Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
ISSN 1982-4866
REVISTA DYNAMIS
FURB

COMPARAÇÕES RELATIVAS E SABERES INTUITIVOS: O RACIOCÍNIO PROPORCIONAL EM CRIANÇAS DO ENSINO FUNDAMENTAL

RELATIVE COMPARISONS AND INTUITIVE KNOWLEDGE: PROPORTIONAL REASONING IN ELEMENTARY SCHOOL CHILDREN

Angelica da Fontoura Garcia Silva
Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Docente do Programa de Pós-Graduação em Metolologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias da Universidade Pitágoras Unopar Anhanguera.
angelicafontoura@gmail.com

Ruy Cesar Pietropaolo
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Docente do Programa de Pós-Graduação em Metolologias para o Ensino de Linguagens e Tecnologias da Universidade Pitágoras Unopar Anhanguera e do PPG de Ensino de Ciências (Programa Acadêmico) da Universidade Cruzeiro do Sul (Unicsul).
rpietropaolo@gmail.com

Resumo

Este artigo discute as argumentações de crianças do quarto ano do Ensino Fundamental sobre situações-problema em que se exige o raciocínio proporcional para as respostas e se analisa as intervenções da professora, tendo em vista que os alunos ainda não dispunham de conceitos e procedimentos sobre razões e proporções. Engaja-se a outros estudos cujos resultados são discutidos a partir do ponto de vista cognitivo e das alternativas educacionais reveladas para a educação matemática de crianças nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Com isso, escolheu-se duas situações cotidianas significativas para que as crianças elaborassem suas hipóteses. Essas situações atendem a pressupostos teóricos de Lamon e da Teoria das Situações de Brousseau. Para compreender e avaliar a qualidade dos processos pedagógicos implementados para as discussões dessas situações, adotou-se elementos do Enfoque Ontossemiótico, segundo Godino, Contreras e Font. Os resultados revelam que as crianças foram capazes de mobilizar saberes intuitivos e operar com ideias relativas, mesmo sem recorrer à linguagem formal da Matemática, e que a mediação da professora foi decisiva para favorecer o deslocamento do pensamento absoluto para o pensamento relacional, ampliando a compreensão conceitual dos estudantes sobre as relações proporcionais.

Palavras-chave: Educação Matemática. Raciocínio Proporcional. Anos Iniciais. Saberes Intuitivos.

Abstract

This article discusses the arguments presented by fourth-grade elementary school children when solving problem situations that require proportional reasoning, and analyzes the teacher’s interventions, considering that the students had not yet developed formal concepts and procedures related to ratios and proportions. The study engages with other research whose findings are discussed from a cognitive perspective and in terms of the educational alternatives revealed for mathematics education in the early years of elementary school. Accordingly, two meaningful everyday situations were selected for the children to formulate their hypotheses. These situations align with the theoretical assumptions of Lamon and Brousseau’s Theory of Didactic Situations. To understand and assess the quality of the pedagogical processes implemented during the discussions, elements of the Ontosemiotic Approach, as proposed by Godino, Contreras, and Font, were adopted. The results show that the children were able to mobilize intuitive knowledge and work with relative ideas, even without relying on formal mathematical language, and that the teacher’s mediation played a crucial role in supporting the shift from absolute to relational thinking, thereby deepening students’ conceptual understanding of proportional relationships.

Keywords: Mathematics Education. Proportional Reasoning. Early Years of Elementary School. Intuitive Knowledge.

1 INTRODUÇÃO

É fato que, em escolas brasileiras, até meados dos anos de 1980, o ensino de proporcionalidade era indicado para os estudantes das antigas sextas ou sétimas séries do Ensino Fundamental – crianças de idade de 12 a 13 anos, aproximadamente. A tendência era considerar a proporção como um tópico, ensinado isoladamente, e não como um conceito a ser desenvolvido e compreendido ao longo dos anos de escolaridade. Tratado como um item do programa de Matemática, o ensino de proporção se caracterizava apenas pelo uso de procedimentos mecânicos e aplicação de lista de exercícios de fixação.

Todavia, essa posição parece ter sido superada, pelo menos segundo os currículos prescritos, já a partir dos anos de 1990, conforme se observa nos Parâmetros Curriculares Nacionais – os PCN:

> A proporcionalidade, por exemplo, está presente na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. O fato de que vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. Ele está ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos (Essa resposta faz sentido? Ela deveria ser maior ou menor?). Para raciocinar com proporções é preciso abordar os problemas de vários pontos de vista e identificar situações em que o que está em jogo é a não-proporcionalidade (Brasil, 1997. p. 38)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reitera essas considerações dos PCN sobre a proporcionalidade. Frisa-se que esta é uma das ideias fundamentais da Matemática presentes em situações cotidianas e nas diferentes unidades temáticas, que, portanto, deve ser ensinada ao longo do Ensino Fundamental e do Médio na abordagem dessas unidades. O documento assevera:

> Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, *proporcionalidade*, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (Brasil, 2018, p. 268, grifo nosso).

Assim, o Raciocínio Proporcional (RP) é reconhecido como essencial para a construção e desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes, estabelecendo-se como base fundamental para aprendizagens posteriores, como conceitos aritméticos, algébricos, geométricos, métricos e estatísticos. Contudo, pesquisas recentes têm identificado desafios significativos relacionados ao entendimento desse tipo de raciocínio pelos estudantes. Nos contextos brasileiro e português, há, por exemplo, pesquisas que destacam a predominância de estratégias intuitivas dos alunos baseadas apenas em raciocínios aditivos para resolver situações em que a proporcionalidade está presente (Martins; Garcia Silva, 2022; Ponte; Costa, 2008; Souza; Galvão; Poggio, 2016).

Nesse contexto, torna-se especialmente relevante investigar e compreender o desenvolvimento do RP desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, promovendo oportunidades para exploração das relações proporcionais a partir de situações cotidianas, mais intuitivas, pelas crianças. Assim, a presente pesquisa objetiva contribuir com reflexões e discussões de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sobre a resolução de duas situações didáticas elaboradas segundo pressupostos teóricos de Lamon (2006) e da Teoria das Situações de Brousseau (1986, 2008).

Para compreender e avaliar a qualidade dos processos pedagógicos implementados para as discussões dessas situações, adotou-se elementos do Enfoque Ontossemiótico (EOS), segundo Godino, Contreras e Font (2006). Essa escolha possibilitou examinar a adequação das situações discutidas, as interações promovidas em sala de aula, de modo a identificar os significados matemáticos mobilizados pelos alunos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O desenvolvimento do RP é basilar para o avanço do pensamento matemático e serve como base para aprendizagens em aritmética e álgebra (Lamon, 2006; Lesh; Post; Behr, 1988). Estudos brasileiros destacam dificuldades significativas relacionadas ao RP, especialmente entre estudantes do Ensino Médio (Martins; Garcia Silva, 2022; Souza; Galvão; Póggio, 2016). De forma semelhante, Ponte e Costa (2008) observam desafios entre estudantes portugueses de 10 a 14 anos, cujas estratégias frequentemente baseiam-se em apenas em estruturas aditivas intuitivas. Isso reforça a importância de que, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, os professores discutam e trabalhem explicitamente com situações que envolvam o RP, permitindo que as crianças construam de modo gradual uma compreensão conceitual mais aprofundada.

Lamon (2006) define o RP como a capacidade de reconhecer, compreender e aplicar relações proporcionais em diversas situações, envolvendo identificação e estabelecimento de relações entre grandezas, comparação precisa de razões e proporções, e utilização lógica do pensamento matemático para analisar e interpretar situações proporcionais. Problemas intuitivos, conforme descritos por Lamon (2006), fundamentam-se em contextos cotidianos e no entendimento inicial das crianças, favorecendo o reconhecimento natural de relações proporcionais sem a necessidade imediata de procedimentos matemáticos formais. Spinillo (1992, 2002) ressalta a importância de explorar relações de equivalência desde os anos iniciais e de incentivar o pensamento relativo, em oposição ao pensamento absoluto. Segundo essa autora, conceitos intuitivos, como o de "metade", são amplamente utilizados pelas crianças, e cabe ao ensino escolar estimular essa compreensão para que atinja níveis mais elaborados.

Com base nesses fundamentos, foi realizada uma pesquisa com 23 estudantes do quarto ano do Ensino Fundamental, apresentando 2 situações didáticas inspiradas nas ideias de Lamon a respeito do RP e na Teoria das Situações Didáticas (TSD), de Guy Brousseau (1986, 2008). A TSD é uma perspectiva teórica que busca compreender como o conhecimento é construído por meio das interações entre alunos e professores bem como do contexto da sala de aula em situações didáticas cuidadosamente planejadas.

Reitera-se que a avaliação qualitativa dos processos pedagógicos será realizada a partir de elementos do EOS, permitindo a análise da idoneidade didática, conforme Godino, Contreras e Font (2006). Para esses autores, o enfoque abarca seis facetas inter-relacionadas: epistêmica, cognitiva, afetiva, mediacional, interacional e ecológica. Neste artigo, consideramos especialmente as facetas cognitiva e interacional, dado o contexto restrito da atividade que ocorreu em um único dia de aula, com duração de quatro horas.

Para a faceta cognitiva, examinou-se a adequação dos significados matemáticos propostos às condições de desenvolvimento proximal dos alunos participantes, considerando seus conhecimentos prévios; ao passo que, para a faceta interacional, levou-se as interações estabelecidas entre os participantes, entre os participantes e a professora, de modo a identificar os conflitos conceituais e a promoção da autonomia dos estudantes. A análise dessas categorias permite compreender em que medida uma atividade didática favorece a construção de significados matemáticos relevantes e alinhados aos objetivos de aprendizagem.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa recebeu autorização ética pela Comissão de Ética em Pesquisa (CEP), vinculada à Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (Conep), sob o número CAEE: 43483721.1.0000.5493 e parecer n.º 4.657.800. Quanto à metodologia, adotou-se uma abordagem qualitativa baseada na observação direta das interações estabelecidas entre os alunos durante as atividades realizadas em sala. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a abordagem qualitativa permite compreender os fenômenos educacionais em seus contextos naturais, possibilitando análises detalhadas dos processos envolvidos. O interesse específico desta investigação pelo aprendizado colaborativo justifica-se pela relevância das interações sociais e cognitivas que emergem durante a resolução conjunta de situações didáticas, conforme apontado pelos autores.

Os procedimentos metodológicos adotados envolveram a coleta de dados em uma sala de aula do quarto ano de uma escola municipal situada em uma cidade da Grande São Paulo. A turma, composta por 23 alunos, foi organizada em 5 grupos, sendo 2 grupos compostos por 4 alunos e 3 grupos, por 5 cada. Os grupos analisaram e discutiram 2 situações-problema que podem ser consideradas intuitivas no que se refere ao RP, elaboradas com base nos pressupostos de Lamon (2006) e na concepção de Situação Didática proposta por Brousseau (1986, 2008).

A primeira situação, intitulada “Meninas em duas famílias”, apresenta duas famílias: a família da Júlia, composta por duas meninas e dois meninos; e a família do Miguel, composta por duas meninas e três meninos. O desafio proposto aos estudantes é determinar em qual das famílias há mais meninas em relação ao total de crianças, exigindo uma reflexão relacional e intuitiva sobre partes e todo.

Na segunda situação, intitulada “Qual suco é mais forte?”, os estudantes são convidados a comparar duas receitas de suco. Na jarra A, são misturados dois copos de polpa com quatro copos de água; na jarra B, são misturados três copos de polpa com seis copos de água. Os alunos precisavam identificar qual das misturas resulta em um suco mais concentrado, mobilizando novamente o RP de maneira intuitiva e relacional.

Essas situações foram escolhidas por apresentarem contextos familiares e acessíveis às crianças. Com isso, permitiram que estas mobilizassem saberes intuitivos e prévios sobre proporcionalidade, favorecendo discussões significativas e o desenvolvimento conceitual, sem que, para isso, precisassem levar em conta a necessidade imediata de procedimentos matemáticos formais.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

A primeira situação, apresentada no Quadro 1, foi exposta aos alunos, que a resolveram em grupo.

Quadro 1 – Primeira situação-problema apresentada aos estudantes da sala

Situação Problema 1- Meninas em duas famílias
A família da Júlia tem 2 meninas e 2 meninos. A família do Miguel tem 2 meninas e 3 meninos. Pergunta: Em qual das famílias há mais meninas em relação ao total de crianças?

Fonte: Inspirado em Lamon (2006).

A proposta foi estimular os estudantes a comparar a quantidade de meninas nas famílias da Júlia e do Miguel, visando a potencializar o desenvolvimento do RP intuitivo nos anos iniciais do Ensino Fundamental (Lamon, 2006; Spinillo, 1992, 2002). Nessa atividade, os alunos foram convidados a refletir sobre qual das famílias possui mais meninas em relação ao total de crianças, favorecendo uma análise relacional em vez de uma comparação absoluta.

À primeira vista, ambos os enunciados apresentam o mesmo número absoluto de meninas: duas em cada família. No entanto, os totais de crianças são distintos – quatro na família da Júlia e cinco na do Miguel –, o que torna a comparação uma tarefa que vai além da contagem direta e exige uma análise relacional.

Essa atividade se insere no campo da comparação relativa, que envolve comparar partes de um todo em contextos nos quais a mesma quantidade pode assumir significados diferentes, dependendo da totalidade a que está associada. No caso da família da Júlia, duas meninas representam metade das crianças, ao passo que, na do Miguel, as duas meninas representam menos da metade. O desafio, portanto, não está na realização de cálculos formais, mas na capacidade dos estudantes de perceber essas relações proporcionais de forma intuitiva e argumentada (Lamon, 2006; Spinillo, 1992).

Do ponto de vista pedagógico, a escolha de uma situação contextualizada e próxima da vivência dos alunos contribui para a mobilização de saberes prévios e favorece a construção de significados. Trata-se de um problema acessível, mas que pode gerar conflito cognitivo, especialmente entre aqueles que ainda operam predominantemente com o "pensamento absoluto" (Spinillo, 2002), comparando apenas os valores numéricos apresentados, sem considerar o todo ao qual pertencem. Essa tendência, segundo Ponte e Costa (2008), pode se manter ao longo da escolarização se não forem propostas situações que favoreçam o deslocamento para uma compreensão relacional das quantidades.

A partir da proposição dessa primeira situação, os grupos discutiram a solução e para este artigo. Apresenta-se a discussão de dois dos cinco grupos formados no Quadro 2:

Quadro 2 – Discussão ocorrida em dois grupos da sala

Grupo 1 – Meninas em duas famílias	**Grupo 2** – Meninas em duas famílias
Ana: A Júlia tem duas meninas e dois meninos... Então, tem a mesma quantidade, né? **Carlos**: É, tipo, metade menina e metade menino. **Lucas:** E o Miguel tem duas meninas e 3 meninos. Então, tem mais meninos. **Joana:** Então, na família da Júlia, tem mais menina... Quer dizer, não mais no número, mas metade, né? **Carlos**: Isso! Pro Miguel, as meninas são tipo duas de cinco, é menos que metade.	**Luan**: A família do Miguel tem mais meninas, porque tem duas meninas e a da Júlia também. **Tainá**: Mas, então, tá empatado! **Bia**: Não, o Miguel tem mais crianças; então, tem mais menina, ué. **Luan**: É isso! Ele tem cinco filhos, então duas meninas é mais do que na família da Júlia. **Josi**: Mas e se for metade?

Fonte: Dados da pesquisa captados em áudio.

A comparação entre os diálogos dos dois grupos que discutem a situação das meninas nas famílias da Júlia e do Miguel revela diferentes níveis de compreensão da relação parte-todo, conforme descrito por Spinillo (1992, 2002). O Grupo 1 demonstrou uma compreensão relacional inicial, indicando uma percepção intuitiva do RP, enquanto o Grupo 2 ainda se mostrou preso ao pensamento absoluto.

No Grupo 1, observa-se que os alunos vão além da comparação absoluta dos números e buscam estabelecer relações proporcionais. Ana reconhece que, na família da Júlia, há equilíbrio entre meninas e meninos, o que é interpretado por Carlos como "metade menina e metade menino". Lucas contribui apontando que, na família do Miguel, há mais meninos, o que leva Joana a formular uma ideia mais elaborada: embora o número de meninas seja igual nas duas famílias, na da Júlia, elas representam metade do total, o que não ocorre na do Miguel. A fala de Carlos complementa e reforça a compreensão de que "duas de cinco é menos que metade".

Esse diálogo indica que os estudantes do Grupo 1 conseguem operar com uma comparação relativa, considerando a proporção entre o número de meninas e o total de crianças em cada família. Ainda que a linguagem não seja formal, o raciocínio é matematicamente válido e revela uma construção de ideias relacionadas à comparação proporcional sem uso de cálculos formais.

Já no Grupo 2, predomina uma visão quantitativa da situação. Luan e Bia sustentam que a família do Miguel tem mais meninas porque tem mais filhos no total. A quantidade absoluta de meninas (duas) é interpretada como um dado isolado, sem considerar a relação com o total de crianças. A fala de Josi ao final ("mas, e se for metade?") parece indicar o início de um deslocamento conceitual, ainda incipiente, que poderia ser retomado pela professora para fomentar o conflito cognitivo. Este grupo revela um equívoco comum nos anos iniciais: desconsiderar o total ao comparar partes iguais de conjuntos diferentes.

Esse contraste entre os dois grupos evidencia a importância de situações-problema que provoquem a comparação proporcional intuitiva, sem exigir cálculos formais. Ele também reforça a relevância do papel do professor como mediador, para valorizar as ideias emergentes no Grupo 1 e desafiar gentilmente os equívocos do Grupo 2. Estratégias como o uso de representações visuais (círculos divididos, diagramas de parte-todo), dramatizações e rodas de conversa são caminhos férteis para que todos os alunos avancem na construção de significados mais sofisticados sobre a comparação de quantidades relativas.

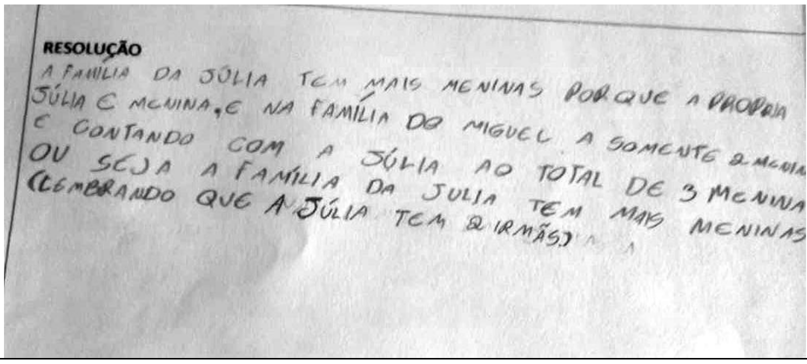
Durante a socialização, a professora discutiu coletivamente o que foi conversado nos subgrupos:

> **Professora:** Pessoal, vi que todos os grupos discutiram bastante! Vamos conversar juntos agora. O que vocês descobriram sobre as famílias da Júlia e do Miguel?
> **Sofia:** A Júlia tem duas meninas e dois meninos; então, é metade pra cada lado.
> **Joana (Grupo 1):** E o Miguel tem duas meninas também, mas tem três meninos. Então, tem mais meninos.
> **Professora:** Entendi. Então, se as duas famílias têm duas meninas, elas têm a mesma quantidade de meninas?
> **Luan (Grupo 2):** Tem, ué! Duas meninas cada. Tá igual!
> **Gabriel:** Eu também acho igual, igual a dois.
> **Professora:** Hum... Interessante. Mas deixa eu perguntar de outro jeito: em qual família as meninas são metade das crianças?
> **Tainá (Grupo 2):** Na da Júlia!
> **Professora:** Por quê?
> **Tainá (Grupo 2):** Porque tem quatro crianças, e duas são meninas. Aí é metade.
> **Professora:** E na família do Miguel?
> **Bia (Grupo 2):** Tem cinco crianças e só duas meninas... Então, não é metade.
> **Gabriel:** Verdade, Bia.
> **Professora:** Isso mesmo. Então..., se eu perguntar em qual família as meninas representam uma parte maior do total de crianças, o que vocês diriam?
> **Joana:** Da Júlia! Porque é metade. Na do Miguel, é tipo dois de cinco.
> **Professora:** Perfeito! Vocês estão comparando o número de meninas em relação ao total de crianças. A gente está começando a pensar em algo muito importante: quando comparamos **partes de um todo, precisamos pensar no todo também**. Isso é uma ideia matemática muito legal e importante, e vamos usar bastante daqui pra frente.
> **Laura:** Professora, mas eu pensei de um jeito diferente...
> **Professora**: Pode falar, Laura. Como você pensou?
> **Laura**: Eu achei que a família da Júlia tinha mais meninas porque ela também é menina. Aí tem ela e mais duas irmãs, então são três meninas. E se tem dois irmãos, dá cinco pessoas. Tem três meninas em cinco. Já a família do Miguel tem só duas meninas, e se contar ele e os irmãos, são quatro meninos. Então, são duas meninas em seis. Então, seis pessoas no total. Aí eu achei que a da Júlia tinha mais meninas.
> **Professora:** Que interessante, Laura! Você fez uma coisa muito legal: incluiu a Júlia dentro da própria família, e também o Miguel na dele. E com isso, pensou em cinco pessoas na família da Júlia — três meninas e dois meninos —, e seis pessoas na do Miguel — duas meninas e quatro meninos. É isso?
> **Laura:** É!
> **Professora:** Então, você está comparando os grupos de um outro jeito. Alguém entendeu o que a Laura fez?
> **Gabriel:** Ela contou a Júlia como menina também, e o Miguel também. Eu não tinha pensado assim...
> **Professora:** Isso é muito legal! A Laura está pensando no total de pessoas por família, considerando também quem está falando. Essa forma de pensar nos ajuda a perceber que, dependendo de como definimos o grupo, o total pode mudar — e isso muda o resultado da comparação.
> **Tainá:** Mas, se for assim, a Júlia tem três meninas em cinco, e o Miguel tem duas meninas em seis.

> **Professora:** Isso mesmo, Tainá. E se a gente quiser comparar três de cinco e dois de seis..., qual dessas partes é maior?
> **Sofia:** Acho que três de cinco..., porque é mais da metade.
> **Bia:** E dois de seis é menos da metade.
> **Professora:** Perfeito! Então, mesmo com essa forma de contar, a família da Júlia ainda tem uma parte maior de meninas. Vocês perceberam como muda a fração quando o total muda?
> **Turma:** Sim!
> **Professora:** Isso que a gente está fazendo se chama pensar de forma proporcional. E é muito importante na Matemática. A gente está descobrindo que não basta comparar só os números absolutos, como "duas meninas". A gente precisa comparar em relação ao total. E é por isso que o pensamento da Laura também nos ajudou hoje. Parabéns, turma!

A fala da aluna Laura revela uma forma distinta de interpretar a situação proposta. Ao incluir a própria Júlia como integrante da família analisada — e, de modo similar, o Miguel em sua própria família —, ela modifica a composição dos grupos, considerando três meninas em cinco pessoas na família da Júlia e duas meninas em seis na do Miguel. No registro individual, a aluna apresentou essa sua interpretação (Figura 1):

Figura 1 – Justificativa apresentada por Laura



Na família da Júlia tem mais meninas porque a própria Júlia é menina, e na família do Miguel somente 2 meninas e contando com a Júlia ao total de 3 meninas ou seja, a família da Julia tem mais meninas (lembrando que a Júlia tem 2 irmãs)

Fonte: Dados coletados na pesquisa.

Essa estratégia, embora diferente da esperada, evidencia uma importante mobilização de "pensamento relativo", ao não apenas se prender aos números absolutos, mas também considerar o número de meninas em relação ao total de pessoas de cada família: "três meninas em cinco" e "duas meninas em seis". Segundo Lamon (2006), esse tipo de raciocínio caracteriza-se como um passo essencial na construção do RP, pois envolve a percepção da razão como uma relação entre duas quantidades e não somente como contagem isolada. A autora destaca a importância de desenvolver a habilidade de comparar "partes de um todo" com base em diferentes perspectivas favorecendo o pensamento proporcional em detrimento do pensamento absoluto. Da mesma forma, Spinillo (1992, 2002) enfatiza que, nos anos iniciais, é comum as crianças utilizarem conceitos espontâneos e cotidianos, como a ideia de "metade" ou "maior número", sendo papel do ensino formal possibilitar a ampliação dessas ideias intuitivas para formas mais elaboradas de comparação. Nesse sentido, a proposição da Laura se destaca como um indício da transição entre estratégias absolutas e relativas, sendo fundamental que o ensino acolha tais manifestações e as coloque em discussão, como fez a professora, valorizando diferentes formas de pensar e promovendo o desenvolvimento conceitual progressivo da turma.

A situação apresentada promoveu uma discussão coletiva que evidencia importantes aspectos do desenvolvimento do RP nos anos iniciais, mesmo sem o uso formal da linguagem matemática. Do ponto de vista da aprendizagem das crianças, observa-se que os alunos mobilizam ideias intuitivas de comparação parte-todo, utilizando termos do cotidiano, como “metade” e “mais que a metade”, para justificar suas conclusões. Isso mostra que, embora ainda não dominem a linguagem simbólica das frações, os alunos já constroem significados relevantes sobre a relação entre partes e o todo, operando com noções iniciais de proporção (Lamon, 2006; Spinillo, 1992, 2002).

Como discutem as autoras, falas como “duas de quatro é metade” e “duas de cinco não é metade” indicam que os alunos começam a perceber que a mesma quantidade absoluta pode representar proporções diferentes dependendo do total envolvido. Esse é um avanço conceitual significativo no campo da comparação relativa, ainda que sustentado por representações informais. Ao se apoiarem em exemplos do cotidiano e no raciocínio lógico (“se um tem mais, não é dividido igual”), os estudantes evidenciam um pensamento matemático em construção, que pode ser ampliado por meio de atividades que estimulem esse tipo de reflexão.

Do ponto de vista da prática pedagógica, a atuação da professora é essencial para a consolidação desse processo. Sua mediação favorece a aprendizagem por meio de perguntas abertas, escuta ativa e retomadas das ideias dos alunos. Ao evitar a antecipação de formalismos (como frações escritas), a professora valoriza o desenvolvimento da compreensão conceitual antes da notação simbólica. Ela cria um espaço seguro para o erro e a dúvida, legitimando as falas das crianças e conduzindo-as, de forma investigativa, à construção de relações mais sofisticadas.

A professora também realiza uma mediação estratégica, ao usar analogias com chocolates e exemplos do cotidiano, permitindo que os alunos relacionem o problema matemático com experiências familiares. Além disso, ao nomear a comparação parte-todo como “uma ideia matemática muito importante”, valoriza o conhecimento em construção e prepara o terreno para futuras formalizações, como o trabalho com frações, porcentagens e proporções.

A partir do ocorrido, a professora apresentou a outra situação (Quadro 3):

Quadro 3 – Primeira situação-problema apresentada aos estudantes da sala

Qual suco é mais forte?
O suco da jarra A tem 2 copos de polpa e 4 de água. O suco da jarra B tem 3 copos de polpa e 6 de água.
Pergunta: Qual suco tem o sabor mais forte (mais concentrado)?

Fonte: Inspirado em Lamon (2006).

Neste novo contexto, os estudantes são convidados a comparar qual dos sucos, preparados em duas jarras diferentes, é mais concentrado ou tem sabor mais forte. Assim como no caso anterior, a situação é adequada para favorecer o desenvolvimento do raciocínio proporcional nos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que requer que os alunos percebam as relações quantitativas entre a polpa e a água (Lamon, 2006; Spinillo, 1992, 2002).

Embora inicialmente possam observar que a jarra B contém mais polpa do que a jarra A (três copos contra dois), o aumento correspondente da quantidade de água torna necessário refletir sobre a proporção entre os ingredientes. Com efeito, ambas as jarras apresentam uma relação equivalente de polpa para água: na jarra A, são dois copos de polpa para quatro de água;

na B, três copos de polpa para seis de água, ambas resultando na mesma concentração relativa (1/3).

Do ponto de vista pedagógico, esta atividade exige uma comparação que ultrapassa o raciocínio numérico simples, demandando dos estudantes a análise relacional dos ingredientes em cada mistura. Trata-se de uma situação que possibilita o confronto entre estratégias intuitivas e reflexões proporcionais mais estruturadas. Ao mesmo tempo, por utilizar um contexto cotidiano e familiar aos alunos, a atividade favorece a construção de significados e amplia a compreensão sobre situações em que a simples contagem ou comparação absoluta é insuficiente para uma análise correta. Assim, esse problema configura uma excelente oportunidade para desafiar os estudantes a superarem o pensamento exclusivamente quantitativo, incentivando-os a perceber a importância das relações proporcionais presentes em contextos do dia a dia.

As discussões em grupo geraram diálogos interessantes, expostos no Quadro 4:

Quadro 4 – Discussão ocorrida em dois grupos da sala

<table>
<tr><th>Grupo 1 – Qual suco é mais forte?</th><th>Grupo 3 – Qual suco é mais forte?</th></tr>
<tr><td>
Ana: A jarra B tem mais polpa. A outra tem só dois...
Carlos: Mas tem que ver a água também! A jarra B tem seis copos de água.
Lucas: É, três de polpa pra seis de água, é, tipo..., metade.
Joana: Não, três pra seis é menos que metade! É tipo uma parte de polpa pra duas de água.
Ana: A primeira é duas pra quatro... também é igual!
Carlos: Não! É o mesmo sabor! Um pra dois nas duas!
Lucas: Olha... 2:4 e 3:6 são iguais! Então, os dois sucos são do mesmo jeito!
</td><td>
Gabriel: A jarra B tem mais polpa, então é mais forte.
Sofia: É verdade. Mais polpa é mais sabor.
João: Mas também tem mais água…
Gabriel: Não importa, o que tem mais polpa é mais forte, né?
Laura: Mas será que é só ver o número da polpa?
Jamile: [mostra sua justificativa]. Eu pensei na água, veja a minha resposta:
“O suco mais forte é o suco da jarra 1. Tem 2 copos de polpa e quatro de água porque o segundo é fraco, porque adicionaram seis copos de água, o que torna mais fraco. E quase sem gosto. E o forte fica com muito gosto do suco, muito forte”[1].
Fonte: Dados coletados na Pesquisa
Gabriel: E agora? Será que é a Jarra A? Agora, não sei dizer.
</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da Pesquisa captado em áudio.

O Grupo 1 mostra melhor compreensão, uma vez que os alunos reconhecem que não basta comparar as quantidades absolutas de polpa, mas também há a necessidade de considerar a relação entre a quantidade de polpa e a de água. Isso já indica a presença de um pensamento relacional. A fala de Joana – “Três pra seis é a metade! É tipo uma parte de polpa pra duas de água” – demonstra um importante passo na compreensão da razão entre duas grandezas. Nesse

[1] **Transcrição textual da produção original da aluna.**

contexto, observamos elementos importantes para o desenvolvimento do RP, assim como descrevem Lamon (2006) e Spinillo (1992, 2002).

Lucas e Carlos identificam corretamente a equivalência entre as duas misturas ao dizer que "2:4 e 3:6 são iguais", revelando o uso de estratégias de simplificação que podem ser consideradas um indício da compreensão do conceito de razão a partir da ideia do significado de metade. Essa conclusão sugere que os alunos reconhecem que aumentar as quantidades proporcionalmente mantém o sabor, mesmo sem utilizar linguagem formal.

Já o Grupo 3 revela uma compreensão ainda centrada em quantidades absolutas. Gabriel afirma que o suco 2 é mais forte apenas porque tem mais polpa, desconsiderando o fato de que ele também tem mais água. Sofia e João apontam essa contradição, mas ainda não sistematizam a ideia de concentração. A dúvida de Laura – "será que é só ver o número da polpa?" – abre espaço para um possível conflito cognitivo, que pode ser explorado pela mediação docente. No grupo, abriu-se espaço para Jamile apresentar sua opção por olhar para a quantidade de água.

Após as apresentações dos grupos, a professora reúne todos os alunos em uma roda de conversa:

> **Professora:** Muito bem, pessoal! Gostei muito de ouvir os argumentos de vocês. Agora quero retomar a pergunta: *Qual suco é mais forte, o da jarra A ou o da jarra B?*
> **Ana:** Eu acho que é o da jarra B, porque tem mais polpa!
> **Tainá:** Eu também acho que é o da jarra B.
> **Gabriel:** É, três copos de polpa é mais que dois!
> **Professora:** Sim, Gabriel, a jarra B tem mais polpa. Mas alguém lembrou de olhar outra coisa além da polpa?
> **Jamile:** A quantidade de água!
> **Professora:** Isso! E por que olhar a água também é importante?
> **Carlos:** Porque se tiver mais água, pode ficar mais fraco
> **Professora:** Exato. Então o sabor do suco depende só da polpa ou da relação entre polpa e água?
> **Lucas:** Da relação, professora! A gente viu que duas polpas e quatro águas é o mesmo que três polpas e seis águas.
> **Professora:** Muito bom, Lucas! Vocês descobriram que essas duas receitas têm a mesma proporção, ou seja, *o mesmo sabor*. Agora, quero retomar algo importante que aconteceu no Grupo 3.
> **Laura:** [surpresa] O nosso grupo?
> **Professora:** Sim! Laura, você perguntou algo muito importante: *"*Será que é só ver o número da polpa?". Vocês se lembram disso?
> **João:** Foi quando a gente viu que tinha mais polpa, mas também mais água.
> **Professora:** Exato, João. E sua dúvida foi ótima, porque nos ajudou a pensar além dos números sozinhos. Às vezes, a gente vê um número maior e acha que é melhor, né?
> [Alguns alunos balançam a cabeça afirmando, outros sorriem].
> **Professora:** Mas vocês perceberam que não é assim. Dois sucos podem ter quantidades diferentes e ainda assim ter **o** *mesmo gosto*! Isso porque a gente precisa olhar *como as quantidades se relacionam*. A gente chama isso de *razão* ou de *comparação proporcional*.
> **Laura:** Então, o que importa é como a polpa e a água estão "equilibradas", né?
> **Professora:** Perfeito, Laura! É isso mesmo! Você encontrou uma forma linda de explicar.
> **João:** A gente podia fazer outros sucos depois, com proporções diferentes, pra ver qual é mais forte!
> **Professora:** Que ótima ideia, João! Vamos planejar isso para a próxima aula. Podemos até experimentar, se todo mundo trouxer um pouco de fruta e água.
> [A turma aplaude a ideia animada].

ISSN – 1982-4866. REVISTA DYNAMIS. FURB, BLUMENAU, V.31, N.º 1, EDIÇÃO TEMÁTICA, e12355, 2025

A situação-problema que questiona “Qual suco é mais forte?” envolve uma comparação entre duas misturas: uma com dois copos de polpa e quatro de água, e outra com três copos de polpa e seis de água. Trata-se de uma proposta didática acessível e potente para a introdução da ideia de razão e de RP de maneira intuitiva. A experiência concreta de fazer ou experimentar sucos torna-se um recurso importante para a construção de significados, permitindo aos alunos mobilizarem percepções sensoriais e conhecimentos prévios sobre o que torna um suco “mais forte” ou “mais fraco”.

Durante as discussões em grupo, emergiram tanto concepções equivocadas quanto indícios de avanços importantes. Alguns alunos, como Gabriel, afirmaram que o suco da jarra B seria mais forte apenas por conter mais polpa, desconsiderando a quantidade proporcional de água. Essa concepção revela uma análise baseada apenas na quantidade absoluta de um dos elementos da mistura, o que é esperado em fases iniciais do desenvolvimento do pensamento proporcional. No entanto, outros estudantes, como Laura e João, demonstraram dúvidas relevantes ao perceber que “ter mais polpa” não é, por si só, garantia de maior concentração, já que o volume de água também interfere no resultado.

Por outro lado – no grupo de Ana, Carlos, Lucas e Júlia –, nota-se uma importante construção conceitual. Eles reconhecem que dois copos de polpa para quatro de água e três de polpa para seis de água representam a mesma relação – ou seja, ambos os sucos possuem uma proporção de um para dois. Embora ainda não usem linguagem formalizada, como “razão” ou “fração equivalente”, os estudantes indicam compreender que os dois sucos têm a mesma concentração, o que representa um passo significativo rumo à compreensão do RP.

Essa situação mostra, portanto, como o ambiente da sala de aula pode favorecer a emergência de conflitos cognitivos e o desenvolvimento de novas compreensões. A mediação da professora, ao acolher dúvidas como as de Laura e promover uma escuta ativa entre os alunos, contribui para que os próprios estudantes avancem coletivamente na construção de um pensamento mais relacional. Ao incentivar o uso de comparações e representações intuitivas – como “uma parte de polpa para duas de água” –, a professora abre espaço para que a turma transite da intuição para uma compreensão mais estruturada da ideia de razão.

4.1 COMPARAÇÃO ENTRE AS DUAS DISCUSSÕES COLETIVAS

As discussões coletivas realizadas a partir dos problemas “Qual suco é mais forte?” e “Quem tem mais meninas na família?” evidenciam diferentes momentos do desenvolvimento do raciocínio proporcional entre os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ambos os problemas mobilizam comparações relativas, ou seja, demandam dos alunos a habilidade de analisar uma parte em relação a um todo, rompendo com o raciocínio absoluto típico do pensamento inicial com números naturais.

No problema das meninas nas famílias, observa-se que muitos alunos se basearam apenas na quantidade absoluta de meninas para argumentar, desconsiderando o total de crianças em cada família. Embora as famílias de Júlia e Miguel tenham o mesmo número de meninas, as proporções são distintas: na de Júlia, as meninas representam metade das crianças (duas de quatro), ao passo que na de Miguel representam menos da metade (duas de cinco). No entanto, essa distinção nem sempre foi percebida de imediato por muitos alunos, como mostram as falas de Luan e Bia, pois afirmam que a de Miguel “tem mais meninas” simplesmente por ter mais filhos. Esse tipo de resposta revela um estágio inicial do RP, ainda preso à contagem direta, o que é bastante comum nessa etapa escolar. A intervenção da professora nesse caso se mostra fundamental para apoiar o deslocamento do pensamento absoluto para o relacional, podendo-se lançar mão de representações visuais, diagramas de barras ou mesmo dramatizações para tornar a comparação mais acessível.

Já na discussão sobre o suco mais forte, os alunos demonstraram maior sensibilidade à ideia de proporção. O grupo 1, por exemplo, identificou que tanto a jarra A (dois copos de polpa para quatro de água) quanto a jarra B (três copos de polpa para seis de água) apresentam a mesma razão de um para dois. Essa percepção revela um avanço conceitual, mesmo que ainda não formalizado. A discussão coletiva, conduzida com escuta atenta pela professora, permitiu valorizar dúvidas como as de Laura e João, que questionaram se bastava observar apenas a quantidade de polpa. A professora, ao retomar essas falas e incentivar os demais estudantes a responderem, favoreceu a construção conjunta de um conhecimento mais elaborado, que considera as quantidades em relação uma à outra. A linguagem cotidiana usada pelos alunos ("é tipo metade", "mais forte", "uma parte de duas") serviu como ponte entre a intuição e a formalização futura do conceito de razão.

Comparando as duas situações, nota-se que o problema do suco ofereceu elementos mais concretos e visuais, o que facilita a compreensão da proporção. O sabor do suco é uma experiência sensorial familiar, enquanto a composição de uma família exige maior abstração para ser pensada em termos de parte e todo. Ainda assim, ambas as situações são ricas para o desenvolvimento do RP e, sobretudo, para a valorização da escuta, da dúvida e da mediação pedagógica intencional. O papel da professora, em ambos os casos, é decisivo para que a aprendizagem se dê de forma significativa, promovendo o diálogo, acolhendo equívocos como parte do processo e possibilitando que os alunos avancem em suas compreensões.

As situações propostas pela professora estão alinhadas aos pressupostos de Brousseau (1986, 2008), uma vez que os contextos foram significativos para os estudantes, promovendo conflitos cognitivos e reflexões conceituais. A professora atuou de forma mediadora e estratégica, favorecendo a interação, acolhendo dúvidas e conduzindo a turma para o desenvolvimento futuro de ideias mais sofisticadas sobre proporcionalidade.

Por meio do EOS de Godino, Contreras e Font (2006), avaliou-se o progresso dos significados pessoais alcançados pelos alunos a respeito das comparações das razões envolvidas nas duas situações. Apesar de não utilizarem os termos *razão* e *proporção*, que deverão estudar em anos escolares posteriores, todos compreenderam que, para responder às duas situações – a das irmãs e a dos sucos –, não era possível analisar separadamente os números envolvidos. Portanto, pode-se valorar a idoneidade cognitiva da atividade como bastante satisfatória.

O exposto neste artigo permite afirmar também que houve uma grande interação entre os estudantes e entre eles e a professora, ou seja, que a idoneidade interacional do processo, segundo o EOS, foi também altamente satisfatória. A professora soube mediar o processo, pois permitiu a liberdade de falar, favorecendo o desenvolvimento de competências comunicativas, que eram seus pressupostos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os currículos de Matemática prescritos a partir dos PCN (Brasil, 1997) e reforçados pela BNCC (2018) destacam a importância do desenvolvimento das competências e habilidades relacionadas à proporcionalidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, permeando diferentes unidades temáticas. Esses documentos reconhecem a proporcionalidade como uma ideia fundamental da Matemática, essencial para a compreensão de relações entre conceitos e procedimentos nos diversos campos dessa área – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade – além de seu impacto em outras áreas do conhecimento.

Apesar de sua relevância para a resolução de problemas do cotidiano e para diferentes domínios do saber, a construção do conceito de proporcionalidade ainda recebe pouca atenção nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Partindo dessa constatação, buscamos, ao longo deste artigo, mostrar como é plenamente possível apresentar aos alunos situações que os levem a estabelecer relações entre números para efetuar comparações, ainda que de forma intuitiva.

Assim, a noção de proporcionalidade desempenha um papel essencial no desenvolvimento de raciocínios que abarcam a dimensão lógico-matemática. No entanto, refletir sobre a construção de noções e procedimentos envolvendo essa noção exige, desde cedo, a exploração de situações didáticas relacionadas às operações fundamentais, sobretudo a multiplicação e a divisão, e à representação fracionária do número racional. A dificuldade em determinar como, quando e por que ensinar proporcionalidade faz com que sua abordagem pedagógica nem sempre seja desenvolvida ou sistematizada. Por isso, é preciso propor atividades que integrem o cotidiano dos alunos, pois, ao se explorar o ambiente em que estão inseridos e as relações entre os objetos que os rodeiam, é possível criar experiências de aprendizagem que conectam a Matemática à vivência cotidiana e ao exercício da cidadania.

Ignorar esse princípio pedagógico implica em perdas. Por um lado, o professor desperdiça a riqueza de situações práticas que envolvem a noção de proporcionalidade e que fazem parte do cotidiano dos alunos, desde simples observações do espaço e relações *parte-todo* até análises mais sofisticadas. Por outro, quando o ensino da proporcionalidade ocorre de forma desvinculada de situações que tenham significados concretos para os alunos, ele se torna uma mera abstração de símbolos sem significado.

Desse modo, ao utilizar o espaço sensorial e situações envolvendo o conceito de razão como ponto de partida, os docentes podem guiar as crianças na exploração dos objetos que compartilham esse ambiente, levando-as a estabelecer relações entre dimensões, identificar semelhanças e diferenças e, assim, apropriar-se da noção de proporcionalidade de maneira concreta e intuitiva. Dessa forma, torna-se imprescindível que os professores considerem as conexões entre o vivido e o concebido no ensino desse conceito, promovendo reflexões que realmente favoreçam o desenvolvimento do RP.

Por fim, as atividades propostas podem ser compreendidas como Situações Didáticas no sentido proposto por Brousseau (1986, 2008). Isso porque estabeleceram interações significativas entre a professora, os alunos e o saber matemático em um contexto de aprendizagem intencional e desafiador.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 12 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 2 volumes. Brasília, DF: MEC, 1997.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. Apresentação de Benedito Antônio da Silva. São Paulo: Ática. 2008.

GODINO, J. D.; CONTRERAS, A.; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches em Didactiques des Mathematiques**, v. 26, n.1, 2006. p. 39-88.

LAMON, S. J. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding** – Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers. 2. ed. Mahwa: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2006.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. *In*: BEHR, M.; HIELBERT, J. (ed.). **Number concepts and operations for the middle grades**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 93-118.

MARTINS, H. do C. B.; GARCIA SILVA, A. da F. Divisão Proporcional: uma investigação sobre as estratégias utilizadas por alunos concluintes do Ensino Médio. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, v. 8, n. 1, 2022. Disponível em: https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/5154. Acesso em: 5 maio 2024.

PONTE, J. P. da; COSTA S. Raciocínio proporcional dos alunos do 2.º ciclo do ensino básico. **Revista da Educação**, São Paulo, v. XVI, n. 2, p. 65-100, 2008. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4074/1/08-Costa%20e%20Ponte%20%28RE%29.pdf . Acesso em: 18 mar. 2022.

SOUZA, V. H. G.; GALVÃO, M. E. E. L.; POGGIO, A. M. P. P. O conceito de proporcionalidade direta de alunos brasileiros de 16-17 anos na perspectiva dos três mundos da matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina, v. 9, n. 1, p. 30-64, 2016. Disponível em: https://jieem.pgsskroton.com.br/article/view/3355. Acesso em: 14 ago. 2022.

SPINILLO, A. G. A importância do referencial de "metade" e o desenvolvimento do conceito de proporção. **Psic.**: Teor. e Pesq., Brasília, DF, v. 8, n. 3, p. 305-317, 1992. Disponível em: https://periodicos.unb.br/index.php/revistaptp/article/view/17142. Acesso em: 03 abr. 2024.

SPINILLO, A. G. O papel de intervenções específicas na compreensão da criança sobre proporção. **Psicologia**: Reflexão e Crítica, Porto Alegre, v. 15, n. 3, p. 475-487, 2002. Disponível: https://www.scielo.br/j/prc/a/KGMzvtbb3QrXgwgjhZ8HXFy/?format=pdf&lang=pt Acesso em: 18 mar. 2022.