

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A ABORDAGEM DE GEOMETRIA ESPACIAL EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA: UMA ÊNFASE NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

*SOME CONSIDERATIONS ABOUT THE SPATIAL GEOMETRY APPROACH IN
MATHEMATICS TEXTBOOKS: AN EMPHASIS ON PROBLEM SOLVING*

Mayara Fagundes Sena da Silva

Mestra em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM).
mayarafagundes1997@gmail.com

Fabiane Cristina Höpner Noguti

Doutora em Educação Matemática (Unesp – Rio Claro/SP) e Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM).
fabiane.noguti@ufsm.br

Resumo

Este artigo tem por objetivo apresentar uma análise de Livros Didáticos de Matemática, aprovados pelo Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD 2021) para o Ensino Médio, quanto aos conceitos de Geometria Espacial, buscando verificar se as atividades propostas seguem a perspectiva metodológica de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. A pesquisa é de cunho qualitativo na forma de análise bibliográfica sendo que a seleção dos livros didáticos levou em consideração os dados de escolha do Livro Didático das escolas do município de Caçapava do Sul – RS. Considerando a Geometria Espacial, a análise das atividades propostas nos livros permitiu categorizá-las em: identificação, cálculo, composição/decomposição, ampliação/redução e explicação. Percebeu-se que as categorias mais enfatizadas são identificação e cálculo, destacando indícios de um modelo de ensino tradicional. Atividades de composição/decomposição, bem como ampliação/redução essenciais ao desenvolvimento do pensamento geométrico foram pouco exploradas. Quanto à Resolução de Problemas, pode-se afirmar que a opção mais frequente encontrada nos livros didáticos é ensinar para a resolução de problemas, mesmo que os documentos oficiais indiquem que o problema deve estar no início da atividade matemática.

Palavras-chave: Ensino Médio, Ensino-Aprendizagem-Avaliação, Educação Matemática.

Abstract

This article aims to present an analysis of Mathematics Textbooks, approved by the Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD 2021) for High School, regarding the concepts of Spatial Geometry, seeking to verify whether the proposed activities follow the methodological perspective of Teaching-Learning-Assessment of Mathematics through Problem Solving. The research is of a qualitative nature in the form of bibliographic analysis and the selection of textbooks took into account the data on the choice of Textbooks of schools in the municipality of Caçapava do Sul - RS. Considering Spatial Geometry, the analysis of the activities proposed in the books allowed them to be categorized into: identification, calculation, composition/decomposition, enlargement/reduction and explanation. It was noticed that the most emphasized categories are identification and calculation, highlighting evidence of a traditional teaching model. Composition/decomposition activities, as well as enlargement/reduction, essential for the development of geometric thinking, were little explored. Regarding Problem Solving, it can be stated that the most frequent option found in textbooks is to teach problem solving, even if official documents indicate that the problem should be at the beginning of the mathematical activity.

Keywords: High School. Teaching-Learning-Assessment. Mathematics Education.

1 INTRODUÇÃO

No processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a Geometria Espacial dedica-se ao estudo do espaço e das formas e também das grandezas e medidas. Além disso, ela “[...] é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações” (Brasil, 1998, p. 122). Para tanto, é importante que o professor organize atividades de modo que os estudantes possam investigar, formular e testar hipóteses, argumentar e demonstrar, o que pesquisadores (Bonini; Druck; Barra, 2018; Onuchic; Allevato, 2014; Van de Walle, 2009) denominam de ‘fazer matemática’, tornado os estudantes protagonistas na elaboração dos seus conhecimentos.

Para desenvolver habilidades de percepção espacial, segundo os PCN (Brasil, 1998), o professor pode propor diferentes situações-problema envolvendo a leitura e a utilização de mapas e de plantas, bem como a construção de maquetes. Em relação a visualização, compreende-se que ela seja um componente fundamental do raciocínio geométrico e matemático. Para Van de Walle (2009), a visualização envolve a capacidade de criar imagens mentais das formas e visualizá-las mentalmente em diferentes perspectivas. Além disso, possibilita a coordenação mental de duas ou três dimensões, seja por planificações de um objeto tridimensional ou pela habilidade de visualizar o objeto bidimensional e compreendê-lo no espaço.

Os PCN (Brasil, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018a) indicam que o trabalho com a Geometria Espacial deva já se iniciar nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sendo ele retomado e aprofundado ao longo do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Além disso, investigar sobre o ensino de Geometria Espacial através da metodologia da Resolução de Problemas justifica-se por esta ser uma das perspectivas metodológicas sugeridas por diferentes documentos curriculares (Brasil, 1998; Brasil, 2006) e pesquisadores nacionais e internacionais (Allevato, 2005; Onuchic; Allevato, 2014; Van de Walle, 2009).

Para tanto, o artigo proposto é parte de uma dissertação de mestrado realizada pela primeira autora, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria sob a orientação da segunda autora. Desta forma, esta pesquisa tem por objetivo analisar três livros didáticos de Matemática distribuídos pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) (Brasil, 2021), adotados pelas escolas do município de Caçapava do Sul – RS, com vistas a compreender se e como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é contemplada no âmbito da Geometria Espacial.

Na seção que segue, apresentamos o referencial teórico sobre livros didáticos, geometria espacial e resolução de problemas utilizado na fundamentação teórica, bem como os procedimentos metodológicos e as análises dos dados da pesquisa e, por fim, algumas considerações finais.

2 LIVROS DIDÁTICOS, GEOMETRIA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Conforme Silva Junior (2006), dentre os materiais envolvidos nas atividades escolares que são denominados de material escolar, encontra-se o livro didático, que é utilizado sistematicamente no ambiente escolar em aulas e cursos. Lajolo (1996) define o termo “didático” como o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, e que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática (Lajolo, 1996). O que ressalta sua importância no ensino e aprendizagem escolar, pois é um dos recursos disponíveis tanto para professores como para alunos e que “[...] pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares” (Lajolo, 1996, p. 4).

Já na perspectiva de Munakata (2016) o livro didático é, em primeiro lugar, o portador dos saberes escolares, ou seja, é reprodução do que era ensinado, ou o que deveria ser ensinado em cada etapa escolar durante o período de escolarização do indivíduo.

Para Amaral *et al.* (2022), o livro didático é,

[...] um material, impresso ou digital, concebido e editado com o objetivo de contribuir para os processos educacionais de ensino e de aprendizagem, composto por saberes de certo componente curricular ou área de conhecimento, propostos a partir de prescrições curriculares oficiais em vigência no momento de sua elaboração (Amaral *et al.*, 2022, p. 30).

Sendo assim, “[...] o professor não é apenas receptor e multiplicador das propostas disponíveis nos livros didáticos”, devemos considerar que suas atribuições são maiores, uma vez que o professor, que media o processo de aprendizagem em sala de aula, pode tornar os materiais utilizados elementos de formação crítica, com o objetivo de formar integralmente o cidadão (Amaral *et al.*, 2022).

O público a que se destinam os livros didáticos, que são professores e estudantes, busca neste recurso, conhecimento sobre conteúdos e procedimentos necessários para os níveis de ensino a que se destinam. Neste sentido, considerando o objeto matemático desta pesquisa corroboramos com Lorenzato (1995), que afirma que a Geometria está por toda parte, ou seja, mesmo não querendo lidamos em nosso cotidiano com a ideia de paralelismo e perpendicularismo, por exemplo, precisamos saber localizar uma determinada rua; compreender congruência, semelhança e simetria ao analisar imagens fotográficas e/ou reais; proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), ao ajustar receitas culinárias, ao aferir a altura de uma parede, calcular o espaço de um quintal, medir ingredientes líquidos na cozinha. Assim, a Geometria auxilia na compreensão e representação do meio em que vivemos, seja pelo uso no lazer, na profissão e/ou na comunicação. De forma geral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria.

A articulação das habilidades de geometria espacial no Ensino Médio promove uma abordagem integrada e contextualizada do conhecimento matemático, essencial para a formação de alunos críticos e preparados para os desafios contemporâneos. Ao interpretar textos científicos sobre medidas e conversões, os estudantes deveriam desenvolver a capacidade de aplicar esses conceitos em ações comunitárias que envolvem cálculos de perímetro, área e volume, contribuindo para demandas locais. A aplicação de diferentes métodos de medição e o uso de transformações isométricas enriquecem a compreensão de figuras e suas representações, enquanto as relações métricas em triângulos e o cálculo de volumes de sólidos permitem que resolvam problemas práticos em contextos reais.

Assim, entende-se que em um processo de ensino que valoriza tanto a apresentação de

propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto à dedução de fórmulas é crucial para o Ensino Médio, pois promove uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos matemáticos. Desta forma ao integrar a teoria com a prática, os alunos não apenas memorizam fórmulas, mas também entendem o porquê de sua aplicação, o que fortalece seu raciocínio crítico e a capacidade de resolução de problemas.

Dessa forma, o senso espacial e o raciocínio geométrico são fundamentais no Ensino Médio, pois capacitam os alunos a compreenderem e interagir com o mundo ao seu redor de forma mais eficaz. Essas habilidades permitem que os estudantes visualizem e manipulem mentalmente objetos e suas relações, facilitando a resolução de problemas práticos em diversas disciplinas, como matemática, física e ciências.

Além disso, o desenvolvimento do raciocínio geométrico contribui para a formação de um pensamento crítico, promovendo a capacidade de analisar, interpretar e representar ambientes espaciais, tanto físicos quanto conceituais. Em um mundo cada vez mais tecnológico, onde o *design* e a engenharia desempenham papéis centrais, o domínio dessas competências se torna essencial para preparar os alunos para futuros acadêmicos e profissionais, tornando-os mais aptos a enfrentar desafios complexos e a inovar em suas áreas de atuação.

Segundo Nunes (2010), no final da década de 70 os pesquisadores começaram a se mobilizar com vistas a se pensar no resgate do Ensino da Geometria. Nesse sentido, “[...] atualmente a geometria está sendo vista como um ramo da matemática presente em todos os currículos” (Onuchic, 1999, p. 98), dada a importância dela para construção do pensamento geométrico dos alunos.

Aliado a isso, entendemos que a Resolução de Problemas (RP) é capaz de envolver os sujeitos ativamente na construção de seus próprios conhecimentos, priorizando um ensino baseado na busca de soluções para problemas em que os estudantes estão no centro do processo de ensino e aprendizagem e o professor atua como um mediador de conhecimentos e pode avaliá-los durante todo esse processo. Schroeder e Lester (1989, *apud* Onuchic, Allevato, 2011) descrevem três modos de abordar a Resolução de Problemas, saber, (1) ensinar sobre resolução de problemas; (2) ensinar matemática para resolução de problemas e (3) ensinar através da resolução de problemas, que podem ajudar a refletir sobre as diferenças de entendimentos e abordagens no contexto de ensino. Tais abordagens podem ser verificadas em sala de aula e, também nos materiais didáticos que se utiliza para as atividades didáticas, foco deste estudo.

Segundo Allevato e Onuchic (2014, p. 37), “[...] o ensino *sobre* resolução de problemas corresponde a considerá-la como um novo conteúdo”. Esta abordagem segue as ideias de Polya para resolver um problema, ou seja, enfatiza-se a elaboração e execução do roteiro de quatro passos, já mencionado. Assim, a aprendizagem de conceitos matemáticos fica em segundo plano.

Na abordagem intitulada de ensinar *para* Resolução de Problemas, a ênfase não é dada na Resolução de Problemas, mas na Matemática, assim a resolução torna-se um apêndice (Allevato; Onuchic, 2014). Em outras palavras, os conceitos/conteúdos matemáticos são ensinados pelo professor e só após são propostos problemas aos estudantes.

Ao contrário das outras abordagens que, ora evidenciam a RP ora a Matemática, o ensino através da RP busca considerá-las de forma concomitante. Nesta perspectiva, os conceitos/conteúdos matemáticos são construídos conjuntamente com a Resolução de Problemas. Para Allevato (2005), o ensino através da RP não exclui as demais concepções, mas torna-se uma abordagem mais completa e abrangente que as demais. Isto porque o professor elabora e/ou escolhe o problema levando para os alunos uma questão desafiadora, e

se posiciona como observador, levando os alunos a serem protagonistas de seu conhecimento, ou seja, o professor exerce o papel de problematizador enquanto os alunos buscam alternativas para poder solucionar a situação com que se depararam.

Na perspectiva de ensinar via/através resolução de problemas, um problema “[...] é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” (Onuchic, 1999, p. 215). Em outros termos, “[...] o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória [...]” (*idem*). Assim, para Onuchic (1999), um problema tem como função problematizar um conceito/conteúdo e não uma aplicação. Dessa forma, o problema deve ser algo que permita ao estudante pensar e/ou planejar ideias para que consiga solucionar o que lhe foi proposto, algo que ele não precise obrigatoriamente aplicar uma fórmula já muito bem elaborada (Allevato, 2005).

Com esse entendimento, Onuchic e Allevato (2014) assumem que o trabalho com a Matemática através da Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino. Segundo Onuchic e Allevato (2011) na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMARP), o problema é ponto de partida e na sala de aula os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando assim novos conceitos e novos conteúdos.

Dessa forma, implementar essa metodologia exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula, além disso, que os materiais didáticos utilizados possibilitem ao professor conhecer e trabalhar nesta perspectiva. Para tanto, buscamos nos livros didáticos do PNLD 2021, escolhidos na cidade de Caçapava do Sul – RS, compreender se os problemas são considerados nesta perspectiva.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa classifica-se com uma abordagem qualitativa que, de acordo com Lüdke e André (2015), preocupa-se com os significados dados pelos sujeitos no decorrer da aplicação dos objetos de análise deste estudo, sempre buscando evidenciar seus pontos de vista. Uma pesquisa pode ser apresentada com diferentes modalidades, uma delas é a pesquisa bibliográfica, que será abordada neste estudo.

A pesquisa bibliográfica, segundo Gil (2002), é desenvolvida a partir de materiais já elaborados, “[...] constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho dessa natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas” (Gil, 2002, p. 44).

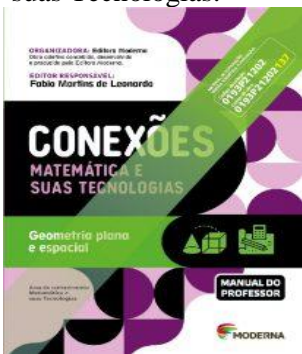


Nesse sentido, a opção por uma bibliografia dá-se em função da fonte de produção dos dados, ou seja, as coleções de livros didáticos de Matemática e por entender que este tipo de pesquisa visa o levantamento de informações que sejam relevantes na construção deste trabalho.

Portanto, tomamos analisar volumes de três livros didáticos de Matemática distribuídos pelo PNLD/2021, adotados pelas escolas do município de Caçapava do Sul/RS, com vistas a investigar se e como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é contemplada nos conteúdos e atividades relativos à Geometria Espacial. Posto isso, iremos analisar os volumes específicos de Geometria Espacial das coleções que foram as mais distribuídas pelo PNLD 2021 e as mais escolhidas pelos professores da rede Estadual de Ensino de Caçapava do Sul.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

O propósito desse estudo está relacionado a investigar se e como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é contemplada em conteúdos e atividades relativos à Geometria Espacial. Assim, nossos instrumentos de pesquisa serão os Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio referentes ao PNLD/2021. O corpo de análise encontra-se constituído pelos volumes: Matemática Interligada: Geometria Espacial e Plana (Andrade, 2020); Conexões: Matemática e suas Tecnologias – Geometria Plana e Espacial (Leonardo, 2020) e Prisma Matemática: Geometria (Bonjorno *et al.*, 2020), cabe ainda ressaltarmos que a análise foi feita nos volumes do Manual do Professor. No Quadro 1, a seguir, estão as fotos de capa dos referidos livros.

Quadro 1: Livros Analisadas

Coleção/Nome		
<p>Conexões: Matemática e suas Tecnologias.</p> 	<p>Matemática Interligada</p> 	<p>Prisma: Matemática e suas Tecnologias.</p> 

Fonte: Elaborado pelas autoras

Vale ressaltar que iremos analisar os volumes do Manual do Professor, dessa forma eles apresentam uma organização diferente da versão dos alunos. Uma das questões pertinentes que a versão do professor apresenta são as respostas (em rosa no volume de Geometria Espacial das obras Prisma Matemática e Conexões Matemática; e em azul na Matemática Interligada) ao longo das atividades, tem uma parte específica com orientações pedagógicas, além da descrição das habilidades contempladas referentes a BNCC (Brasil, 2018a).

Ao analisar os três volumes de livros didáticos identificaram-se atividades envolvendo conceitos de Geometria Espacial nos seguintes capítulos, expostos no Quadro 2.

Quadro 2: Volumes e capítulos com atividades envolvendo conceitos geométricos

Coleção	Tipos de Atividades	Capítulo 2: Poliedros	Capítulo 3: Corpos Redondos	TOTAL: Número de atividades do Livro
Matemática Interligada: Geometria Espacial e Plana	Conversando	4	1	168
	Problemas e Exercícios Propostos	69	34	
	Em Grupo	6	1	
	Exemplos	10	3	
	Problemas e Exercícios Resolvidos	18	9	
	Você Produtor	0	1	

	Finalizando a Conversa	6	2	
	Saiba Mais	2	0	
	Desafio	1	1	
	Explorando Problemas	0	1	
		Capítulo 3: Poliedros	Capítulo 4: Corpos Redondos	
Conexões: Geometria Espacial e Plana	Exercícios Propostas	60	21	113
	Exercícios Resolvidos	12	11	
	Exemplos	15	0	
	Autoavaliação	8	4	
	Exercícios Complementares	14	0	
		Aplicação	9	
		Aprofundamento	6	
		Desafio	1	
	Compreensão de Texto	Atividades	1	0
		Capítulo 3: Poliedros	Capítulo 4: Corpos Redondos	
Matemática Prisma: Geometria	Exemplos	4	0	93
	Atividades Resolvidas	5	7	
	Atividades	28	28	
	Conexões	1	0	
	Atividades Complementares	8	6	
	Para Refletir	6	0	
				385

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Podemos perceber que o Livro Matemática Interligada: Geometria Espacial e Plana (Andrade, 2020) teve o maior número de atividades categorizadas, sendo 168 – a saber: contagem antes da categorização, seguidos dos livros Conexões Matemática, com 113, e Prisma Matemática: Geometria, com 93. Cabe destacarmos, que esse número de atividades observadas (385) foi no início da análise dos livros, anteriormente a categorização das mesmas. Nesse sentido, ainda vemos indícios de um ensino tradicional em que se acredita que a memorização e repetição leva ao sucesso.

A análise das atividades propostas nos três volumes de livros didáticos quanto à Geometria Espacial, conforme ressaltamos anteriormente, permitiu classificá-las em cinco categorias: identificação, cálculo, composição/decomposição, redução/ampliação e explicação. Para esse recorte do trabalho de dissertação apresentaremos as análises referentes às categorias que mais apareceram: identificação e cálculo e, também, à categoria de Resolução de Problemas. As demais categorias estão analisadas na íntegra e disponíveis em Silva (2024).

4.2 ANÁLISE DAS CATEGORIAS

O primeiro olhar para a composição dos livros nos possibilitou compreender como o conteúdo era apresentado nos três volumes. Dessa forma pode-se perceber que os conteúdos são expostos antes das atividades, o que nos permite verificar que há um distanciamento das coleções em relação ao que a MEAAMARP propõe. São realizadas explanações dos conteúdos, em alguns casos ocorrem demonstrações e, posteriormente, os exemplos e as atividades de fixação, seguindo o modelo tradicional de abordagem dos Livros Didáticos.

Sendo assim, podemos perceber nos três volumes que os conceitos de Geometria Espacial estão apresentados na forma tradicional¹. Dessa forma, podemos evidenciar que o livro está proposto na perspectiva *para* Resolução de Problemas. Ou seja, a ênfase está focada na Matemática, tornado a Resolução de Problemas como um apêndice, assim, primeiramente são explanados os conteúdos, *a posteriori*, vem os exemplos e exercícios de aplicação e, por fim, a Resolução de Problemas. Isso contradiz a proposta de tomar o problema um ponto de partida para trabalhar os conteúdos, oportunizando assim, a partir dos conhecimentos dos estudantes, explorar problemas de diversos contextos, conforme as orientações curriculares nacionais (Brasil, 1998; Brasil, 2018a), internacionais (NCTM, 2000), e pesquisadores (Allevato, 2005; Onuchic; Allevato, 2011; Van de Walle, 2009).

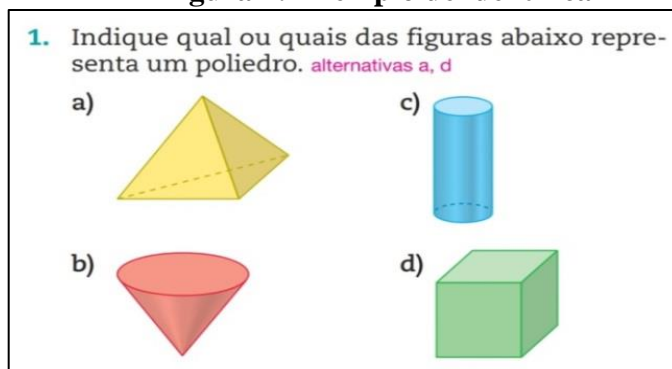
Dessa forma, a seguir veremos a quantificação das atividades e alguns exemplos trazidos dos livros para elucidar cada categoria analisada.

4.2.1 Categoria Identificação

Foram contabilizadas atividades na categoria Identificação, que segundo o documento de referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (Brasil, 2018b, p. XXI) identificar, é “[...] recuperar na memória conhecimento relevante de forma a compará-lo com as informações e dados apresentados; estabelecer ou indicar o que algo é ou quem alguém é”, por exemplo, identificar uma figura geométrica pelo seu nome.

Nos três volumes pudemos perceber atividades que envolvam a ação de identificação, sendo assim foram categorizadas 86 atividades ao todo. As atividades observadas nesta categoria possibilitam aos estudantes que reconheçam e nomeiem as figuras, baseados em suas características globais e visuais. Na Figura 1, temos um exemplo da categoria identificação.

Figura 1: Exemplo de identificar



Fonte: Leonardo (2020, p. 97)

A Figura 1 requer que os estudantes observem as figuras geométricas e identifiquem qual delas apresenta todas as características que a identificam como um Poliedro. Atividades desse constructo, segundo Van de Walle (2009), tendo seu foco na aparência das formas, torna os alunos capazes de perceber como elas são parecidas e diferentes, o que resulta em uma compreensão das classificações delas.

Cabe ressaltar que se esta atividade fosse apresentada antes do conceito de Poliedros, poderia ter sido utilizada na forma de um problema. Sendo assim, seria o ponto de partida para

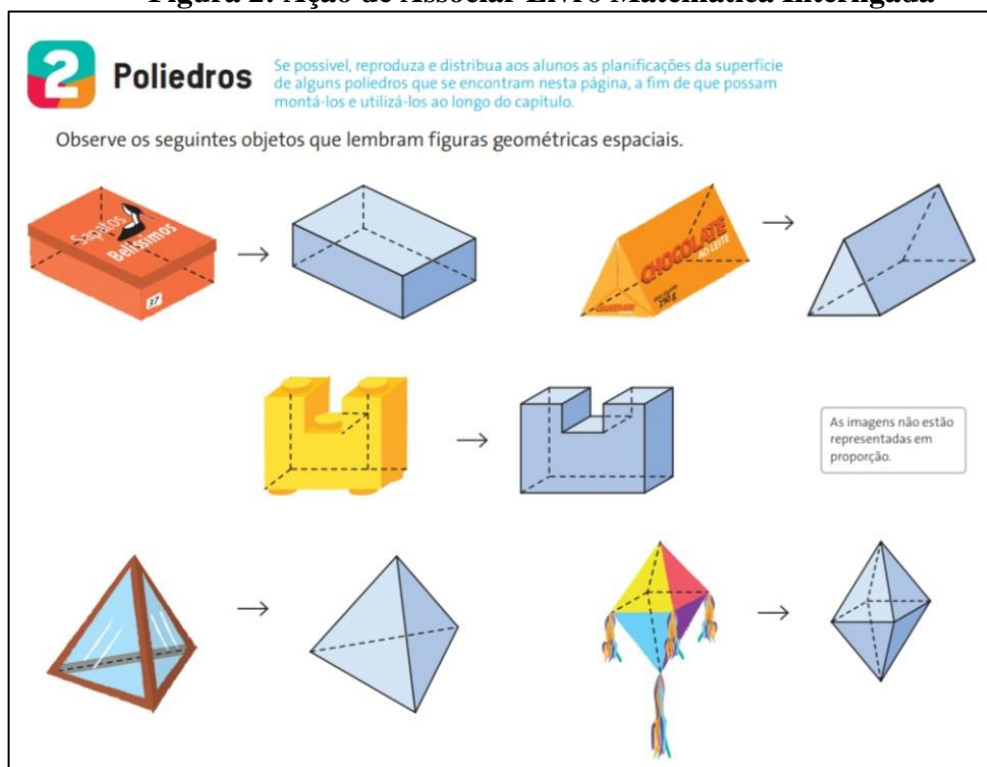
¹ Forma tradicional: conteúdo – exemplos – exercícios de fixação.

a construção do conhecimento, possibilitaria aos estudantes à observação, formulação de hipóteses e execução de um plano, para que ao final eles conseguissem chegar ao conceito matemático rigoroso sobre a definição do que são poliedros, para então os identificar e classificar.

Cabe destacarmos que dentro das 86 atividades elencadas nessa categoria pudemos perceber determinadas singularidades e/ou semelhanças que possibilitaram emergir três subcategorias com um total de dezesseis atividades, que requeriam ações do tipo ‘Associar’, ‘Classificar’ e ‘Nomear’ em um total de 16 atividades, sendo diferenciadas das 70 atividades restantes que não requeriam nenhuma destas ações, somente demandam a ação de identificar. Neste total de 16 atividades observamos apenas uma que requer a ação de associar, doze atividades de classificação e três de nomear. Pode-se perceber também que no livro *Prisma Matemática: Geometria* (Bonjorno *et al*, 2020), não tivemos nenhuma atividade que abordasse algumas das ações anteriormente supracitadas, sendo que elas aparecem somente na explanação do conteúdo.

Neste sentido, ‘Associar’ significa estabelecer correspondências entre ideias, objetos etc., por exemplo, associar uma representação de uma figura geométrica espacial a imagens de objeto de uso cotidiano. Sendo assim, na Figura 2 temos um exemplo dessa subcategoria.

Figura 2: Ação de Associar Livro Matemática Interligada



Fonte: Andrade (2020, p. 47)

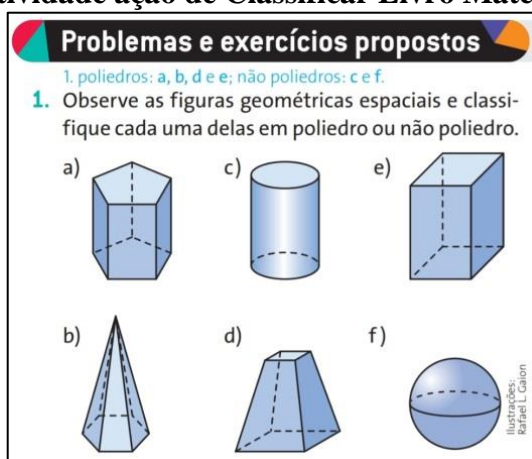
O autor tenta associar as figuras geométricas com algo do cotidiano dos alunos, questionando-os sobre quais lembram figuras geométricas. Refletindo sobre esta atividade, corroboramos com as ideias de Gobbi (2014), quando aponta que partindo de um problema real da escola, é que os educandos serão os sujeitos do processo, construindo seu conhecimento, contando com a mediação do professor para orientá-los a fim de trabalhar as informações para encontrarem as respostas. Dessa forma, a Geometria Espacial que é facilmente vivenciada no dia a dia não pode acabar se resumindo a fórmulas e cálculos superficiais.

Já ‘Classificar’ é entendida como a ação de determinar que algo pertence a uma categoria ou classe, por exemplo, classificar as figuras geométricas em espaciais ou planas. Reiterando que há diferentes tipos de classificação. Segundo Couto e Ribeiro (2017), embasados em De Villiers (1994), tem-se classificação inclusiva e exclusiva. Entende-se por classificação exclusiva ou disjunta aquela que forma subconjuntos distintos, sem elementos em comum entre os elementos que o compõe e, por classificação inclusiva, aquela que forma subconjuntos com elementos que possuem propriedades em comum.

Referente à ação de ‘Classificar’, como iremos observar a seguir, foram categorizadas doze atividades, sendo duas no livro Matemática Interligada: Geometria Espacial e Plana (Andrade, 2020) e dez no volume Conexões Matemática (Leonardo, 2020). Neste sentido, Van de Walle (2009) afirma que “[...] com o foco na aparência das formas os alunos são capazes de perceber como as formas são parecidas e diferentes” (Van de Walle, 2009), o que resulta na compreensão das classificações delas, que é uma habilidade importante que deve ser desenvolvida na Geometria Espacial.

Assim, temos como exemplo de atividade da obra de Andrade (2020) a Figura 3, localizada na sessão de problemas e exercícios referentes aos conceitos de Poliedros.

Figura 3: Atividade ação de Classificar Livro Matemática Interligada



Fonte: Andrade (2020, p. 48)

A imagem acima requer a classificação entre poliedros e não poliedros. Conforme Fernandes (2020), para que os estudantes consigam resolver problemas que envolvam cálculo de área, volume e capacidade, é necessário que eles tomem conhecimento primeiramente das figuras geométricas espaciais existentes e suas características, classificando-as conforme seus critérios. Nesse sentido, observamos a importância dessas atividades uma vez que elas possibilitam aos estudantes a classificação conforme suas características específicas, por exemplo, entre Poliedros e Não Poliedros.

Refletindo sobre as atividades, corroboramos com as ideias expostas nas Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, que afirmam que “[...] o estudo da Geometria deve possibilitar aos estudantes o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano” (Brasil, 2006). Dessa forma, devemos levar em consideração atividades que possibilitem aos estudantes a reflexão e o desenvolvimento da percepção espacial a fim deles ampliarem seus conhecimentos para o Mundo em que vivem.

A ação de ‘Nomear’ significa recuperar na memória o nome de algo ou alguém, por exemplo, nomear determinada figura geométrica, requerer a nomeação das figuras geométricas identificando as figuras que formam a base de cada figura espacial. Nesta categoria

contabilizamos apenas três atividades. Cabe ressaltar, que na obra *Prisma Matemática* (Bonjorno *et al*, 2020) não foram localizadas atividades que abordassem nomeação, tampouco discussões ao longo das explanações dos conceitos de Geometria Espacial. Essas atividades requerem dos estudantes a nomeação das figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), a fim de relacioná-las com objetos do mundo físico.

Dessa forma, Andrade (2020) apresenta duas atividades, sendo uma delas exposta na sessão de exemplos e a outra localizada na sessão problemas e exercícios proposto. Já na obra de Leonardo (2020), encontramos apenas uma atividade que requer a ação de ‘Nomear’, sendo que ela se encontra na sessão de exercícios propostos (Figura 4).

Figura 4: Atividade ação de Nomear Livro Conexões Matemática



Fonte: Leonardo (2020, p .67)

A imagem acima solicita ao aluno a percepção de visualização, ou seja, requer que ao observar o sólido geométrico representado na figura aconteça o reconhecimento das características ali presentes a fim de nomear aquele objeto. Deste modo, Loureiro (2009) enfatiza que a “[...] visualização deve ser assumida como uma componente fundamental do raciocínio geométrico” (Loureiro, 2009), sendo assim, a observação do aspecto visual é de suma importância na ação nomear.

Diante desse contexto, torna-se relevante “[...] compreender quais os conceitos e relações geométricas que são favoráveis ao desenvolvimento do raciocínio geométrico e espacial e como é que estes podem ser trabalhados na aprendizagem da geometria” (Loureiro, Castro, Pereira, 2017, p. 112) na Educação Básica. Cabe destacarmos, que todas as atividades propostas nesta categoria não são abordadas na perspectiva de Resolução de Problemas.

4.2.2 Categoria Cálculo

Outras atividades foram contabilizadas na categoria Cálculo. Dessa forma, calcular, segundo o documento de referência do SAEB (Brasil, 2018b, p. XXI), é “[...] obter resultado para uma tarefa, a partir da aplicação de um ou mais procedimentos (algoritmos, técnicas, métodos, etc.)”, por exemplo, calcular o volume de um sólido aplicando a respectiva fórmula.

Nos três volumes pudemos perceber atividades que envolvam a ação de ‘calcular’, sendo assim foram categorizadas 319 atividades ao todo. As atividades observadas nesta categoria possibilitam aos estudantes resolverem problemas envolvendo o volume dos sólidos (prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera), a relação entre número de vértices, faces e/ou arestas, dentre outros exemplos.

O volume *Conexões Matemáticas* (Leonardo, 2020) foi a obra com mais atividades categorizadas que requerem a ação de calcular, a saber, 126 atividades, seguido da obra *Matemática Interligada* (Andrade, 2020), com 115 atividades e, por último *Prisma Matemática* (Bonjorno *et al*, 2020) com 78 atividades. Nessa proposta, cabe salientarmos que “[...]”

considera-se importante que o aluno consiga perceber os processos que levam ao estabelecimento das fórmulas” (Brasil, 2006, p. 76), ou seja, proporcionar a compreensão dos conceitos relacionados nas fórmulas e não a mera apresentação delas.

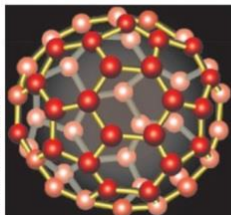
Na obra de Andrade (2020) como mencionado anteriormente, foram contabilizadas 115 atividades, sendo que 68 localizadas no capítulo dois referentes a Poliedros, e 47 no capítulo três de Corpos Redondos. Já em Leonardo (2020), foram contabilizadas 126 atividades, sendo 78 delas localizadas no capítulo três referente aos conceitos de Poliedros, e 48 no capítulo quatro de Corpos Redondos. E por fim, o autor obra Bonjorno *et al* (2020), contabilizou-se 78 atividades, das quais, 40 delas encontram-se no capítulo três de Poliedros e 38 localizam-se no capítulo quatro de Corpos Redondos. Perante o exposto, na Figura 5 trazemos um exemplo que se encaixa na categoria Cálculo.

Figura 5: Atividade ação de Calcular Livro Prisma Matemática

6. Em uma publicação científica de 1985, foi divulgada a descoberta de uma molécula tridimensional de carbono, na qual os átomos ocupam os vértices de um poliedro convexo cujas faces são 12 pentágonos e 20 hexágonos regulares. Em homenagem ao arquiteto estadunidense Buckminster Fuller, a molécula foi denominada fulereno. **60 átomos e 90 ligações**

Fonte dos dados: BRASIL. Ministério do Trabalho. Fundacentro. **Fulerenos**. Disponível em: <http://antigo.fundacentro.gov.br/nanotecnologia/fulerenos>. Acesso em: 22 ago. 2020.

Determine o número de átomos de carbono nessa molécula e o número de ligações representadas pelas arestas do poliedro.



■ Representação de molécula de fulereno (imagem sem escala; cores-fantasia).

ALEXANDRE ARGENTINO NETO

Fonte: Bonjorno (2020, p. 82)

Essa atividade requer dos estudantes a contagem, mobilizando os conceitos de arestas, vértices e faces. Desse modo, leva em consideração a percepção espacial do aluno a fim da generalização e cálculo da resposta.

Neste sentido, após a análise das atividades apresentadas na categoria ‘Cálculo’ foi possível perceber atividades que exploram o cálculo do volume de blocos retangulares, sem e com o uso de fórmulas, o volume do cubo, da esfera e do cilindro. Atividades visando o desenvolvimento da competência métrica também foram exploradas no cálculo do número de vértices, faces e arestas; relação entre unidades de medida, volume e capacidade. Em relação à Resolução de Problemas, pode-se afirmar que as atividades classificadas, nesta categoria, foram propostas após serem apresentados conceitos e procedimentos para resolução destas, o que não contempla a proposta de Ensino-Aprendizagem-Avaliação sugerida por Allevato (2005) e Onuchic e Allevato (2021).

4.2.3 Resolução de Problemas

Referente à perspectiva da Resolução de Problemas, dentre as 458 atividades localizadas nos livros didáticos após a categorização, foi categorizada apenas uma atividade que expõe indícios do Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da RP. Dessa forma, após a explanação e análise de todas as categorias encontradas nos três volumes de Livros Didáticos, vamos pontuar uma atividade localizada na sessão específica ‘Resolução de Problemas’ da Obra Matemática Interligada: Geometria Espacial e Plana – representada na Figura 6.

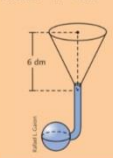
Figura 6: Atividade da Seção Específica do Livro sobre Resolução de Problemas

Explorando problemas

Utilize as etapas sugeridas para resolver o problema a seguir.

Neste problema, por se tratar de uma questão de vestibular, embora estejamos usando ‘comprimento do segmento’, por exemplo, aparece a palavra ‘mede’ para se referir ao comprimento do raio interno da esfera.

(Epcar-MG) Um sistema de irrigação para plantas é composto por uma caixa-d’água, em formato de cone circular reto, interligada a 30 esferas, idênticas. O conteúdo da caixa-d’água chega até as esferas por encanamentos cuja capacidade de armazenamento é desprezível. O desenho a seguir ilustra a ligação entre a caixa-d’água e uma das 30 esferas, cujo raio interno mede $r = \frac{40}{\pi}$ dm.



Se a caixa-d’água está cheia e as esferas, bem como os encanamentos, estão vazios, então, no momento em que todas as 30 esferas ficarem cheias, restará, no cone, apenas a metade de sua capacidade total. Assim, a área lateral de um cone equilátero cujo raio da base é congruente ao da caixa-d’água, em dm², é igual a

a) 80 b) 40 c) 20 d) 10

Compreender

- Há palavras ou notações no enunciado cujos significados você desconhece? Se sim, pesquise-as.
- O que se pede no problema? **d**
 - A área lateral da caixa-d’água.
 - A área da superfície da caixa-d’água menos a área da superfície das 30 esferas.
 - A capacidade da caixa-d’água e das 30 esferas.
 - A área lateral de um cone equilátero cujo raio da base é congruente ao da caixa-d’água.
- Quais informações são importantes para a compreensão do problema? **a e c**
 - A capacidade da caixa-d’água.
 - A área da superfície das esferas.
 - A quantidade de esferas no sistema.
 - O tempo necessário para encher as esferas.

Planejar

- Quais conceitos matemáticos estão envolvidos no problema? **b e c**
 - Área de polígonos regulares.
 - Volume de esferas.
 - Área de círculos.
 - Volume de troncos de cone.
- Verifique se cada uma das afirmações é verdadeira ou falsa. Em seguida, justifique sua resposta.
 - A soma das capacidades das 30 esferas é igual à capacidade da caixa-d’água.
 - A caixa-d’água possui o formato de cone equilátero.

Falsa. A soma das capacidades das 30 esferas é igual à metade da capacidade da caixa-d’água.
Falsa. A caixa-d’água possui o formato de cone circular reto de altura igual a 6 dm.
- Represente as informações principais do problema por meio de uma figura, um esquema ou um quadro, e utilize uma notação adequada para os dados.
- Antes de efetuar os cálculos por escrito ou na calculadora, estime uma resposta para o problema. Ao final das etapas, você pode comparar o valor estimado com o resultado obtido.

Resposta pessoal. Espere-se que os alunos consigam fazer uma estimativa próxima do resultado obtido.

Executar

8. Podemos resolver o problema por meio dos seguintes passos:

- Calculamos a capacidade V_c de cada esfera.

$$V_c = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{40}{\pi} \right)^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot \pi \cdot \frac{40}{3} = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{40}{3} = \frac{160\pi}{9} \text{ dm}^3$$

Assim, a soma da capacidade das 30 esferas é: $30 \cdot \frac{160\pi}{9} = 40\pi \text{ dm}^3$.

- Esse valor corresponde à metade da capacidade da caixa-d’água (V_c) ou seja, a capacidade da caixa-d’água é: $2 \cdot 40 = 80 \rightarrow 80 \text{ dm}^3$.
- Como a altura da caixa-d’água é 6 dm, para calcular o comprimento do raio r , fazemos:

$$V_c = \frac{\pi r^2 h}{3} \Rightarrow 80 = \frac{\pi r^2 \cdot 6}{3} \Rightarrow 80 = 2\pi r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{40}{\pi}$$

- Considerando um cone equilátero de raio congruente ao da caixa-d’água e geratriz $g = 2r$, a área lateral A_l é:

$$A_l = \pi r g = \pi r (2r) = 2\pi r^2$$

- Como $r^2 = \frac{40}{\pi}$, temos:

$$A_l = 2\pi r^2 = 2\pi \cdot \frac{40}{\pi} = 2 \cdot 40 = 80 \rightarrow 80 \text{ dm}^2$$

Portanto, a alternativa correta é a.

Verificar

9. Podemos calcular o comprimento do raio r da base da caixa-d’água e verificar se as figuras geométricas espaciais possuem as características apresentadas no enunciado.

- Obtemos $r^2 = \frac{40}{\pi}$. Assim:

$$r^2 = \frac{40}{\pi} \Rightarrow r = \pm \sqrt{\frac{40}{\pi}}$$

Como r é uma medida de comprimento, descartamos o valor negativo.

$$r = \sqrt{\frac{40}{\pi}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{40}{\pi}} \text{ dm}$$

- Calculando o volume V_c da caixa-d’água, que possui altura de 6 dm, temos:

$$V_c = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi \left(\sqrt{\frac{40}{\pi}} \right)^2 \cdot 6}{3} = \pi \cdot \frac{40}{\pi} \cdot 2 = 40 \cdot 2 = 80 \rightarrow 80 \text{ dm}^3$$

- Para o cone equilátero, cujo raio r da base e a área lateral A_l foram determinados, podemos verificar se $g = 2r$.

$$A_l = \pi r g \Rightarrow 80 = \pi g \sqrt{\frac{40}{\pi}} \Rightarrow 80 = \pi g \cdot \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{\pi}} \Rightarrow g = \frac{80 \cdot \sqrt{\pi}}{\pi \sqrt{40}} \Rightarrow g = \frac{2 \cdot 40 \sqrt{\pi}}{\pi \sqrt{40}} \Rightarrow g = 2 \cdot \frac{\sqrt{1600 \pi}}{\sqrt{\pi^2 \cdot 40}} \Rightarrow g = 2 \cdot \sqrt{\frac{1600 \pi}{\pi^2 \cdot 40}} \Rightarrow g = 2 \cdot \sqrt{\frac{40}{\pi}} \Rightarrow g = 2 \cdot \sqrt{\frac{40}{\pi}} \text{ dm}$$

Como o comprimento do raio é $\sqrt{\frac{40}{\pi}}$ dm e o da geratriz é $2\sqrt{\frac{40}{\pi}}$ dm, concluímos que o cone é equilátero.

137

Fonte: Andrade (2020, p. 136 e 137)

Ao analisar a atividade apresentada na Figura 6 e classificada quanto a Resolução de Problemas, verificou-se sua apresentação após o conteúdo, contradizendo o que as orientações curriculares nacionais (Brasil, 1998; Brasil, 2018), internacionais (NCTM, 2000), e pesquisadores (Allevato, 2005; Onuchic; Allevato, 2011; Van de Walle, 2009) enfatizam, ou seja, que o problema deve ser ponto de partida para trabalhar os conteúdos. Sendo assim, perde-se a oportunidade de partir dos conhecimentos dos estudantes e explorar problemas de diversos contextos, principalmente do mundo físico.

Em relação à metodologia de Resolução de Problemas, apenas essa atividade (Figura 6) foi organizada com o objetivo de Ensinar para Resolução de Problemas, este dado é considerado preocupante, pois a pesquisas na área da Educação Matemática e propostas curriculares recomendam aos professores um trabalho na perspectiva metodológica através da Resolução de Problemas e, sendo o livro didático uma das fontes para a elaboração de planejamentos, este deveria propor mais situações neste viés.

Na abordagem intitulada de ensinar para RP, a ênfase não é dada na resolução de problemas, mas na Matemática, assim a resolução torna-se um apêndice (Allevato; Onuchic, 2014). Em outras palavras, os conceitos/conteúdos matemáticos são ensinados pelo professor e só após são propostos problemas aos estudantes. Segundo Allevato (2005), duas razões explicam as limitações desta visão a respeito da Matemática, a saber:

[...] limita a atividade do aluno à resolução de problemas rotineiros, uma vez que os problemas devem exigir a aplicação da teoria matemática já supostamente aprendida pelos alunos; e, também, [...] ignora o potencial formador da Matemática, no tocante ao desenvolvimento do raciocínio, da capacidade de abstrair, relacionar, representar, tomar decisões e, por que não, criar (Allevato, 2005, p. 55).

Nunes (2010) ainda ressalta que nesta perspectiva o professor que ensina para resolver problemas está preocupado sobre as habilidades dos estudantes em transferir aquilo que já se apropriaram no contexto de um problema para os outros. Outra questão importante, é que esta atividade está numa seção específica do livro didático, ou seja, além de ser apresentada após o conteúdo ela é encontrada na seção “Explorando Problemas”.

Cabe salientar que estas atividades poderiam ser trabalhadas na perspectiva através da Resolução de Problemas, tomando o problema como ponto de partida para trabalhar os conteúdos oportunizando assim a partir dos conhecimentos dos estudantes explorar problemas de diversos contextos, conforme as orientações curriculares nacionais internacionais e pesquisadores.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho, fruto das inquietações da pesquisadora, buscou analisar coleções de livros didáticos selecionados por professores nas escolas do município de Caçapava do Sul- RS com o intuito de compreender, a partir de uma pesquisa qualitativa e de caráter bibliográfico, se e como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas está presente no contexto do ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio.

A análise das coleções de livros didáticos indica, que em todos os três volumes analisados, foram categorizadas atividades envolvendo conceitos de Geometria Espacial, que envolvem exercícios, tarefas e problemas propostos, o que é considerado relevante para a aprendizagem desse tema, uma vez que as atividades proporcionam aos estudantes o desenvolvimento do senso geométrico e do raciocínio espacial.

Quanto às categorias de análise (identificação, cálculo, composição/decomposição, redução/ampliação e explicação), constatou-se que as mais exploradas foram a identificação e o cálculo, uma vez que foram as categorias com maior número de atividades mapeadas a saber: identificação (86 atividades), cálculo (139 atividades). Isto mostra uma ênfase maior para atividades de aplicação imediata do conteúdo, contradizendo o que as orientações curriculares nacionais (Brasil, 1998, Brasil, 2018), internacionais (NCTM, 2000), e pesquisadores (Allevato, 2005; Onuchic; Allevato, 2011; Van de Walle, 2009) enfatizam, ou seja, que o problema deve ser ponto de partida para trabalhar os conteúdos. Sendo assim, perde-se a oportunidade de partir dos conhecimentos dos estudantes e explorar problemas de diversos contextos, principalmente do mundo físico.

Em relação à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas, apenas uma atividade com indícios de ensinar através da resolução de

problemas foi identificada, mesmo que não tenha sido apresentada com esse propósito, pois aparece após a introdução de conteúdo. Este fator é considerado preocupante, pois a pesquisas na área da Educação Matemática e propostas curriculares recomendam aos professores um trabalho na perspectiva metodológica da Resolução de Problemas em que o problema é o ponto inicial que propicia o desenvolvimento da aula e, sendo o livro didático uma das fontes para a elaboração de planejamentos este deveria preconizar a indicação dos documentos norteadores e, propor mais situações neste viés.

Sendo assim, é importante que professor, a fim de ampliar seus conhecimentos, tenha a disposição mais de uma coleção de livros didáticos para elaborar seus planejamentos, em especial, acerca de conteúdos de Geometria Espacial. O livro didático é um eficiente recurso de aprendizagem no contexto escolar, porém faz parte da atividade docente a busca por outros materiais que possibilitem a complementação da aula. Para tanto, depende de uma escolha e utilização adequada, ato este que reafirma a importância de pesquisas que realizam análises detalhadas desse recurso. Para, além disso, tais pesquisas precisam ser difundidas para os professores que estão atuando nas redes escolares a fim de que se propague, critique e melhore o material e o próprio sistema educacional.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados**: Análise de uma Experiência. 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.
- AMARAL, Rúbia Barcelos; MAZZI, Lucas Carato; ANDRADE, Luciana Vieira; PEROVANO, Ana Paula. **Livro didático de matemática: compreensões e reflexões no âmbito da Educação Matemática**. Campinas: Mercado das Letras, 2022.
- ANDRADE, Thaís Marcelle de. **Matemática Interligada: geometria espacial e plana**. Scipione, 1. Ed., São Paulo, 2020.
- BONINI, Adair. DRUCK, Iole de Freitas. BARRA, Eduardo Salles de Oliveira. **Direitos à Aprendizagem e ao Desenvolvimento na Educação Básica: Subsídios ao Currículo Nacional**. Grupo de Trabalho sobre Direitos à Aprendizagem e ao Desenvolvimento. Curitiba, 2018.
- BONJORNO, José Roberto, GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy, SOUSA, Paulo Roberto Câmara de.; Prisma Matemática: **Geometria: Ensino Médio**: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias. Editora FTD, 1. Ed., São Paulo, 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática 5ª a 8ª série**. Brasília: SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: SEB, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018a.

BRASIL, Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)**. Brasília, 2018b.

BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos (PNLD/ 2021)**. Objeto 2: Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2021.

COUTO, Silvania; RIBEIRO, Miguel. **Conhecimento Interpretativo do Professor que Ensina Matemática: o caso do cubo**. São Paulo: Espaço Plural, 2017.

DE VILLIERS, Michael. **The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals**. The Learning of Mathematics, v. 14, n. 1, p. 11–18, Feb 1994.

FERNANDES, Dionei Luiz. **Geometria espacial no ensino médio: uma abordagem de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas**. 2020. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Fundação Universidade Regional de Blumenau, Blumenau – SC, 2020.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GOBBI, Andenise Maria. **Explorando a Geometria Espacial através da Resolução de Problemas**. Secretaria De Estado Da Educação, Superintendência Da Educação, Universidade Estadual Do Paraná, Campus De União Da Vitória, Bituruna, 2014.

LAJOLO, Marisa. **Livro Didático: um (quase) manual do usuário**. Brasília, ano 16, nº 69, jan/mar. 1996.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões: matemática e suas tecnologias: manual do professor**. Editora Moderna, 1. ed., São Paulo, 2020.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** Florianópolis: Educação Matemática em Revista (SBEM 4), 1995.

LOUREIRO, Cristina. **Geometria no Novo Programa de Matemática do Ensino Médio: contributos para uma gestão curricular reflexiva**. Lisboa, 2009.

LOUREIRO, Cristina; CASTRO, Sílvia; PEREIRA, Teresa. **Relação 3D-2D: uma perspectiva da estruturação espacial**. Lisboa [Anais]: **Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM)**, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2017.

LÜDKE, Menga.; ANDRÉ, Marli. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 2015.

MUNAKATA, Kazumi. **Livro Didático com Indício da Cultura Escolar**. Porto Alegre, v. 20, nº 50, set/dez, 2016, p. 119 - 138.

NUNES, Célia Barros. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática**. 2010. Tese (doutorado) - Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro - SP, 2010.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, Va.: NCTM, 2000.

ONUCHIC, Lourdes De La Rosa. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) São Paulo pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas, Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa, ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In: **Boletim de Educação Matemática (Bolema)**, n. 41, v.25, p.73 -98, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa, ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por quê através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria (org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

SILVA JUNIOR, Clóvis Gomes da. O Livro Didático de Matemática e o Tempo. **Revista de Iniciação Científica da FFC**, v. 7, nº 1, 2006.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e Aplicação em Sala de Aula. 6a edição. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Editora Artmed, 2009.