Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
REVISTA DYNAMIS
ISSN 1982-4866
FURB

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DE ALUNOS DO ENSINO SUPERIOR A PARTIR DE UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

WRITTEN PRODUCTION ANALYSIS OF HIGHER EDUCATION STUDENTS BASED ON AN INVESTIGATIVE ACTIVITY

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
Docente do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
karinasilva@utfpr.edu.br

Resumo

Neste artigo realizamos uma análise da produção escrita de alunos de cursos de Engenharias em uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real na modalidade dependência ao desenvolver uma atividade investigativa no âmbito de uma prova escrita, configurada como prova de levar para casa. O quadro teórico relativo a atividades investigativas, consideradas essencialmente abertas e pouco estruturadas, e reflexões a respeito da Análise da Produção Escrita em Matemática deu subsídio à nossa análise qualitativa de cunho interpretativo. Para nossas inferências, foram analisadas produções escritas de quinze alunos a uma das questões da prova de levar para casa e entregue via plataforma Moodle durante o contexto pandêmico no segundo semestre de 2021. A análise da produção escrita fez emergir cinco agrupamentos associados aos itens da questão que revelaram que os alunos desenvolveram a atividade investigativa de forma linear, não considerando sua dinamicidade, mesmo tendo tempo para realizar uma análise do fenômeno investigado, resfriamento de café em canecas de diferentes materiais. Os resultados indicaram que intervenções da professora, de modo escrito ou oral, poderiam elucidar os equívocos, bem como orientar a articulação entre os resultados e o fenômeno em investigação.

Palavras-chave: Educação Matemática; Cálculo Diferencial e Integral; Prova escrita.

Abstract

In this paper, we analyze the written production of Engineering students in a discipline of Differential and Integral Calculus of a real variable in the dependency modality when developing an investigative activity within the scope of a written test, configured as a take-home test. The theoretical framework related to investigative activities, considered essentially open and poorly structured, and reflections on the Analysis of Written Production in Mathematics supported our qualitative analysis of an interpretative nature. For our inferences, we analyzed the written productions of fifteen students to one of the questions of the take-home test and delivered via the Moodle platform during the pandemic context in the second semester of 2021. The analysis of the written production revealed five clusters associated with the items of the question that revealed that the students developed the investigative activity in a linear manner, not considering its dynamism, even having time to carry out an analysis of the phenomenon investigated, cooling coffee in mugs of different materials. The results indicated that interventions by the teacher, in written or oral form, could elucidate mistakes, as well as guide the articulation between the results and the phenomenon under investigation.

Keywords: Mathematics Education; Differential and Integral Calculus; Written test.

1 INTRODUÇÃO

No Ensino Superior, disciplinas do âmbito da Matemática, consideradas de aplicação em cursos como os de Engenharia, destacam a necessidade de se estabelecer relações entre os conteúdos abordados na matriz curricular e os próprios do curso. A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real (Cálculo 1) é contemplada no Projeto Político Pedagógico de diferentes cursos de Engenharia e tem sido nosso foco de investigação no que compete ao estabelecimento de relações entre os conteúdos e o contexto dos cursos.

Para isso, alinhamos nossas investigações àquelas desenvolvidas por pesquisadores da área de Ensino que têm implementado atividades investigativas em diferentes cursos do Ensino Superior. De forma geral, as "atividades investigativas são essencialmente abertas e pouco estruturadas, que podem abarcar temas/situações de interesse dos alunos" (Silva; Vertuan, 2018, p. 504).

Nas aulas da disciplina de Cálculo 1 de uma universidade federal do Paraná, temos implementado, desde 2014, atividades investigativas em que os alunos, a partir de uma situação-problema geralmente relacionada à realidade, definem um problema e por meio de procedimentos matemáticos chegam a uma solução. Para isso, as atividades são implementadas nas aulas de forma que a professora orienta os alunos que trabalham em grupos.

Nos anos de 2020 e 2021, na disciplina de Cálculo 1, na modalidade dependência (DP) em que alunos dos diferentes cursos da instituição que já cursaram a disciplina pelo menos uma vez e não obtiveram aprovação, os encaminhamentos de atividades investigativas se delinearam de forma diferente do habitual. Defronte de uma pandemia, em que as aulas presenciais foram suspensas e a dificuldade em trabalhar em grupo se condicionou ao acesso ao ambiente virtual da plataforma Moodle, estruturamos atividades investigativas sob diferentes configurações, além das aulas remotas e síncronas.

Uma dessas configurações e sob a qual lançamos nosso olhar neste artigo é sobre uma atividade investigativa inserida em uma das provas escritas. Entendemos que a prova escrita "pode ser considerada uma prática educativa de grande alcance, útil para propiciar um olhar sobre a aprendizagem de alunos e professores, para auxiliar e nortear modos de aprender e ensinar em sala de aula" (Santos; Buriasco, 2008, p. 12).

Todavia, incorporar em uma prova atividades "abertas, exploratórias [...] que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação" (Fiorentini; Lorenzato, 2006, p. 29) pode se configurar um desafio tanto para o aluno que precisa apresentar uma solução, quanto para o professor que precisa corrigir e avaliar os encaminhamentos. Entendemos que apresentar uma solução para uma atividade investigativa pode requerer um tempo maior do que aquele habitualmente destinado ao desenvolvimento da prova escrita – uma ou duas aulas de 50 minutos cada. Assim, a prova escrita foi configurada em duas etapas em que para a Etapa 1, em que a atividade investigativa foi alocada, os alunos teriam sete dias para resolver, podendo consultar materiais diversos, já na Etapa 2, em um período de uma hora pré-determinada, os alunos responderam questionamentos sobre suas soluções no ambiente virtual do Moodle.

A prova escrita foi desenvolvida no segundo semestre letivo de 2021 em que foram avaliados os conteúdos funções e limites de uma variável real. Para isso, consideramos as produções dos alunos para a atividade investigativa e que foram disponibilizadas no Moodle. Entendemos que a produção escrita em matemática pode se configurar como um dos subsídios do professor de modo que infira sobre os conhecimentos que os alunos desenvolveram para determinado tema, ou ainda, que dificuldades apresentaram (Santos, 2008). Assim, intentamos apresentar reflexões para a questão de pesquisa: *O que revelam as produções escritas dos alunos ao desenvolver uma atividade investigativa em uma prova de Cálculo 1*?

Para nossa investigação, consideramos o quadro teórico relativo às atividades investigativas e à análise da produção escrita em Matemática abordado nas próximas duas seções. Em seguida, trazemos os aspectos metodológicos, bem como as análises das produções escritas dos alunos, finalizando com nossas considerações.

2 SOBRE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

As atividades investigativas têm como base a metodologia do Ensino por Investigação e apresentam diferentes caracterizações. Assumimos o entendimento de que em uma atividade investigativa "deve haver um problema para ser analisado, a emissão de hipóteses, um planejamento para a realização do processo investigativo, visando a obtenção de novas informações, a interpretação dessas novas informações e a posterior comunicação das mesmas" (Zômpero; Laburú, 2011, p. 74-75).

O envolvimento do aluno com uma atividade investigativa tem como objetivo obter uma solução para um problema previamente estabelecido (Silva; Vertuan, 2018). Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 23-24), um "problema é uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata". Todavia:

> Não é pelo facto de uma questão ser ou não colocada num contexto extra-matemático que ela é um exercício ou um problema. A questão fundamental é saber se o aluno dispõe, ou não, de um processo imediato para a resolver. Caso conheça esse processo e seja capaz de o usar, a questão será um exercício. Caso contrário, a questão será antes um problema (Ponte, 2005, p. 4).

Na literatura da área de Educação Matemática, há um debate sobre o responsável pela formulação do problema – professor ou aluno. Bell, Smetana e Binns (2005) assinalam que, em uma atividade investigativa, o que importa é que os alunos realizem ações como analisar a situação, elaborar e testar conjecturas, reelaborar questões e chegar a conclusões, possibilitando o desenvolvimento da capacidade de observação, síntese e generalização. Se essas ações forem empreendidas, o problema pode ser formulado pelo professor.

A obtenção de uma solução para o problema pode possibilitar aos alunos se envolverem em procedimentos matemáticos dos quais podem fazer uso do que sabem, ressignificar conteúdos estudados ou buscar entender novos conteúdos. Isso permite dar "movimento e dinamicidade às compreensões que os alunos constroem acerca dos conceitos, os quais são, nesta perspectiva, provisórios e sujeitos aos novos contextos de investigação em que, porventura, forem utilizados" (Silva; Vertuan, 2018, p. 504).

O ambiente proporcionado por atividades investigativas aproxima o ensino, de forma simplificada, daqueles próprios dos realizados em um trabalho científico, pois permite aos alunos entrarem em contato com fenômenos ou situações-problema advindos da realidade, ao mesmo tempo em que, na busca de uma solução para o problema, "exercitam práticas e raciocínios de comparação, análise e avaliação bastante utilizadas na prática científica" (Sasseron, 2015, p. 58). Com isso, os alunos engajados em desenvolver uma atividade investigativa têm papel ativo “na construção de entendimento sobre os conhecimentos científicos” (Sasseron, 2015, p. 58).

Em pesquisas que versam sobre atividades investigativas, declaram-se que se constituem como “uma metodologia de ensino alternativa ao modelo tradicional”, pois “promovem a participação intelectual ativa do aluno em sua aprendizagem” (Zompero; Figueiredo; Garbim, 2017, p. 662). Segundo Ponte *et al*. (2005, p. 23), o “aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo”. No âmbito de aulas de Matemática do Ensino Superior, Silva e Vertuan (2018, p. 514), defendem que as atividades investigativas por serem “essencialmente abertas e pouco estruturadas podem ser propostas para que os alunos discutam e desenvolvam temas/situações de interesse, possibilitando a mobilização de conhecimentos de diferentes naturezas”.

Diferentemente de Silva e Vertuan (2018) que lançaram um olhar nas intervenções docentes para a mobilização dos conhecimentos dos alunos de uma disciplina de Cálculo 1, bem como dos resultados de Silva, Vertuan e Silva (2018) que se atentaram à configuração de atividades experimentais investigativas em atividades de modelagem matemática, nos debruçamos nas produções escritas dos alunos no desenvolvimento de uma atividade investigativa presente em uma prova escrita. Isso porque, assim como Ponte (2014, p. 15), entendemos que “[...] a atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito essencialmente ao aluno e refere-se àquilo que ele faz num dado contexto”. No caso de nossa investigação o contexto é uma prova escrita desenvolvida de forma assíncrona durante o contexto pandêmico.

3 ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM MATEMÁTICA

A prova escrita é um instrumento de avaliação em que, em uma folha de papel, são disponibilizadas questões, que devem ser respondidas pelos alunos, de forma discursiva (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996). Em muitos casos, a prova escrita é utilizada “em uma perspectiva somativa de avaliação, o que significa que o resultado obtido serve, na maioria das vezes, para verificar se a aprendizagem do que foi ensinado anteriormente ocorreu ou não” (Silva; Borssoi; Dalto, 2021, p. 243). No entanto:

> Quando um aluno resolve uma questão e deixa seus registros escritos, estes marcam o caminho que percorreu por meio de suas estratégias e procedimentos, possibilitando análises de seus modos de lidar com a questão. Essas análises, que têm por objetivo oportunizar compreensões para desvelar e interpretar o caminho percorrido, mostram-se como uma alternativa para conhecer mais de perto a atividade matemática dos alunos (Santos; Buriasco, 2008, p. 40).

Assim, para o professor, na prova escrita “as informações podem trazer significados em suas práticas didáticas, além disso, os erros comuns podem servir de alerta para uma ressignificação dos processos avaliativos, desde a elaboração de um instrumento de avaliação até o processo de correção” (Antunes, 2018, p. 22). A produção escrita dos alunos “seja ela obtida por meio de trabalhos, provas ou qualquer outro instrumento que possibilite o registro de suas ideias” (Santos, 2008, p. 20) pode revelar estratégias e procedimentos escolhidos para apresentar uma solução. Cabe ao professor realizar uma análise da produção escrita.

A análise da produção escrita em matemática pode se configurar como fio condutor entre alunos e professor numa via de mão dupla em que o foco é a aprendizagem. Segundo Ferreira (2013), realizar a análise da produção escrita subsidia o professor com relação à compreensão de seus alunos acerca de determinado conteúdo. Neste sentido, afirma que:

> A análise da produção escrita associada a um bom instrumento de avaliação pode servir para detectar erros frequentes, recorrentes, dificuldades; simular formas de pensar, tipos de raciocínio; investigar causas de erros, obstáculos didáticos, obstáculos epistemológicos; investigar acertos casuais; produzir e emitir feedback; dar suporte para a reelaboração do próprio instrumento de avaliação utilizado (Ferreira, 2013, p. 24).

Muito embora existam controvérsias sobre a eficácia da prova escrita para evidenciar a aprendizagem, ainda é considerada como um instrumento de avaliação presente no plano das disciplinas de Matemática do Ensino Superior. Como afirmam Ponte et al. (2005, p. 116), de forma geral, os "alunos estão habituados a escrever respostas sintéticas em Matemática, quando muito apresentando os cálculos usados para obtê-las". Com isso, há de se estruturar questões em que são requeridas produções escritas que possibilitem meios de evidenciar aprendizagem.

Na comunidade brasileira de Educação Matemática, o Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA), constituído no Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), tem empreendido esforços em estruturar etapas que auxiliam na Análise da Produção Escrita. As etapas mais frequentes são leitura vertical, leitura horizontal, inferência e interpretação (Santos; Buriasco, 2015).

Segundo as autoras, na leitura vertical analisam-se todas as produções escritas feitas por um aluno com o intuito de traçar um perfil de suas dificuldades e estratégias na resolução das situações; a leitura horizontal tem como objetivo analisar uma única atividade de um grupo de alunos, de forma a traçar um perfil das estratégias e procedimentos utilizados por eles; a inferência "busca ir além do que é encontrado na produção do aluno para tentar complementar informações a respeito do seu modo de lidar que não estão visíveis à primeira vista" (Santos; Buriasco, 2015, p. 122). Já a interpretação "auxilia a compreender como os alunos lidam com as atividades. Constitui-se em movimentos para tentar atribuir significados à produção escrita analisada" (Santos; Buriasco, 2015, p. 122).

Levando em consideração a necessidade de implementar, em provas escritas, questões que requerem, em sua solução, produções escritas que revelem o que os alunos sabem no âmbito de uma disciplina de Cálculo 1 é que nos valemos de uma atividade investigativa. Para isso, seguimos configuração da prova de levar para casa que consiste em uma prova escrita elaborada pelo professor e que o aluno tem um maior tempo para resolver as questões, fazendo uso de quaisquer materiais de apoio ou mesmo pedir ajuda a outras pessoas (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996).

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS E CONTEXTO DA PESQUISA

Nos anos de 2020 e 2021 na disciplina de Cálculo 1, na modalidade de dependência (DP) oferecida semestralmente a alunos que já cursaram pelo menos uma vez a disciplina e não obtiveram aprovação, organizamos *designs* relativos à avaliação. Ao longo dos quatro semestres letivos, implementamos diferentes instrumentos de avaliação – Atividades Avaliativas (AA), Atividades de Modelagem (AM) e Provas escritas (P1 e P2) –, que foram se organizando e se reestruturando de um *design* para outro.

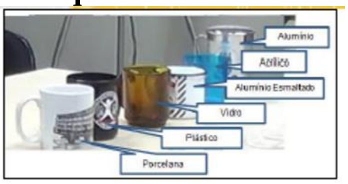
Especificamente, as provas escritas foram desenvolvidas individualmente em duas etapas cada uma delas, com a possibilidade de consultar anotações de aulas e outros materiais. A Etapa 1 foi configurada como uma lista com questões para serem desenvolvidas ao longo de sete dias e disponibilizada em arquivo PDF pelos alunos no Moodle. Já a Etapa 2, consistia de questões relativas à Etapa 1, de múltipla escolha ou de respostas numéricas, para ser desenvolvida no Moodle em um período de 60 minutos, durante aula síncrona.

Como as provas escritas foram organizadas para serem feitas em duas etapas em que para a Etapa 1 havia um período de sete dias para ser concluída, além de exercícios, propusemos atividades investigativas, ou seja, nosso objeto de análise é uma prova de levar para casa (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996). Na P1, sob a qual repousa nossa investigação, da turma de Cálculo 1 do período 2021-2, propusemos o desenvolvimento da atividade investigativa com a temática Temperatura do café. O período letivo 2021-2 ocorreu entre 22/09 e 22/12. A Etapa 1 da P1 foi organizada em 8 questões e ficou disponível para os alunos resolverem no período de 28/10 a 03/11 de 2021. Como previsto no plano da disciplina, a primeira prova escrita tinha como objetivo abordar conteúdos de funções e limites de uma variável real.

Na questão 7 (Figura 1) foi disponibilizado um quadro com dados coletados empiricamente a respeito da temperatura de amostras de café em canecas feitas de diferentes materiais (alumínio esmaltado, porcelana, acrílico, vidro, alumínio e plástico).

Figura 1: Enunciado e dados da questão 7 da P1

7. **(2,0 pontos)** Para comparar o comportamento da temperatura do café em canecas de diferentes materiais, um grupo de alunos fez o seguinte experimento: preparou a bebida, colocou 100 mL em cada uma das canecas e a cada 2 minutos aferiu (com um termômetro de mercúrio) a temperatura do café. No Quadro 1 são apresentados os dados coletados neste experimento. No momento da coleta de dados, a temperatura ambiente se manteve em 28 ^{0}C.



Quadro 1: Dados coletados pelos alunos

Tempo (em minutos)	Temperatura (em °C) do café de acordo com o material da caneca					
	Alumínio esmaltado	Porcelana	Acrílico	Vidro	Alumínio	Plástico
0	60	60	60	60	60	60
2	56	53	59	55	55	58,8
4	53	51	55	54,1	52	55,8
6	50,5	49,2	52	53	49	53,2
8	48	47,5	49,2	50,9	46	51,3
10	46	46	47	50	44	50
12	44	44,8	45	48,1	41,9	48
14	42,5	43,2	43,5	47	39,9	46,7
16	41	42,2	40,5	45,9	38,2	44
18	39,8	41,2	39,5	44,8	37	43
20	38,5	40,2	39	43,5	36,8	41,9
22	37,5	39,5	38	42,5	35	41
24	36,5	38,9	36,9	41,5	34	40
26	35,8	38	36	40	33,3	38,9
28	35	37,3	35,5	39	32	37,9
30	34,5	36,8	34,	38,5	30,4	37

Fonte: Relatório dos alunos.

Fonte: Dados da pesquisa.

O objetivo da questão 7 era que, a partir da análise dos dados, os alunos escolhessem duas das canecas para empreender a investigação matemática da situação, oportunizando recorrer a conteúdos de funções e limites de uma variável real estudados na disciplina. Para isso, foram orientados, por meio de itens (Figura 2).

Figura 2: Itens da questão 7 da P1

a) Escolha os dados obtidos para duas canecas de diferentes materiais e expresse um modelo matemático para cada uma delas. Atente-se para o fato de que esse modelo represente o fenômeno que foi estudado. Você pode fazer uso de ajustes de curva pelo GeoGebra.

- Deixe registrado os pontos no plano cartesiano e a curva ajustada;
- Escreva a expressão algébrica desse modelo matemático.

b) Os modelos matemáticos deduzidos têm comportamento assintótico? Se sim, determine, de forma algébrica, a assíntota de cada um deles?

c) Determine o domínio e a imagem de cada um dos modelos matemáticos, considerando a situação.

d) Utilizando cada um dos modelos matemáticos que você deduziu, calcule o tempo necessário para que a temperatura do café chegue à temperatura ambiente do momento da coleta de dados.

Fonte: Dados da pesquisa.

A turma de 2021-2 tinha 39 alunos inscritos no Moodle, porém 27 entregaram a resolução da P1. Em nosso artigo nos referenciamos a esses alunos como A1, A2, A3, ..., A27. Ao analisarmos as resoluções percebemos que 12 desses alunos deixaram a questão em branco, como mostra o Quadro 1.

Quadro 1: Sobre a questão 7 dos alunos que entregaram a P1

Alunos que responderam algum item da questão 7	**Alunos que deixaram a questão 7 em branco**
A1, A3, A5, A6, A7, A8, A10, A11, A13, A14, A16, A19, A21, A23, A27	A2, A4, A9, A12, A15, A17, A18, A20, A22, A24, A25, A26

Fonte: Dados da pesquisa.

Com o intuito de analisarmos a produção escrita dos alunos ao desenvolver uma atividade investigativa em uma prova escrita, focamos nossa atenção nos registros dos alunos que resolveram, pelo menos, um dos itens da questão 7. Para nos referenciarmos à produção de cada um desses alunos utilizamos o número da questão, o item a que a produção escrita se refere (a, b, c, d) e o código do aluno. Por exemplo, 7bA10 refere-se à produção escrita do aluno A10 para a questão 7, item b. No Quadro 2 indicamos os alunos que apresentaram alguma produção escrita para cada item da questão 7.

Quadro 2: Sobre os itens da questão 7

Item	**7a**	**7b**	**7c**	**7d**
Apresentaram alguma produção escrita	A1, A3, A5, A6, A7, A8, A10, A11, A13, A14, A16, A19, A21, A23, A27	A1, A3, A5, A6, A7, A8, A10, A11, A13, A14, A19, A23, A27	A1, A3, A5, A6, A7, A8, A10, A11, A13, A14, A19, A21, A23, A27	A1, A3, A7, A10, A13, A14, A21, A23, A27
Deixaram em branco	-	A16, A21	A16	A5, A6, A8, A11, A16, A19

Fonte: Dados da pesquisa.

Para apresentarmos inferências para a questão de pesquisa – *O que revelam as produções escritas dos alunos ao desenvolver uma atividade investigativa em uma prova de Cálculo 1?* – nos fundamentamos na pesquisa qualitativa no sentido atribuído por Bogdan e Biklen (1994). Na pesquisa qualitativa, o pesquisador tem como objetivo compreender o comportamento e a experiência humana. Os encaminhamentos da análise da produção escrita seguiram as etapas: leitura horizontal e interpretação (Santos; Buriasco, 2015).

A partir de uma leitura horizontal da produção escrita dos alunos para os itens da questão 7, realizamos uma interpretação da qual emergiram agrupamentos, no que diz respeito ao desenvolvimento matemático para a atividade investigativa sobre Temperatura do café: Representação dos pontos no plano cartesiano; Expressão algébrica para representar o modelo matemático; Determinação da assíntota; Indicação do domínio e da imagem da função; Obtenção da solução para o problema 7d.

No próximo tópico trazemos excertos das produções escritas dos alunos com relação a cada um dos agrupamentos, considerando articulações com o referencial teórico adotado.

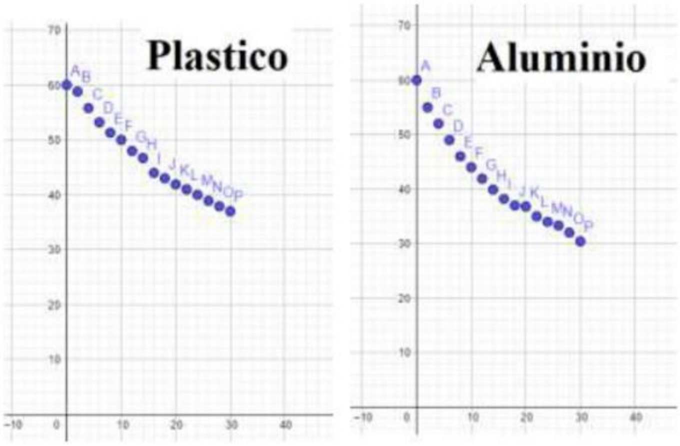
5 ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA

No agrupamento *Representação dos pontos no plano cartesiano*, cinco alunos fizeram manualmente o gráfico, um não fez a representação gráfica e nove utilizaram um software para fazer a representação – seis utilizaram o Excel e três o GeoGebra. O uso de um software foi sugestão indicada na prova (Figura 2) e que, de certo modo, auxiliou na visualização do comportamento da temperatura do café com o passar do tempo e a dedução de um modelo matemático por meio de ajustes de curvas.

Os softwares apresentam um conjunto de curvas que podem ser ajustadas aos dados numéricos, com isso, há necessidade de que o aluno escolha aquela que melhor se ajusta e que representa o fenômeno em estudo. De certa forma, essa escolha precisa estar subsidiada em conhecimentos matemáticos e do fenômeno, pois envolvem "processos conceituais que traduzem os atributos visuais em questão, tais como quantidades, escalas e símbolos para conceitos relevantes" (Hall; Lingefjärd, 2017, p. 444).

Fazer uso de um software não garante que se evidencie uma compreensão matemática para o conteúdo estudado tampouco para o fenômeno investigativo. Mesmo com o uso do GeoGebra, o A16 não ajustou uma curva aos pontos e isso pode revelar que o aluno não sabe manipular as ferramentas do software ou mesmo não percebe o comportamento do fenômeno (Figura 3). Além disso, fica evidente que A16 também não articulou uma expressão algébrica para uma função que representasse esses dados a partir de uma hipótese, abordagem necessária para a resolução das outras questões.

Figura 3: Representação dos dados por 7aA16 utilizando GeoGebra

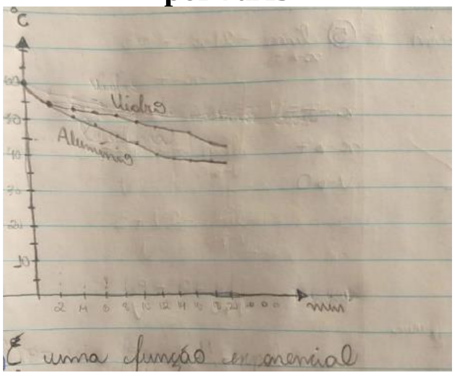


Fonte: Registro de A16 para a P1.

Mesmo que o aluno não reconhecesse os procedimentos para ajustar curvas no software, por meio da visualização dos pontos no plano cartesiano poderia ter estabelecido uma hipótese que configurasse o comportamento dos dados. Em uma atividade investigativa "a emissão de hipóteses, um planejamento para a realização do processo investigativo" (Zômpero; Laburú, 2011, p. 74-75) são ações recorrentes. A partir de uma hipótese sobre a temperatura do café, o aluno poderia, a partir da expressão geral de uma função, obter os parâmetros e prosseguir na dedução de uma representação algébrica. O que podemos conjecturar é a não presença de "processos perceptivos para reconhecimento de padrões gráficos" (Hall; Lingefjärd, 2017, p. 444), visto que essa foi a única produção escrita de A16 para a questão.

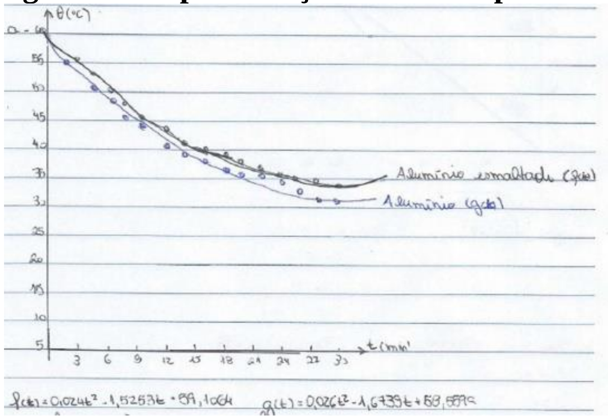
Dos alunos que representaram manualmente os pontos no plano cartesiano, dois não indicaram expressão algébrica, embora o A5 tenha registrado que funções exponenciais poderiam se ajustar aos pontos no plano cartesiano (Figura 4), indicando que o aluno visualizou um comportamento do tipo exponencial para os dados, estabelecendo uma hipótese. No entanto, o não avanço na determinação dos parâmetros, em certa medida, pode revelar que ele não sabe resolver um sistema de equações exponenciais. Já A6, A8 e A21 não deixaram explícito que fizeram uso de softwares para representar pontos no plano cartesiano, todavia apresentaram expressões algébricas para o fenômeno em estudo (Figura 5), sem apresentar cálculos para os parâmetros, o que fica subentendido que lançaram mão de algum software de ajuste de curvas. Para que mais detalhamento estivesse presente, no enunciado da questão deveria haver "o pedido de descrever os processos usados, em especial no que respeita às estratégias tentadas e abandonadas e às conjecturas testadas e rejeitadas" (Ponte *et al.*, 2005, p. 116).

Figura 4 – Representação dos dados por 7aA5



Fonte: Registro de A5 para a P1.

Figura 5 – Representação dos dados por 7aA8



Fonte: Registro de A8 para a P1.

Embora o A23 não tenha utilizado uma representação gráfica para deduzir o modelo matemático, considerou por hipótese que a taxa de variação da temperatura em função do tempo é proporcional à variação da temperatura (Figura 6). Conjecturamos que, sendo um aluno na modalidade DP, conhecimentos da disciplina de Equações Diferenciais foram utilizados para desenvolver a atividade. Trata-se das “múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação” (Fiorentini; Lorenzato, 2006, p. 29) para a resolução que uma atividade investigativa apresenta. Nesta produção escrita ficou evidente a elaboração de uma hipótese para o fenômeno em estudo, bem como encaminhamentos para se obter uma representação algébrica que descrevesse o comportamento do fenômeno.

Figura 6 – Resolução apresentada por 7aA23

7- a) $\frac{dT}{dt} = K(T - T_A)$ | $\frac{dT}{dt} = K(T-28) \Rightarrow \int \frac{1}{T-28} \cdot dt = \int K dt = e^{\ln|T-28|} = e^{kt+c}$

$T(t) = 28 + 32e^{kt}$ | $T(t) - 28 = Coe^{kt}$; $T(t) = 28 + Coe^{kt}$ | $T(t_0) = 60°$; $t_0 = 0$ | $T(t_0) = 28 + Coe^{0} = 60$; $Co = 60 - 28$; $Co = 32$

Fonte: Registro de A23 para a P1

De certa forma, o A23, por meio do modelo matemático que deduziu, “raciocina sobre o problema proposto e procura respostas para sua solução a partir da proposição de hipóteses e análise dos dados, manifestando assim, suas habilidades de cognição” (Suart; Marcondes, 2009, p. 51-52), trazendo para a resolução conhecimentos matemáticos estudados em outra disciplina.

O agrupamento *Expressão algébrica para representar o modelo matemático* caracteriza-se pelas expressões algébricas presentes nas produções dos alunos que representaram o fenômeno relativo à temperatura do café (em ^{0}C) em função do tempo (em minutos). Dependendo das escolhas dos materiais das canecas, diferentes modelos matemáticos foram expressos algebricamente – do tipo exponencial, racional, logístico, quadrático, misto. Como “não existem regras fixas ou um único caminho a ser seguido” (Souza; Justi, 2010, p. 4) para deduzir um modelo em uma atividade investigativa, mas uma finalidade que é realizar uma interpretação matemática para o fenômeno em estudo, diferentes objetos matemáticos se fizeram presentes para elucidar o que estava sendo investigado. Entretanto, os alunos não consideraram que no fenômeno, a temperatura do café se igualaria com a do ambiente (28 ^{0}C).

ISSN – 1982-4866. REVISTA DYNAMIS. FURB, BLUMENAU, V.31, e12200, 2025

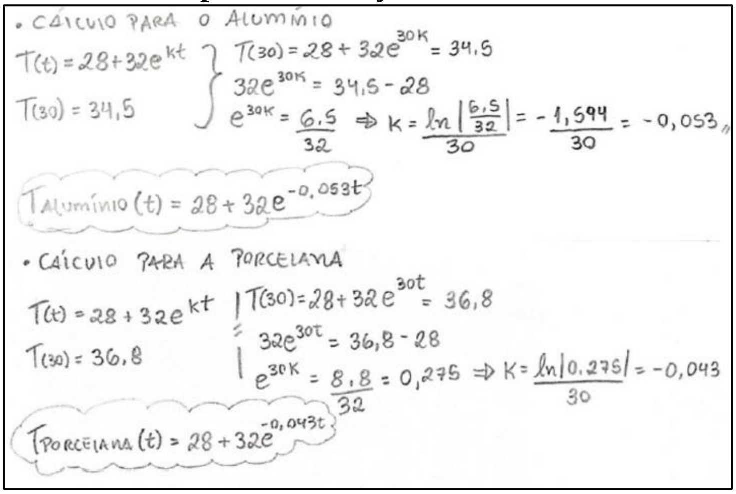
Desse modo, entendemos que os alunos se deram por satisfeitos pelas expressões obtidas, não retomando ao fenômeno.

Ao considerar os modelos matemáticos quadráticos – $f\ (t) = 0{,}024t^2 - 1{,}5253t\ + 59{,}1064$ para a temperatura do café na caneca de alumínio esmaltado em função do tempo e $g(t) = 0{,}026t^2 - 1{,}6739t\ + 58{,}5599$ para a temperatura do café na caneca de alumínio em função do tempo –, a A8 não analisou a menor temperatura em ambos os casos – 34,87 ^{0}C e 31,45 ^{0}C, respectivamente – que são superiores à temperatura ambiente. Para isso, a A8 poderia ter determinado o ponto do vértice da parábola de cada função.

O que podemos conjecturar é que a A8 se deu por satisfeita em considerar um modelo matemático que descrevesse os dados no intervalo de tempo sob o qual a coleta foi realizada. Todavia o modelo não permitia fazer previsões nem mesmo apresentar uma solução para o item d, por exemplo. Logo, essa produção escrita revela que a A8 não empreendeu "raciocínios de comparação, análise e avaliação bastante utilizadas na prática científica" (Sasseron, 2015, p. 58) e que caracterizam uma atividade investigativa.

Por outro lado, temos as produções escritas de A23 que deduziu modelos matemáticos para as canecas escolhidas, resolvendo uma equação diferencial de primeira ordem separável, em que levou em consideração a temperatura ambiente (Figura 7). Porém, para esse modelo matemático há de se considerar que a temperatura tende a 28 ^{0}C, ou seja, não atingirá o valor da temperatura ambiente. Por meio da produção escrita, fica evidente que o aluno compreendeu os encaminhamentos para resolver Equações Diferenciais, mas esse não se atentou ao fato de que, sem a interferência de outros fatores no ambiente, o café perde calor de maneira que a temperatura do sistema se iguale a do ambiente.

Figura 7: Procedimentos para a obtenção do modelo matemático em 7aA23



Fonte: Registro de A23 para a P1.

De modo geral, os modelos exponenciais, o modelo logístico e os modelos mistos representaram o fenômeno em estudo, conforme consta no Quadro 3. Porém, os alunos poderiam refiná-los considerando uma função definida por duas sentenças sendo a segunda sentença a função constante – $f\ (t)\ =\ c$, em que c é a temperatura ambiente (em graus Celsius) e t o tempo, em minutos.

Quadro 3: Modelos matemáticos utilizados por alunos na resolução da questão 7a

Tipo de modelo	**Expressão algébrica deduzida**	**Fonte**
Exponencial	O escolhido foi Alumínio e o Vidro Alumínio: $55.849e^{-0.021x}$ Vidro: $57.516e^{-0.014x}$	7aA27
Logístico	Alumínio Esmaltado → $f(x)=\frac{23,59}{1-0,61.e^{-0,07x}}$ Alumínio → $f(x)=\frac{18,65}{1-0,64e^{-0,02x}}$	7aA7
Misto	a) Caneca de alumínio esmaltado $f(x)=-28,9415+\frac{(59,94624+28,9415)}{1+\left(\frac{x}{49,40992}\right)^{0,978147}}$ Caneca de vidro $f(x)=-824851,6+\frac{(59,77195+824851,6)}{1+\left(\frac{x}{898471800}\right)^{0,6168816}}$	7aA19

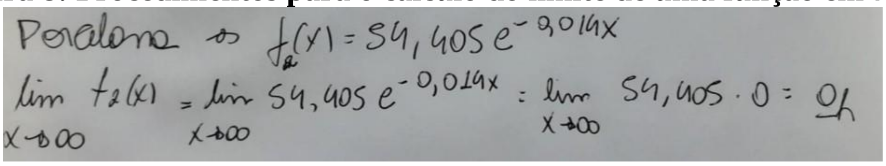
Fonte: Dados da pesquisa.

O refinamento dos modelos poderia ser encaminhado por meio da resolução do item d da questão 7 ou por meio de uma intervenção da professora. Segundo Silva e Vertuan (2018, p. 514), “as intervenções docentes influenciam a mobilização do conhecimento e os encaminhamentos de resolução de alunos em atividades investigativas de Matemática”. O que fica evidente é que os alunos resolveram os itens da questão 7 de forma linear, mesmo quando tinham disponibilidade de tempo para realizar a prova escrita.

As produções escritas das quais emergiu o agrupamento *Determinação da assíntota* se fizeram necessárias para a resolução do item b. Podemos considerar que o item b, à primeira vista, se configurou como um exercício em que os alunos calcularam o limite da função quando a variável independente tende ao infinito. Mas, para o cálculo da assíntota, os alunos teriam de determinar uma expressão algébrica ou realizar tratamentos na representação gráfica. Logo, para resolver a questão desse item, os alunos não dispõem “de um processo imediato para a resolver” (Ponte, 2005, p. 4), configurando-se em um problema, bem como uma possibilidade de investigação sobre a abordagem matemática realizada.

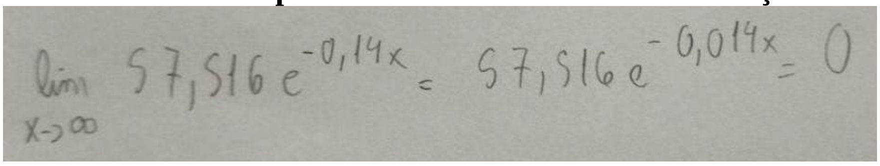
Dos sete alunos que calcularam a assíntota utilizando limite da função, quatro apresentaram notação equivocada (A1, A6, A13 e A14), mesmo obtendo uma solução correta. De forma geral, os alunos realizaram os cálculos e mantiveram a notação de limite (Figura 8) ou não registraram a notação de limite (Figura 9). Um refinamento na escrita poderia ser feito sob a intervenção da professora, proporcionando aos alunos uma atenção para o uso de uma notação não equivocada para o cálculo do limite.

Figura 8: Procedimentos para o cálculo do limite de uma função em 7bA1



Fonte: Registro de A1 para a P1.

Figura 9: Procedimentos para o cálculo do limite de uma função em 7bA14

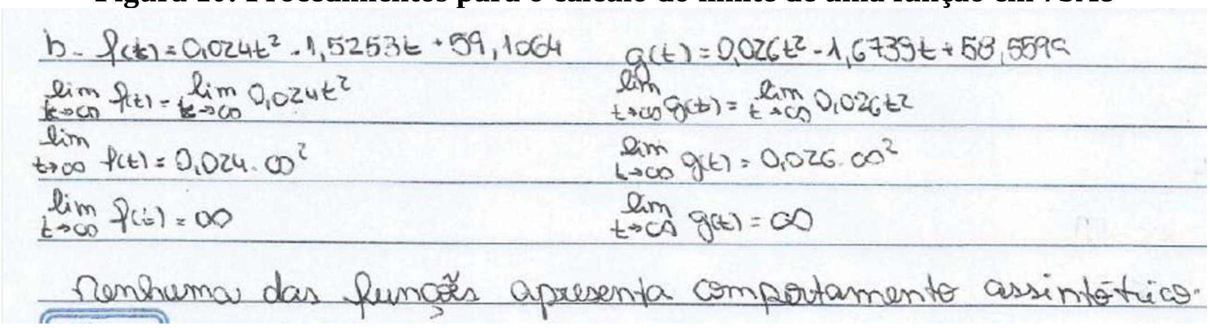


Fonte: Registro de A14 para a P1.

Por meio da análise da produção escrita, foi possibilitado “conhecer quais ‘conteúdos matemáticos’ os alunos demonstram saber, os ‘erros’ que cometem e suas dificuldades” (Santos; Buriasco, 2008, p. 17) no que se refere à notação de limite. Os equívocos dos alunos na notação revelaram mais um descuido do que o não conhecimento do cálculo do limite da função de uma variável real, visto que obtiveram o resultado correto.

No entanto, as produções escritas dos alunos A7, A8 e A23 denotaram conhecimento sobre propriedades de limites. A produção de A8 indicou que a aluna entende que, para ter uma assíntota horizontal, se faz necessário que o cálculo do limite da função quando a variável independente tende ao infinito resulte em uma constante. Além disso, na produção escrita, foi possível evidenciar que a aluna considerou que, para determinar o limite de um polinômio, é suficiente o cálculo do monômio de maior grau (Figura 10). Em se tratando de uma função polinomial de segundo grau em que o coeficiente do monômio de maior grau é positivo, quando a variável independente tende ao infinito, o resultado do limite é infinito, ou seja, a função não apresenta assíntota horizontal.

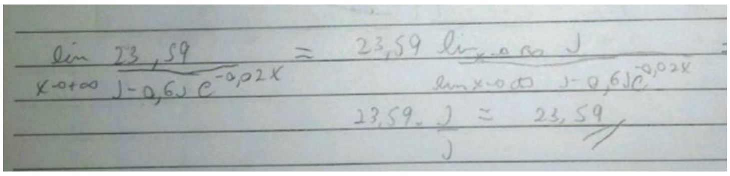
Figura 10: Procedimentos para o cálculo do limite de uma função em 7bA8



Fonte: Registro de A8 para a P1.

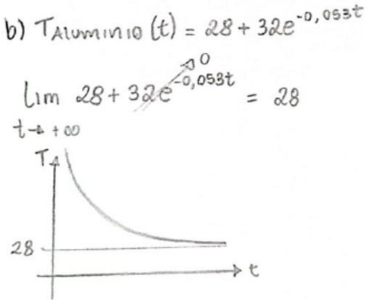
Na produção escrita de A7 e A23, os alunos consideraram resultados de propriedades e de comportamentos de funções. Na produção de A7, para o cálculo do limite do modelo logístico, o aluno considerou uma função racional em que o limite do quociente é o quociente dos limites, bem como cálculo do limite da função constante e da função exponencial de base irracional e expoente negativo (Figura 11). Além de considerar que o cálculo do limite da soma é a soma dos limites, e das funções constante e exponencial de base irracional e expoente negativo, A23 apresentou a representação gráfica (Figura 12), muito embora não tenha feito um gráfico para desenvolver o item a e não se atentou à imagem da função – (28, 60] – denotando que a mesma também tem assíntota vertical.

Figura 11 – Procedimentos para o cálculo do limite em 7bA7



Fonte: Registro de A7 para a P1.

Figura 12 – Procedimentos para o cálculo do limite em 7bA23



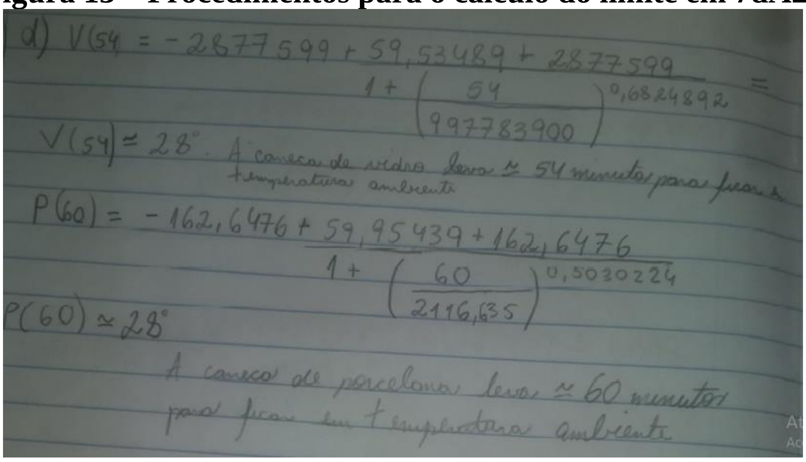
Fonte: Registro de A23 para a P1.

O cálculo da assíntota na produção escrita de A7, para o modelo matemático deduzido, denotou que o aluno fez uso de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não (Silva; Vertuan, 2018), ou seja, como a assíntota é $f\ (x)\ =\ 23{,}59$ que é um valor inferior à temperatura ambiente, o aluno considera que o modelo matemático é válido e pode representar a situação em estudo.

Para a *Indicação do domínio e da imagem da função*, das quatorze produções escritas relativas ao item *c*, cinco fizeram alusão ao fenômeno em estudo – Temperatura do café –; sete ao conjunto dos números reais tanto para o domínio quanto para a imagem; duas não consideraram o fenômeno, mas fazem indicação do domínio e da imagem para o modelo matemático deduzido. As produções escritas serviram de "alerta para uma ressignificação dos processos avaliativos, desde a elaboração de um instrumento de avaliação até o processo de correção" (Antunes, 2018, p. 22) ou mesmo em uma mudança da prática de ensino da professora com relação ao conteúdo de domínio e imagem de funções de uma variável real.

O agrupamento *Obtenção da solução para o problema 7d*, conforme consta no Quadro 2, dos quinze alunos, nove apresentaram alguma produção escrita para esse item. Quatro produções revelaram que os alunos igualaram a expressão algébrica deduzida para representar a temperatura do café em função do tempo à temperatura do ambiente no momento da coleta de dados – 28 ^{0}C – e seguiram encaminhamentos de resolução de uma equação (A1, A3, A7, A13). A produção escrita de A21 (Figura 13), revelou que a aluna já fez a substituição dos tempos que cada amostra de café atinge à temperatura ambiente – 54 minutos para a caneca de vidro e 60 minutos para a caneca de porcelana. Não ficou explícita a forma como a aluna obteve esses valores.

Figura 13 – Procedimentos para o cálculo do limite em 7dA21

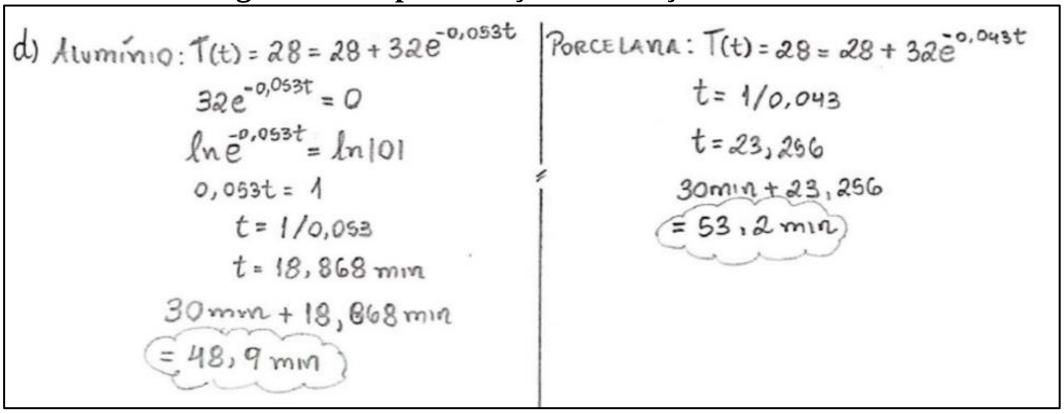


Fonte: Registro de A21 para a P1.

Uma intervenção docente, por meio de *feedback* escrito, por exemplo, poderia revelar como a A21 chegou aos valores que expressou como validação dos tempos. A intervenção por meio de *feedback* escrito pode se configurar na melhoria da aprendizagem por parte dos alunos.

Na produção de A23, é apresentado um equívoco com relação ao cálculo do logaritmo natural, conforme mostra a Figura 14. Pelos modelos matemáticos deduzidos, a temperatura tende a 28^{0}C, mas não chega a esse valor, logo não é possível determinar um tempo para que as amostras da temperatura do café das canecas de alumínio e porcelana atingissem a temperatura ambiente.

Figura 14 – Apresentação da solução em 7dA23



Fonte: Registro de A23 para a P1.

Embora o A23 chegasse a uma solução para o problema, a análise da produção escrita indicou que o mesmo desconsiderou o cálculo equivocado por descuido ou mesmo por não saber o resultado de $ln\ 0$. Ao considerar o encaminhamento abarcado por A23, ficou evidente “o caminho que percorreu por meio de suas estratégias e procedimentos, possibilitando análises de seus modos de lidar com a questão” (Santos; Buriasco, 2008, p. 40).

Já nas produções de A14 e A27 há equívocos, pois ambos os alunos substituíram o valor da temperatura ambiente no lugar do tempo no modelo matemático. As produções escritas desses alunos revelaram que não identificaram qual é a variável dependente e qual é a independente. Com isso, conjecturamos que, para eles, não ficou claro o problema a resolver (Ponte *et al*., 2005). Além disso, a produção escrita equivocada transpareceu “uma compreensão do conhecimento que os alunos mostram ter” (Santos; Buriasco, 2008, p. 12), ou não ter.

Na produção escrita de A10 não há evidências de cálculos, o aluno não deduziu uma expressão algébrica. O que podemos concluir é que o mesmo indicou um valor aleatório para o tempo – 39 minutos. Embora a resposta pareceu coerente, o A10 não apresentou estratégias de resolução para essa questão, ou seja, trata-se de uma resposta sintética (Ponte *et al*., 2005) que não possibilita ao professor entender os encaminhamentos realizados pelo aluno.

Levando em consideração as produções escritas analisadas, conjecturamos que a falta de um acompanhamento detalhado implicou na perda da oportunidade de compreender habilidades desenvolvidas pelos alunos ou a aprendizagem em cada etapa do processo de ensino.

ISSN – 1982-4866. REVISTA DYNAMIS. FURB, BLUMENAU, V.31, e12200, 2025

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise da produção escrita em Matemática tem se mostrado como aliada para evidenciar o caminho percorrido pelos alunos em “trabalhos, provas ou qualquer outro instrumento que possibilite o registro de suas ideias” (Santos, 2008, p. 20) de forma a trazer indícios dos conhecimentos e dificuldades para determinado tema. Em nossa investigação, nos debruçamos na produção de alunos de uma disciplina de Cálculo 1 de cursos de Engenharias a uma atividade investigativa, cujos dados empíricos foram apresentados, e que foi inserida em uma prova escrita, na modalidade de levar para casa.

De forma geral, as atividades investigativas requerem o uso de diferentes representações para serem desenvolvidas, contrapondo Ponte *et al*. (2005, p. 116) que afirmam que os “alunos estão habituados a escrever respostas sintéticas em Matemática”. Considerando o fato de que atividades investigativas são “essencialmente abertas e pouco estruturadas” (Silva; Vertuan, 2018, p. 504), necessitando para seu desenvolvimento de um tempo maior àquele destinado a provas escritas, utilizamos a configuração da prova de levar para casa em que os alunos tiveram uma semana para resolver as questões, fazendo uso de quaisquer materiais de apoio para elaborar representações que foram requeridas.

Defronte da temática Temperatura do café, nos debruçamos nas resoluções apresentadas pelos alunos que apresentaram alguma produção escrita para o que estava sendo solicitado (Figuras 1 e 2) e, com isso, trazer reflexões para a questão de pesquisa: *O que revelam as produções escritas dos alunos ao desenvolver uma atividade investigativa em uma prova de Cálculo 1?* Por meio de uma leitura horizontal, evidenciamos cinco agrupamentos para os quais nossas interpretações convergiram: Representação dos pontos no plano cartesiano; Expressão algébrica para representar o modelo matemático; Determinação da assíntota; Indicação do domínio e da imagem da função; Obtenção da solução para o problema 7d.

De modo geral, evidenciamos que os alunos desenvolveram a atividade de forma linear não retomando ao modelo matemático conforme avançavam na resolução dos itens, mesmo tendo a possibilidade de realizar consultas e disponibilidade de tempo, o que pode justificar a escolha de modelos matemáticos que não permitiam fazer previsões. Algumas produções escritas se mantiveram sintéticas e não expressaram encaminhamentos para a obtenção da solução para o problema a ser investigado, outras não deixaram explícitos como os valores foram obtidos e algumas revelaram deficiências dos alunos quanto à notação de limite e domínio e imagens de funções, configurando uma necessidade de a professora alterar procedimentos na abordagem em sala de aula.

Os alunos fizeram uso de diferentes modelos matemáticos, por requisição da questão, que revelaram funções estudadas no âmbito da disciplina denotando múltiplas possibilidades de tratamento que emergiram a partir de uma atividade investigativa. A multiplicidade de modelos levou em consideração conhecimentos sobre o fenômeno em estudo, sobre o comportamento matemático de cada função e sobre a manipulação de ferramentas de softwares, como Excel e GeoGebra. Ao representar, no plano cartesiano, os pontos relativos à temperatura da amostra de café (em ^{0}C) em função do tempo (em minutos) de acordo com a caneca escolhida, os alunos lançaram mão da visualização do comportamento dos dados, ajustando curvas. Há de se destacar que, no caso do resfriamento do café, sem considerar outros fatores, a temperatura se iguala a do ambiente e, com isso, uma função definida por duas sentenças em que a segunda é representada por uma função constante seria mais representativa.

Entendemos que intervenções docentes em forma de *feedbacks* escritos ou dialogados se fazem importantes para o refinamento dos modelos matemáticos deduzidos pelos alunos. Isso vai ao encontro de que o "fato de haver indicações escritas permite sua re-leitura em diversos momentos, mas não dispensa a necessidade de conversar com os alunos sobre o que se pretende e o modo de concretizá-lo" (Ponte *et al*., 2005, p. 116). Uma possibilidade de suprir essa limitação, em um ambiente virtual como o Moodle, e auxiliar os alunos a avançarem nas suas produções escritas no desenvolvimento de atividades investigativas, é considerar empreendimento da prova em fases.

REFERÊNCIAS

ANTUNES, Tiago Ponciano. **Design de uma prova escrita de matemática: um processo reflexivo da prática avaliativa**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018.

BELL, R andy L.; SMETANA, Lara; BINNS, Ian. Simplifying inquiry instruction: assessing the inquiry level of classroom activities. **The Science Teacher**, v. 72, n. 7, p. 30-33, 2005.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

FERREIRA, Pamela Emanueli Alves. **Enunciados de tarefas de matemática: um estudo sob a perspectiva da educação matemática realística**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

HALL, Jonas; LINGEFJÄRD, Thomas. **Mathematical Modeling**: applications with GeoGebra. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2017.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular** (pp. 11-34). Lisboa: APM, 2005.

PONTE, João Pedro da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, João Pedro da (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática** (p. 13-30). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SANTOS, Edilaine Regina. **Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em Questões Discursivas Não Rotineiras de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SANTOS, Edilaine Regina; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Análise da produção escrita em matemática como uma estratégia de ensino: algumas considerações. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 17, n. 1, p. 119-136. 2015.

SANTOS, João Ricardo Viola dos; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Uma análise interpretativa da produção escrita em matemática de alunos da escola básica. **Zetetike**, v. 16, n. 2, p. 11-43, 2008.

SASSERON, Lúcia Helena. Alfabetização científica, ensino por investigação e argumentação: relações entre ciências da natureza e escola. **Ensaio**, v. 17, n. especial, p. 49-67, 2015.

SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; BORSSOI, Adriana Helena; DALTO, Jader Otavio. Em direção à matematização em atividades de modelagem matemática: intervenções mediadas pela avaliação em fases. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 23, p. 237-262, 2021

SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Um estudo sobre as intervenções docentes em contextos de atividades investigativas no âmbito de aulas de Matemática do Ensino Superior. **Ciência & Educação**, v. 24, n. 2, p. 501-516, 2018.

SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo; SILVA, Jaqueline Munise Guimarães da. Ensino por investigação nas aulas de matemática do curso de licenciatura em química. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemática**, v. 14, n. 31, p. 54-72, 2018.

SOUZA, Vinícius Catão de Assis; JUSTI, Rosária. Estudo da utilização de modelagem como estratégia para fundamentar uma proposta de ensino relacionada à energia envolvida nas transformações químicas. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 10, n. 2. p 1-26, 2010.

SUART, Rita de Cássia; MARCONDES, Maria Eunice Ribeiro. A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no ensino médio de química. **Ciências & Cognição**, v. 14, n. 1, p. 50-74, 2009.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Freudenthal Institute, Utrecht, 1996.

ZOMPERO, Andreia de Freitas; FIGUEIREDO, Helenara Regina Sampaio Figueiredo

Universidade Norte do Paraná; GARBIM, Tiago Henrique. Atividades de investigação e a transferência de significados sobre o tema educação alimentar no ensino fundamental. **Ciência & Educação**, v. 23, n. 3, p. 659-676, 2017.

ZÔMPERO, Andreia Freitas; LABURÚ, Carlos Eduardo. Atividades investigativas no ensino de ciências: aspectos históricos e diferentes abordagens. **Ensaio**, v. 13, n. 3, p. 67-80, 2011.