesson Study. Apresenta-se parte dos resultados do projeto *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática no quinto ano do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo duas Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*. O referencial teórico alicerça-se nas teorizações que permeiam o Pensamento Geométrico, como as de Van Hiele (1986), Parzysz (2006), Curi (2021) e Ranieri e Colombo (2012). O trabalho incorpora uma abordagem qualitativa e de tipologia documental. Com esse propósito, realiza-se a análise documental dos protocolos de atividades realizadas pelos 25 estudantes à luz dos teóricos que fundamentam este estudo. Entre os resultados, percebe-se, que os estudantes: reconheceram e identificaram os nomes das figuras geométricas espaciais; apresentaram lacunas nos conhecimentos em relação aos atributos dos poliedros e corpos redondos, principalmente quando foi solicitado a elas que buscassem uma justificativa para caracterizarem as figuras geométricas que faziam parte do mesmo grupo, como no caso dos prismas; conseguiram perceber mais as semelhanças entre prismas e corpos redondos do que as diferenças.

Palavras-chave: Pensamento Geométrico. Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Lesson Study.

Abstract

This text analyzes the development of Geometric Thinking among students in a fifth-grade class of Elementary School who participated in a study involving the Lesson Study cycle. It presents part of the results of the project Contributions of research to the teaching and learning process in Mathematics in the fifth grade of Elementary School: a pilot project involving two Education Directorates of the São Paulo State Network. The theoretical framework is based on the theories that permeate Geometric Thinking, such as those of Van Hiele (1986), Parzysz (2006), Curi (2021), and Ranieri and Colombo (2012). The work incorporates a qualitative and documentary typology approach. For this purpose, a documentary analysis of the activity protocols carried out by the 25 students is carried out in light of the theorists who support this study. Among the results, it is clear that the students: recognized and identified the names of the spatial geometric figures; presented gaps in knowledge regarding the attributes of polyhedrons and round bodies, especially when they were asked to find a justification to characterize the geometric figures that were part of the same group, as in the case of prisms; they were able to perceive more similarities between prisms and round bodies than the differences.

Keywords: Geometric Thinking. Early Years of Elementary School. Lesson Study.

1 INTRODUÇÃO

A Geometria, como campo de estudo, envolve um repertório de conceitos e procedimentos fundamentais para resolver problemas do mundo físico e de distintas áreas de conhecimento. Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Geometria se apresenta como Unidade Temática e preconiza o estudo das Relações Espaciais e das Figuras Geométricas Planas e Espaciais, com foco nas formas e relações entre os elementos dessas figuras (Brasil, 2017). Com esse trabalho, é possível desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes, reconhecido como necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos conclusivos e convincentes.

O Currículo Paulista (São Paulo, 2020) define o Pensamento Geométrico como o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial. Entre elas, podemos citar: a memória visual, que se refere à habilidade de relembrar um objeto que não está mais no campo de visão, comparando suas características com as de outros objetos; a percepção de figuras planas, que envolve o ato de focalizar uma figura específica em um quadro de estímulos visuais; a discriminação visual, considerada a habilidade de constatar similitudes e diferenças entre objetos; a classificação de formas e objetos e suas propriedades, que dependem da habilidade de isolar características comuns ou únicas que possibilitam a comparação (percepção da semelhança ou da divergência).

À vista disso, essas habilidades de percepção espacial apoiam-se em processos cognitivos correlatos a práticas de leitura e à escrita. Outrossim, o desenvolvimento dessas competências se dá mediante a proposição de atividades geométricas problematizadoras, que circundam a experimentação, a investigação e a manipulação. Com isso, a expectativa para os Anos Iniciais, especialmente antes de adentrar os Anos Finais, é que os estudantes já estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, identifiquem características de formas geométricas planas e espaciais bem como associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa (São Paulo, 2020).

Dante das prescrições curriculares apresentadas, baseando-nos em Leivas (2009), neste estudo, conceituamos o Pensamento Geométrico como um processo constituinte do pensamento matemático, capaz de elaborar estruturas geométricas mentais a partir de imaginação, intuição, visualização, manipulação e representação para a produção de conhecimentos matemáticos científicos. No presente texto, apresenta-se parte dos resultados do Projeto de Pesquisa *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática no quinto ano do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo duas Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, financiado pelo CNPq. O objetivo dessa pesquisa é analisar o desenvolvimento do Pensamento Geométrico de estudantes de uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental que participaram de um estudo envolvendo o ciclo em *Lesson Study*.

2 PENSAMENTO GEOMÉTRICO

O referencial teórico da pesquisa está alicerçado nas teorizações que permeiam o Pensamento Geométrico, como Van Hiele (1986), Parzysz (2006), Curi (2021) e Ranieri e Colombo (2012). O modelo de Van Hiele é reconhecido como referência para a aprendizagem e para a avaliação das habilidades dos estudantes em Geometria. Em suas pesquisas, Pierre Van Hiele (1986) identificou que as atividades apresentadas às crianças, comumente, requerem vocabulário apropriado e conhecimentos de propriedades que vão além do nível de pensamento da criança.

De acordo com Van Hiele (1986), existem cinco níveis hierárquicos de compreensão – denominados de “visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor” –, que apresentam uma descrição das características do pensamento e das fases sequenciais de ensino. Assim, apresentamos adiante, apenas os níveis propostos pelo modelo para os Anos Iniciais (Visualização e Análise), apresentando sua descrição. Antes, porém, cabe destacar que a descrição apresentada pelo modelo de Van Hiele (1986) centraliza a Geometria Plana; mas, neste texto, apresentamos, a partir das características de cada nível, descrições também para a Geometria Espacial.

No nível 1, *Visualização ou Reconhecimento*, os estudantes usam a percepção visual e sua vivência no mundo que os cerca. Reconhecem a figura geométrica por sua aparência global, mas não identificam seus atributos. Associam figuras planas e espaciais a objetos familiares do mundo físico. Identificam as figuras geométricas planas e espaciais a partir de uma representação. Utilizam o vocabulário simples das figuras geométricas mais usuais, porém sem a menção a atributos das figuras geométricas.

No nível 2, *Análise*, os estudantes começam a analisar as figuras geométricas informalmente a partir da observação dos objetos (não como um todo) e da manipulação e passam a nomear e descrever atributos das figuras geométricas planas (exemplo do quadrado: quatro lados, quatro ângulos retos, lados iguais e lados opostos paralelos) e espaciais (exemplo do cubo: o cubo é um poliedro de seis lados que possui todas as faces quadradas). Aqui também se incluem as contagens de faces, vértices e arestas, no caso dos prismas e das pirâmides, mas os discentes não compreendem as relações entre as figuras e as propriedades (por exemplo, todo quadrado é um retângulo). Os alunos associam as figuras espaciais a suas planificações e analisam, nomeiam e compararam seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais (como no caso do cilindro, em que compreendem que a planificação de um cilindro é constituída por dois círculos, as bases do cilindro, e um retângulo, sua área lateral).

Segundo Van Hiele (1986), as crianças pensam em diferentes níveis, divergem umas das outras e também do professor, usam um vocabulário distinto daquele utilizado nos livros didáticos. O autor afirma que o crescimento da criança, em idade cronológica, não assegura um crescimento nos níveis de pensamento e que poucos estudantes atingem o último nível.

O pesquisador francês Bernard Parzysz (1988) estudou o modo de os estudantes representarem um objeto geométrico por meio de um desenho, buscando organizar a representação e as propriedades que conhecem (o sabido) de maneira compatível com a imagem mental que eles têm do objeto (o visto). Apresenta um modelo teórico sobre o ensino de Geometria em que destaca quatro níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico: G0, G1, G2 e G3. A seguir, expomos as especificidades dos níveis G0 e G1, explorados nos Anos Iniciais.

No nível G0, parte-se da realidade, do concreto, e os objetos são materializados. Os objetivos são físicos, e suas características influenciam as observações e identificações. A validação é pautada na percepção. O nível G1 é a Geometria das representações figurais e gráficas. Nele, os objetos que eram físicos recebem uma representação gráfica, que pode ser um desenho construído por processos geométricos. As resoluções de atividades encontram-se centradas em recursos — régua graduada, esquadro, transferidor, compasso —, mas os estudantes também podem fazer uso de tecnologias digitais.

Segundo Parzysz (1988), quando os estudantes produzem ou fazem a leitura e interpretação de um desenho, geralmente, pode surgir um conflito entre esses dois polos, o do que se “vê” e o do que se “sabe”. O autor aponta que, nas representações de objetos geométricos tridimensionais, o “sabido” predomina sobre o “visto”. Ele relata que três tipos de atitudes ocorrem sucessivamente de acordo com o nível escolar do estudante e que estas, às vezes, coexistem em alguns níveis de ensino. Segundo o pesquisador, não há conflito entre “visto” e “sabido” ou elas são ignoradas nos desenhos dos estudantes do início da escolarização.

Parzysz (1988) destaca que, nos primeiros anos de escolaridade, os estudantes desenham o que veem. Nas duas fases posteriores, os estudantes procuram representar, sem adaptações, as propriedades do objeto que consideram importantes em detrimento da representação do objeto da maneira como ele o imagina. Nesse caso, as representações de objetos geométricos espaciais passam a ter a influência do “sabido” sobre o “visto”. Parzysz (1991) também afirma que a Geometria ensinada progride da observação e manipulação para a demonstração e aponta a importância do desenho e sua progressão de um nível para outro, devido à compreensão de características e propriedades das figuras geométricas.

Curi (2021), por sua vez, em seus estudos, a partir das contribuições de Parzysz (1991) sobre o conflito do “que se vê e do que se sabe” ao representar um objeto geométrico por meio de um desenho, incorporou ao modelo de Van Hiele do Pensamento Geométrico, o nível transição. Segundo a pesquisadora,

esse nível de transição aparece quando uma criança representa, por exemplo, uma figura geométrica, usando conhecimentos visuais que têm sobre a figura e o conhecimento, mesmo que implícito, sobre suas características ou propriedades [...]. Ao desenhar uma caixa de leite (representação de um prisma de base quadrada) com fonte de apoio visual, as crianças sentiram a necessidade de mostrar faces ocultas, já com base em seu conhecimento, mesmo que empírico das características dos prismas e das partes dessa figura (Curi, 2021, p. 7-8).

Os uruguaios Ranieri e Colombo (2012) apontam para a importância de abordar uma variedade de tipos de atividades geométricas em sala de aula, na tentativa de encorajar os estudantes a pensarem nas relações entre figuras e seus elementos, podendo, assim, estabelecer articulações entre elas. Nesse sentido, os autores apresentam diferentes tipos de atividades geométricas: 1) a de representação; 2) a de cópia; 3) a de comunicação; 4) a de classificação; e 5) a de registro.

A *atividade de representação* corresponde a representar fisicamente uma figura e se associa ao traçado, pode estar relacionada ao uso de recursos de Geometria, quando necessário e possível. Esse tipo de atividade está direcionado com os comandos das atividades: “trace a...”, “represente a...”, “construa a...”. Todavia, é preciso garantir que não seja solicitado o desenho pelo desenho, sem a devida mobilização das propriedades geométricas relacionadas entre si. A *atividade de cópia* refere-se à reprodução de determinada figura, ou seja, aquela em que o professor dá a seus estudantes uma figura representada em uma folha do caderno, por exemplo, e pede que façam outra igual em outra folha. Na *atividade de comunicação*, o professor coloca um conjunto de figuras espaciais sobre a mesa e diz aos estudantes que escolheu uma delas.

Eles terão que fazer perguntas ao docente para descobrir qual figura ele elegeu. Em relação à *atividade de classificação*, as figuras são agrupadas pelos estudantes de acordo com um determinado critério que terão de especificar. A *atividade de registro* corresponde a um tipo de atividade em que o estudante realiza o registro de uma característica de determinada figura, mostrando ‘tudo o que ele lembra e sabe’ sobre aquela figura (Ranieri; Colombo, 2012).

3 METODOLOGIA

A pesquisa incorpora uma abordagem qualitativa e de tipologia documental. Segundo Godoy (1995), a abordagem qualitativa, enquanto exercício de pesquisa, permite que a imaginação e a criatividade levem os pesquisadores a proporem estudos que explorem novos enfoques. Nesse sentido, a análise documental representa um caráter inovador, visto que os documentos são considerados importantes fontes de dados.

Godoy (1995) nos esclarece que esse tipo de pesquisa corresponde à análise de materiais de natureza distinta, que ainda não receberam um tratamento analítico. A palavra *documentos*, em nosso estudo, faz menção aos protocolos das atividades dos estudantes envolvendo as figuras geométricas espaciais.

Conforme anunciado, o contexto da pesquisa foi o Projeto de Pesquisa *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática no quinto ano do Ensino Fundamental: um projeto piloto envolvendo duas Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, que teve apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e contrapartida da Universidade Cruzeiro do Sul, especificamente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, que estabeleceu uma parceria com duas diretorias de ensino do Estado de São Paulo, a Campinas Oeste e a Leste 1. O projeto foi desenvolvido no *campus* Liberdade da Universidade Cruzeiro do Sul e envolveu seis professoras, sendo duas de Campinas e quatro da Leste 1. Ademais, também contou com a participação de três pesquisadores, sendo dois mestrandos e uma doutoranda do Programa de Pós-Graduação supracitado, além das três coordenadoras do Projeto. O Quadro 1 apresenta o perfil das professoras participantes da pesquisa.

Quadro 1: Perfil dos participantes da pesquisa

Nome	Idade	Tempo de magistério	Diretoria Ensino	Tempo de atuação na diretoria de ensino	Formação acadêmica
Elisa	44	12 anos	Campinas Oeste	12 anos	Pedagogia ; Letras. Especialização em Educação Especial.
Luci	45	13 anos	Campinas Oeste	13 anos	Pedagogia.
Sil	61	26 anos	Leste 1	26 anos	Magistério Pedagogia

Lena	47	6 anos	Leste 1	6 anos	Pedagogia
Dani	41	20 anos	Leste 1	8 anos	Pedagogia

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme podemos observar no Quadro 1, as professoras são licenciadas em Pedagogia e a maioria possui mais de 10 anos de experiência docente.

4 METODOLOGIA DE FORMAÇÃO

A *Lesson Study* é uma metodologia de formação de professores, de origem japonesa, centrada na prática do professor e sustentada na colaboração e reflexão, que acarreta o desenvolvimento profissional em Matemática, abrangendo uma pluralidade de dimensões, como os conhecimentos profissionais, as aprendizagens, as mudanças na Prática e a cultura profissional (Martins; Curi; Borelli, 2023). Em sua essência, a metodologia de formação incorpora três etapas, popularizadas pelo ciclo do processo de “planejar aula, realizar e ver” (Isoda; Baldin, 2023). Desse modo, além das fases de planejamento, observação e reflexão da aula, nesse projeto, incluímos tais partes e adaptamos outras no ciclo, em conformidade com nossos propósitos, contexto e participantes da pesquisa.

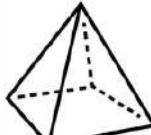
A primeira etapa do projeto, denominada como *Estudo e Diagnóstico*, foi desenvolvida em dez encontros. Iniciamos os encontros analisando os itens de avaliação referentes aos quatro bimestres da Prova Paulista, até chegarmos a um consenso e definirmos o Pensamento Geométrico como temática da *Lesson Study*. Com essa definição, apropriamo-nos de todas as teorizações que permeiam o Pensamento Geométrico, com base em Van Hiele (1986), Parzysz (2006), Curi (2021) e Ranieri e Colombo (2012), bem como em pesquisas brasileiras que discutiam esse tipo de pensamento nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como Santos (2023) e Pezzete (2023).

A segunda etapa do projeto, o Planejamento, foi realizada em três encontros. No primeiro e segundo, solicitamos que as professoras, divididas em dois grupos, selecionassem uma aula do material *slide* (encontro 1) e do material “Curriculum em Ação” (encontro 2) referente às Figuras Geométricas Espaciais e respondessem a algumas questões norteadoras, visando a antecipar alguns aspectos do Planejamento coletivo.

No terceiro encontro, coletivamente, as docentes discutiram e planejaram a aula 18, constituída por seis atividades. Cabe evidenciar que, nesse texto, focaremos em apenas três atividades, conforme a Figura 1.

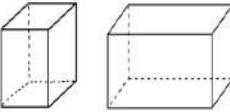
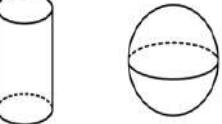
Figura 1: Atividades selecionadas da Aula 18, referente à comparação de figuras geométricas espaciais

- 1 Complete a tabela.

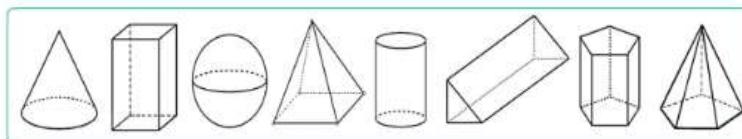
Desenho da figura geométrica espacial	Nome	Objeto semelhante	Nº de faces	Nº de vértices	Nº de arestas
	cubo				
					
	paralelepípedo				

75

- 2 Veja as duplas de figuras espaciais geométricas e preencha a tabela abaixo com as semelhanças e diferenças entre elas.

Figuras geométricas espaciais	Semelhanças	Diferenças
		
		

- 6 Observe as figuras geométricas espaciais e responda, seguindo os agrupamentos realizados em cada afirmativa.



A Circule o prisma pentagonal e responda quais as outras figuras geométricas espaciais que fazem parte do mesmo grupo. Justifique sua resposta.

B Marque com "X" o cone e responda quais outras figuras geométricas espaciais que fazem parte do mesmo grupo. Justifique sua resposta.

Fonte: Curriculo em Ação (São Paulo, 2025)

A partir dessas atividades, o grupo discutiu e preencheu o instrumento contendo alguns itens: atividade; habilidade do currículo; objetivo da atividade; nível do pensamento geométrico; nível cognitivo; conhecimentos prévios; dificuldades dos estudantes; encaminhamos para superação das dificuldades; recursos didáticos; indicadores avaliativos. Além desses aspectos, o instrumento continha o aspecto *desenvolvimento da aula*, mostrando os momentos *Problematização, Trabalho autônomo, Discussão coletiva/ Intervenção da professora e Sistematização*.

A partir desse planejamento coletivo, das discussões e das reflexões em relação ao desenvolvimento da Aula, o grupo estabeleceu momentos da aula, conforme o Quadro 2.

Quadro 2: Momentos da aula definidos no planejamento¹

Momentos	Descrição	Tempo Previsto
Problematização	Apresentação da atividade da aula 18 e problematização de alguns aspectos das figuras geométricas espaciais, como a identificação das suas características e nomenclaturas.	10 min
Trabalho autônomo	Os alunos, organizados em grupos (de três integrantes), dedicam-se a discutir e resolver cada atividade proposta.	50 min
Discussão coletiva/ Intervenção da professora	Apresentação das estratégias, representações, soluções e conclusões dos grupos.	25 min
Dinâmica Descobrindo a Figura Geométrica a partir de suas características	A professora propõe uma dinâmica, na qual cada grupo discute e seleciona uma figura geométrica espacial, indicando algumas características dessa figura. Depois, cada grupo apresenta uma característica e os demais terão de descobrir a nomenclatura da figura.	20 min.
Sistematização	A professora sistematiza formalmente com a turma as nomenclaturas e atributos relacionados às figuras geométricas espaciais abordadas nas atividades da aula 18, empregando os sólidos geométricos como recursos didáticos.	15 min

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras a partir da adaptação de Richit, Fiorentini e Pina Neves (2023)

A terceira etapa do projeto denominada implementação e observação da aula foi realizada no dia 8 de abril de 2025 em uma turma do quinto ano da Escola Estadual Benito Juarez de Souza, localizada na cidade de Campinas. Nessa ocasião, a professora Luci conduziu a aula planejada e nós, formadoras do projeto, observamos a aula atentamente e preenchemos um instrumento de observação contendo questões específicas sobre a aula implementada à luz do planejamento realizado.

Na terceira etapa, reflexão da aula, refletimos acerca da aula implementada e observada em quatro momentos. O primeiro foi com a professora Luci, após a aula desenvolvida, a partir de uma conversa informal sobre as percepções da professora. O segundo foi uma reflexão coletiva com todo o grupo, no qual selecionamos esses episódios destacados e mostramos os trechos dos vídeos para discussão e reflexão coletiva. O terceiro foi uma conversa com a professora Luci, de forma individual, na tentativa de apresentar alguns dados importantes acerca

¹ O tempo previsto foi destinado para as seis atividades, mas, neste texto, ater-nos-emos a analisar três atividades que consideramos relevantes no ciclo.

das aprendizagens e dificuldades dos estudantes, como também dos conhecimentos necessários à docência, manifestados no ciclo em *Lesson Study*. O quarto momento foi a análise coletiva dos protocolos das atividades dos estudantes, os quais serão explicitados no próximo tópico, destinado aos resultados e à discussão.

Além dessas etapas, no projeto, incorporamos às etapas a *formação de formadores*, visando à formação de todos os pesquisadores envolvidos e a etapa *divulgação dos resultados*. Esta consiste em divulgar os resultados do projeto a partir de publicações em periódicos renomados da área de Educação Matemática, apresentações em congressos e nas secretarias envolvidas e também na própria escola.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Retomamos aqui nosso objetivo de pesquisa: analisar o desenvolvimento do Pensamento Geométrico de estudantes de uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental que participaram de um estudo envolvendo o ciclo em *Lesson Study*. Com esse propósito, realizamos a análise documental dos protocolos de atividades realizadas pelos 25 estudantes à luz dos teóricos que fundamentam este estudo.

Cabe ressaltar que, embora a professora tenha organizado os estudantes em grupo para realizar as atividades, eles as resolveram individualmente. Portanto, as análises serão feitas de forma individual.

A primeira atividade envolvia parte da habilidade do Currículo (*EF05MA16*) *Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos*². Seus objetivos são: representar a figura geométrica espacial a partir da nomenclatura dada; indicar a nomenclatura da figura geométrica espacial a partir da sua representação; sinalizar objetos do mundo físico a partir das figuras geométricas espaciais dadas; especificar o número de faces, vértices e arestas.

De acordo com as análises do grupo na etapa de planejamento, trata-se de uma atividade envolvendo o nível *Visualização*, conforme apresentado por Van Hiele (1986). Na etapa de reflexão, observamos alguns obstáculos em relação a representação da figura geométrica espacial a partir da nomenclatura dada, conforme podemos observar no protocolo da Figura 2.

² Em negrito, realçamos a parte da habilidade que a atividade contempla.

Figura 2: Protocolo 1

1 Complete a tabela.					
Desenho da figura geométrica espacial	Nome	Objeto semelhante	Nº de faces	Nº de vértices	Nº de arestas
	cubo	dado	6	8	12
	Pirâmide de base quadrada	Pirâmide de base quadrada	5	8	12
	paralelepípedo	caixa de sapato	6	8	12

Fonte: Acervo da pesquisa.

Conforme podemos observar, o estudante apresentou dificuldades na representação do cubo e do paralelepípedo, revelando o conflito entre os polos, o do que se “vê” e o do que se “sabe” (Parzysz, 1988).

No protocolo da Figura 3, também identificamos esse tipo de dificuldade. Por outro lado, verificamos avanços em relação ao protocolo anterior, no que se refere ao desenho da figura geométrica espacial.

Figura 3: Protocolo 2

1 Complete a tabela.					
Desenho da figura geométrica espacial	Nome	Objeto semelhante	Nº de faces	Nº de vértices	Nº de arestas
	cubo	dado	6	8	12
	Pirâmide de base quadrada	Pirâmide de base quadrada	5	5	8
	paralelepípedo	caixa de sapato	6	8	12

Fonte: Acervo da pesquisa.

O protocolo da Figura 3 revela que o estudante se encontra no nível de transição proposto por Curi (2021). Segundo a pesquisadora, esse nível aparece quando uma criança representa uma figura geométrica usando conhecimentos visuais que têm sobre a figura e o conhecimento,

mesmo de forma implícita, sobre suas características ou propriedades. Conforme podemos observar, ao desenhar o cubo e o paralelepípedo, o estudante sentiu a necessidade de mostrar faces ocultas, que é aquilo que ele sabe acerca das figuras.

A atividade 2 contempla parte da habilidade do Currículo *EF05MA16 - (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos*. A atividade tem por objetivo analisar e comparar os atributos das figuras geométricas espaciais e apresentar as similitudes e diferenças entre seus atributos. No planejamento, o grupo de professoras indicou que a atividade envolvia o nível *analisar*, tendo em vista que os estudantes teriam de observar as figuras e indicar as diferenças e similitudes a partir de seus atributos.

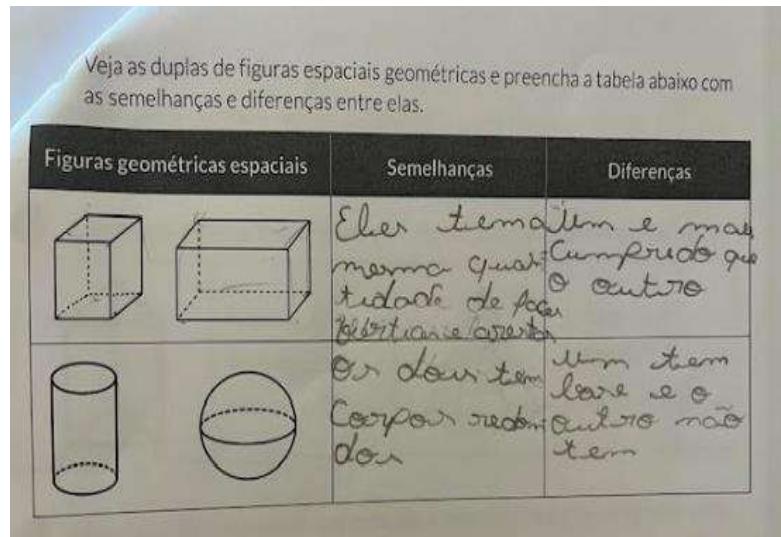
No protocolo da Figura 4, o estudante apresenta a semelhança das figuras geométricas cubo e paralelepípedo a partir da quantificação dos números de faces, vértices e arestas e o cilindro e a esfera por meio de sua classificação “corpos redondos”. Em relação às diferenças do cubo e paralelepípedo, o estudante aponta para o formato; quanto ao cilindro e à esfera, o estudante indica que a diferença está na presença ou não da base, sem especificar qual figura apresenta a base.

Figura 4: Protocolo 3

Figuras geométricas espaciais	Semelhanças	Diferenças
Cubo e paralelepípedo	Têm a mesma número de faces, arestas e vértices	Um é mais alto da e a outra é mais curta
Cilindro e esfera	For duas têm faces arredondadas	A esfera não tem base e o cilindro tem

Fonte: Acervo da pesquisa.

Os dados do protocolo indicam que o estudante se encontra no nível visualização, segundo a nomenclatura de Van Hiele (1986), pois se apoiou nas representações das figuras para apontar as similitudes e diferenças entre elas. As características apontadas referem-se ao formato das figuras geométricas espaciais. Essa constatação também pode ser evidenciada no protocolo da Figura 5:

Figura 5: Protocolo 4


Veja as duplas de figuras espaciais geométricas e preencha a tabela abaixo com as semelhanças e diferenças entre elas.

Figuras geométricas espaciais	Semelhanças	Diferenças
	Eles tem 6 faces e mais mesma quantidade de vértices e arestas	Comprido que o cubo
	Os dois tem base e o corpo redondo	Um tem base e o outro não tem

Fonte: Acervo da pesquisa.

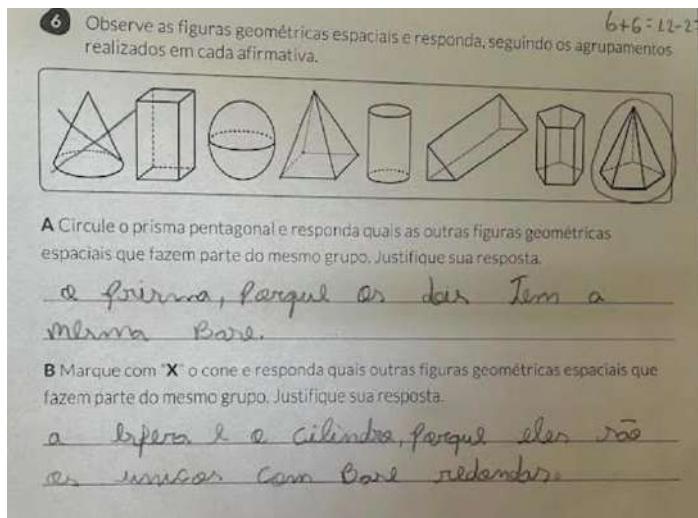
Conforme o protocolo 4 (Figura 5), o estudante também se apoiou na visualização das figuras geométricas para indicar as semelhanças e diferenças. Portanto, ambos os estudantes (protocolo 3 e 4) reconheceram as figuras geométricas por sua aparência global, mas não identificaram seus atributos, utilizando o vocabulário simples das figuras geométricas, mas sem a reconhecer, principalmente, as diferenças de atributos.

Cabe destacar que o fato de os estudantes (Protocolo 3 e 4) indicarem como semelhança do cubo e paralelepípedo a quantidade de faces, vértices e arestas pode se relacionar à atividade 1, que requer essa quantificação ou ao fato de professora ter ensinado a fórmula de Euler (não prevista no planejamento, nem no próprio currículo proposto para o quinto ano) e a relembrado antes da aplicação da atividade.

A atividade 6 corresponde à parte da habilidade *EF05MA16 - Associar figuras espaciais às suas planificações (prisma, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos* e tem por objetivo identificar as características de prismas e corpos redondos. No planejamento, o grupo de professores fez a indicação de que a atividade envolvia os níveis do Pensamento Geométrico, da Visualização e da Análise.

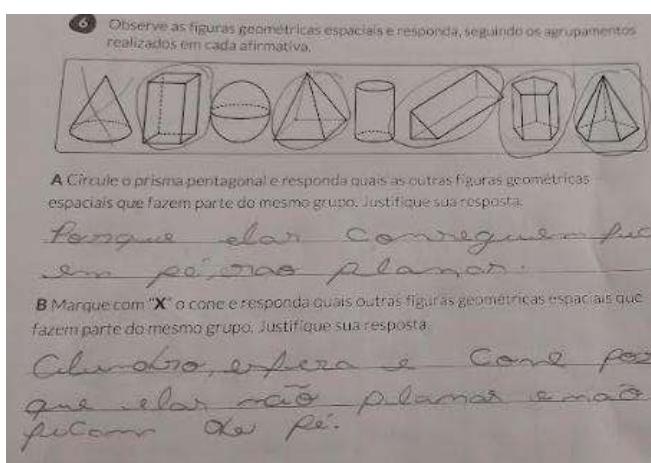
Os protocolos das Figuras 6 e 7 mostram que os estudantes classificaram as figuras geométricas espaciais a partir da base.

Figura 6: Protocolo 5



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 7: Protocolo 6



Fonte: Acervo da pesquisa.

A partir desses protocolos, há indícios de que os estudantes ainda estão no nível de Visualização, apesar de a atividade indicar o de Análise. Assim, reiteramos que os estudantes reconhecem e classificam as figuras geométricas por sua aparência global, mas não identificam seus atributos.

Com base em nossas análises, a primeira indicação que podemos tecer neste texto refere-se às propostas de Ranieri e Colombo (2012) de promover a diversidade de atividades geométricas em sala de aula. De modo especial, no caso da turma da professora Luci, apontamos a importância: da atividade de cópia para superar as dificuldades de representação; da atividade de classificação, na tentativa de superar a limitação dos estudantes de agrupar as figuras apenas a partir de um critério exclusivo, que no caso foi a observação da base; e da atividade de comunicação, visando a encorajar os estudantes a analisar, nomear e comparar os atributos das figuras geométricas espaciais.

Nesse sentido, consideramos que essas tipologias de atividades podem favorecer o desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele (1986) e superar o conflito entre o

que se “vê” e o que se “sabe” (Parzysz, 1988). Isso porque a evolução dos estudantes também depende da natureza das tarefas propostas (Parzysz, 1988).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao retomar nosso objetivo da pesquisa, analisar o desenvolvimento do Pensamento Geométrico de estudantes de uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental de um estudo envolvendo o ciclo em Lesson Study durante o desenvolvimento do projeto *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática no quinto ano do Ensino Fundamental: um projeto envolvendo duas Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, percebemos, a partir da análise dos protocolos, que os estudantes reconheceram e identificaram os nomes das figuras geométricas espaciais. Além disso, eles revelaram lacunas nos conhecimentos em relação aos atributos dos poliedros e corpos redondos, principalmente quando foi solicitado que buscassem uma justificativa para caracterizarem as figuras geométricas que faziam parte do mesmo grupo, como no caso dos prismas. Eles conseguiram perceber mais as semelhanças entre prismas e corpos redondos do que as diferenças, mas faltou vocabulário matemático para explicitar melhor suas percepções.

Constatamos que, apesar de a professora ter apresentado as figuras geométricas espaciais e de o caderno do aluno ter a representação dos desenhos dessas figuras, grande parte dos estudantes não conseguiram representar o prisma de base quadrada e o paralelepípedo. Isso demonstra que ora tentaram enfrentar o dilema do visto e do sabido, ora tiveram a necessidade de registrar faces ocultas, buscando, de alguma maneira, representar aquilo que sabiam acerca das figuras.

O trabalho desenvolvido com as professoras – que envolveu planejamento (estudo e organização da aula propriamente dita), execução da aula e reflexão sobre a aula – permitiu ter uma visão clara das dificuldades enfrentadas pelos alunos, bem como do que seria necessário retomar, a partir de todos os estudos realizados para sanar as lacunas de conhecimento mapeadas. Outro aspecto que não está no escopo deste artigo, mas que consideramos importante ressaltar, foi o desenvolvimento do Pensamento Geométrico envolvendo o ciclo de Lesson Study. O caminho escolhido foi longo se contarmos com as três etapas: o estudo, a preparação da aula, a organização da observação e de análise. Mas ele proporcionou elementos teóricos que possibilitaram a observação qualificada da aula, uma vez que permitiram a identificação de lacunas nos conhecimentos geométricos dos alunos, bem como a escolha de encaminhamentos para a superação das dificuldades observadas durante a aula.

Nesse percurso, observamos nos próprios professores o refinamento do olhar para analisar as produções dos alunos. Esse aprimoramento contribui para o direcionamento de escolhas didáticas e metodológicas mais adequadas para o ensino, em função de um respaldo teórico e do conhecimento real das necessidades dos alunos.

REFERÊNCIAS

- BLOOM, B. S. et al. *Taxonomy of educational objectives*. New York: David McKay, 1956.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília, DF: MEC, 2017.
- CURI, E. Algumas reflexões sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico no Currículo de Matemática da cidade de São Paulo. *Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, Recife, v. 13, n. 3, p. 1-19, 2021.
- GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. *Revista de Administração de Empresas*, São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, maio/jun. 1995.
- ISODA, M; BALDIN, Y. Y. Estudio de Clases Japonés, su Naturaleza y su Impacto en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Paradigma*, Maracay, v. 44, n. 2, p. 5–35, 2023.
- LEIVAS, J. C. P. Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. 2009. 294 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.
- MARTINS, P. B.; CURI, Edda; BORELLI, Suzete de Souza. A metodologia de formação Lesson Study em um projeto de pesquisa desenvolvido em um contexto de implementação curricular: avanços e dificuldades. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v. 12, n. 29, p. 119–142, 2023. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/8227>. Acesso em: 10 jun. 2025.
- PARZYSZ, B. Knowing vs seeing: problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, New York, v. 19, n. 1, p. 79-92, 1988.
- PARZYSZ, B. Representation of space and students' conceptions at high school level. *Educational Studies in Mathematics*, 22(6), 575-593, 1991.
- PARZYSZ, B. La géometrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles : de quoi s'agit-il ? *Quaderni di Ricerca in Didattica*, Palermo, n. 17, 2006.
- PEZZETE, K. F. M. As figuras geométricas espaciais nos anos iniciais em documentos e materiais curriculares da secretaria de educação do Estado de São Paulo no período de 2019 a 2022. *Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, Recife, v. 12, n. 3, p. 1-20, 2021.
- RAINIERE, A. F.; COLOMBO, C. V. *Pensar Geométricamente*: ideas para desarrollar el trabajo en el aula. 2. ed. Montevideo: Grupo Magro Editores, 2012.
- RICHIT, A.; FIORENTINI, D.; PINA NEVES, R. S. Apresentação. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v. 12, n. 29, p. 1-4, 2023.
- SANTOS, S. O. dos. *O desenvolvimento do pensamento geométrico nos materiais curriculares do professor do ciclo de alfabetização da rede municipal de São Paulo*. 2023. X f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) — Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2023.

SÃO PAULO. *Curriculo Paulista*. São Paulo: Secretaria de Educação, 2020. Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/02/Curriculo_Paulista-etapas-Educa%C3%A7%C3%A3o-Infantil-e-Ensino-Fundamental-ISBN.pdf. Acesso em: 11 maio 2025.

VAN HIELE, P. M. Structure and Insight. Florida: Academic Press Orlando, 1986.