



O CONCEITO DE VARIÁVEL EM MATEMÁTICA: PERSPECTIVAS EM PRODUÇÕES ACADÊMICAS

THE CONCEPT OF VARIABLE IN MATHEMATICS: PERSPECTIVES IN ACADEMIC PRODUCTIONS

Luciana Bertholdi Machado

Mestra em Matemática Universitária pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP).

Docente da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT).

lucianabm@unemat.br

Iran Abreu Mendes

Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Docente do Programa de Pós-graduação em Educação em Ensino de Ciências e Matemática pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC).

iamendes1@gmail.com

Resumo

Este trabalho, como parte de uma pesquisa de doutorado em andamento, objetiva investigar como as produções acadêmicas têm abordado as diferentes interpretações e aplicações do conceito de variável em Matemática. Para isso, foi realizada uma pesquisa qualitativa de caráter exploratório, utilizando Teses, Dissertações e artigos de periódicos como instrumentos de coleta de dados. A pesquisa resultou em 24 trabalhos, sendo a maior parte voltada para conhecimentos algébricos, enquanto uma parcela menor explora o conceito de variável em outras áreas do conhecimento. Os resultados indicam que o conceito de variável apresenta grandes desafios no ensino de matemática, especialmente na interpretação, manipulação e simbolização, tanto para professores quanto para estudantes, com destaque para o contexto de relação funcional. Superar essas dificuldades requer práticas de ensino que possibilitem aos estudantes transitarem entre os diferentes usos e aspectos característicos da variável.

Palavras-chave: Conceito de variável. Pensamento algébrico. Ensino.

Abstract

This study, as part of an ongoing doctoral research project, aims to investigate how academic productions have addressed the different interpretations and applications of the concept of variable in Mathematics. To this end, a qualitative exploratory study was conducted, using theses, dissertations, and journal articles as data collection instruments. The research identified 24 studies, most of which focus on algebraic knowledge, while a smaller portion explores the concept of variable in other areas of knowledge. The results indicate that the concept of variable presents significant challenges in mathematics education, particularly in terms of interpretation, manipulation, and symbolization, for both teachers and students, with emphasis on the context of functional relationships. Overcoming these difficulties requires teaching practices that enable students to navigate between the different uses and characteristic aspects of the variable.

Keywords: Concept of variable. Algebraic thinking. Teaching.

1 INTRODUÇÃO

De modo geral, o conceito de variável em Matemática aparece vinculado à Álgebra, especialmente em relação aos seus diferentes usos, sendo comumente apresentado como incógnita, número generalizado e em uma relação funcional. Essa perspectiva é amplamente aceita na comunidade acadêmica e serve como base para diversas pesquisas que investigam o entendimento desse conceito, tanto por estudantes em diferentes níveis de ensino quanto por professores, no que se refere à interpretação, simbolização, manipulação e representação gráfica.

Pesquisadores como Trigueros et al. (1996), Peral e Gómez (2003), Ursini e Trigueros (2004), López (2011) apontam que essa característica variada do conceito é fonte de muitas dificuldades tanto para estudantes quanto para professores e, consequentemente, reflete de forma negativa na compreensão de outras unidades de conhecimento. Segundo Peral e Gómez (2003), muitas dessas dificuldades ocorrem pela incompreensão do papel que a variável desempenha em determinado contexto, e se torna crescente em contextos mais complexos.

De acordo com López (2011), provavelmente a falta de compreensão conceitual do professor é transmitida ao aluno no processo de ensino, mesmo sem perceber, provocando lacunas no aprendizado do estudante. Tais dificuldades se tornam ainda mais evidentes quanto ao uso da variável na relação funcional, contexto em que “a variável é e não é cada um dos elementos do conjunto” (Caraça, 1998, p. 120), provocando um “nó” epistemológico em relação ao seu significado, o que faz com que muitos estudantes a vejam como incógnita, uma constante ou apenas um símbolo sem qualquer significado (nomenclatura).

Diante deste cenário, este trabalho questiona: o que revelam as produções acadêmicas em relação ao conceito de variável em Matemática? A fim de responder esse questionamento, realizou-se um levantamento de Teses, Dissertações e artigos científicos que foram produzidos tendo como objeto de estudo o conceito de variável. Dessa forma, este trabalho tem como objetivo analisar essas produções acadêmicas, investigando de que maneira têm sido abordadas as diferentes interpretações e aplicações desse conceito.

2 O CONCEITO DE VARIÁVEL EM MATEMÁTICA

Em um trabalho elaborado e publicado por Peral e Gómez (2003), os autores argumentam favoravelmente sobre a importância do conceito de variável, destacando que historicamente tem-se observado que, a esse respeito, o ensino atual não produz os resultados desejados. Isso ocorre porque o ensino não estimula o desenvolvimento das noções e operações no estudante em relação ao conceito de variável, o que causa uma série de dificuldades para a correta compreensão das noções e conceitos matemáticos relacionados aos estudos das funções.

Neste sentido, Peral e Gómez (2003) afirmam que esse conceito é de extrema importância no ensino e aprendizagem da matemática, e de difícil compreensão entre os estudantes. Esclarecem, ainda, que as razões da sua dificuldade residem, entre outras coisas, porque é surpreendentemente difícil de formular tal conceito. Todavia, ressaltam sua importância epistemológica, uma vez que sua invenção constitui um ponto de partida na História da Matemática, conforme mencionado por Rajaratnan (1957), e é uma das ideias fundamentais da matemática, desde o ensino fundamental até a matemática superior (Davis, 1964; Hirsch,

Lappan, 1989). Igualmente, de acordo com Philipp (1992), a compreensão do conceito de variável fornece a base para a transição da Aritmética para a Álgebra e é necessário para o uso significativo de toda matemática avançada.

De acordo com Trigueros, Ursini e Lozano (2000), o conceito de variável é bem versátil e pode assumir diferentes significados, dependendo do contexto em que é usado. Isso significa que a interpretação e o papel da variável podem variar de acordo com a situação matemática em que aparece. Segundo os autores os aspectos considerados mais relevantes são: o uso da variável como uma incógnita, o uso da variável como um número generalizado e o uso da variável em uma relação funcional.

A esse respeito, Trigueros, Ursini e Reyes (1996) afirmam que construir o conceito de variável significa desenvolver a habilidade de compreender e trabalhar com os diferentes papéis que a variável pode assumir, além de envolver a capacidade de conectar esses aspectos e transitar entre eles de maneira fluida e flexível, dependendo do contexto. Nesse sentido, os autores apresentam uma decomposição do conceito de variável em três dimensões principais, conforme Quadro 1.

Quadro 1 – Dimensões do conceito de variável

Uso da variável	Conceitualização e simbolização	Interpretação	Manipulação
Variável como incógnita	Conceitualização de um desconhecido em uma situação particular e/ou em uma equação e sua simbolização.	Interpretação de um símbolo como uma incógnita específica em equações nas quais aparece uma ou mais vezes.	Fatorar, simplificar, expandir, transpor ou balancear uma equação para tornar uma variável o sujeito da equação.
Variável como número generalizado	Conceitualização de um objeto geral envolvido em métodos ou regras gerais, deduzido de padrões numéricos e/ou geométricos e famílias de problemas similares; e sua simbolização.	Interpretação de um símbolo como um objeto geral em expressões algébricas ou em métodos gerais.	Fatorar, simplificar e expandir para reorganizar expressões.
Variável em uma Relação Funcional	Conceitualização ou simbolização de relações funcionais a partir de uma tabela ou gráfico ou um problema em linguagem natural.	Interpretação de correspondência e variação conjunta em expressões analíticas, tabelas e gráficos.	Fatorar, simplificar, expandir para reorganizar uma expressão, substituir valores para determinar intervalos de variação, valores máximos/mínimos e o comportamento global da relação.

Fonte: Trigueros, Ursini e Reyes (1996, p. 317, tradução nossa).

De acordo com o Quadro 1, pode-se perceber que, quanto à conceitualização e simbolização, trata-se de como entendemos e representamos a variável em diferentes contextos. A interpretação se refere a como compreendemos a variável dentro de uma expressão ou equação. Já a manipulação detalha as operações que podemos realizar com a variável. Quanto aos usos, a variável como incógnita representa um valor desconhecido que precisa ser determinado. Enquanto número generalizado, a variável representa qualquer número, não um em específico, ou seja, representa um valor genérico, sendo utilizada para expressar relações gerais. Já na relação funcional, a variável representa uma quantidade que varia em relação a

outra, estabelecendo uma relação de dependência entre elas.

A esse respeito, Ursini e Trigueros (1997) e Trigueros, Ursini e Lozano (2000) apresentam os aspectos característicos em relação aos diferentes usos do conceito, conforme Quadro 2, onde a variável é classificada em três perspectivas principais: a variável como incógnita (representada pela letra “I”), a variável como número generalizado (representada pela letra “G”) e a variável na relação funcional (representada pela letra “F”).

Quadro 2 — Dimensões do conceito de variável

Variável como incógnita	Variável como número generalizado	Variável na relação funcional
I1: Reconhecer e identificar, em uma situação-problema, a presença de algo desconhecido que pode ser determinado ao considerar as restrições do problema.	G1: Reconhecer padrões e regras em sequências numéricas e em famílias de problemas.	F1: Reconhecer a correspondência entre quantidades independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, problemas verbais ou expressões analíticas).
I2: Interpretar a variável simbólica que aparece em uma equação como uma entidade que pode tomar valores específicos.	G2: Interpretar a variável simbólica como uma entidade que pode tomar qualquer valor, indeterminado (assumindo qualquer valor).	F2: Determinar os valores da variável dependente quando são conhecidos os da variável independente.
I3: Substituir o(s) valor(es) da variável que fazem com que a equação seja verdadeira.	G3: Interpretar a variável simbólica como um objeto indeterminado que se pode operar.	F3: Determinar os valores da variável independente quando são conhecidos os da variável dependente.
I4: Determinar a incógnita que aparece em equações ou problemas, realizando as operações algébricas e/ou aritméticas necessárias.	G4: Desenvolver a ideia de método geral distinguindo os elementos variáveis dos invariantes em famílias de problemas similares, até chegar à simbolização de um método geral e do objeto geral sobre o qual ele se aplica.	F4: Reconhecer a variação conjunta das variáveis envolvidas em uma relação independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, expressões analíticas).
I5: Identificar a incógnita em uma situação específica e simbolizá-la como uma equação.	G5: Manipular o símbolo para simplificar ou desenvolver expressões algébricas.	F5: Determinar os intervalos de variação de uma das variáveis quando se conhecem os da outra.
		F6: Simbolizar uma relação funcional com base na análise dos dados de um problema.

Fonte: Adaptado de Ursini e Trigueros (1997); Trigueros, Ursini e Lozano (2000)

Considerando esses aspectos característicos e as dimensões do conceito de variável, é possível afirmar que no que se refere à conceitualização e simbolização, trata-se do processo de conceber a variável dentro de seu contexto, seja ela incógnita, número generalizado ou em uma relação funcional. No caso da incógnita, envolve identificar algo desconhecido; no número generalizado, deve-se de reconhecer padrões e regularidades; já nas relações funcionais, o foco é na correspondência entre variáveis.

Em relação à interpretação, a ênfase está em como a variável é compreendida dentro de expressões ou equações. No caso da incógnita, é interpretada como algo específico que deve ser determinado. Para o número geral, a interpretação envolve o entendimento de um símbolo que pode representar valores variados. Em uma relação funcional, a interpretação lida com a variação conjunta das variáveis.

Por fim, a manipulação refere-se as operações matemáticas que podem ser realizadas com a variável. Para a incógnita, a manipulação inclui a resolução de equações. No número geral, refere-se a simplificar e reorganizar expressões. Para relações funcionais, a manipulação inclui simplificação, substituição e análise de intervalos de variação, comportamento da relação e comportamento gráfico.

Conforme Trigueros et al. (1996), esses três usos do conceito de variável estão fortemente inter-relacionados.

Para resolver este problema, os estudantes devem ser capazes de trabalhar com números generalizados, com constantes, com incógnitas, com variáveis em uma relação funcional e poder transitar de uma interpretação para outra, mesmo quando essas diferentes caracterizações da variável têm a mesma representação simbólica (Trigueros et al., 1996, p. 353, tradução nossa).

Significa dizer que os diferentes usos da variável não operam de forma isolada, mas se complementam. Em um mesmo problema, a variável pode assumir vários papéis simultaneamente, mas cada um pode ser mais importante em uma etapa específica da resolução.

Dante do exposto, comprehende-se que o conceito de variável é um pilar fundamental da Matemática, desempenhando um papel importante no desenvolvimento de habilidades matemáticas desde o ensino básico até níveis mais avançados. Portanto, é necessário que o ensino desse conceito fomente a compreensão integrada de seus diferentes aspectos.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Este estudo caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, de caráter exploratório e bibliográfico, conforme a abordagem proposta por Bogdan e Biklen (1994). O objetivo principal foi investigar como as produções acadêmicas têm abordado as diferentes interpretações e aplicações do conceito de variável em Matemática. Para isso, realizou-se um levantamento documental de Teses, Dissertações e artigos científicos disponíveis em bases de dados acadêmicas.

A coleta de dados foi realizada por meio de buscas eletrônicas nos repositórios e bibliotecas digitais: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Portal de Periódicos da CAPES e Scientific Electronic Library Online (SciELO). O descritor utilizado nas buscas foi “conceito de variável” (entre aspas), com o objetivo de identificar pesquisas relevantes sobre o tema que contivessem exatamente o termo escolhido.

Para a seleção dos trabalhos, foram adotados os seguintes critérios de exclusão: (i) pesquisas que não apresentavam relação direta com a Matemática ou Educação Matemática; e (ii) trabalhos duplicados. Diferentemente de outros estudos, optou-se por não delimitar um intervalo temporal para a busca, permitindo a obtenção do maior número de publicações para o termo específico “conceito de variável”. Esse mapeamento resultou na identificação de 15 Teses e Dissertações, produzidas entre 2005 e 2019, e 9 artigos de periódicos, publicados entre 1999 e 2020, conforme critérios estabelecidos.

A análise dos dados foi realizada qualitativamente, por meio de uma leitura detalhada dos resumos e, quando necessário, da introdução e das considerações finais dos textos selecionados. Os estudos foram examinados com foco nos diferentes contextos do conceito de variável,

especialmente considerando sua ocorrência nas seguintes dimensões: variável como incógnita, variável como número generalizado e variável na relação funcional, como apresentado na próxima seção.

4 O CONCEITO DE VARIÁVEL EM PRODUÇÕES ACADÊMICAS

Diante do cenário mencionado, as pesquisas foram organizadas e contextualizadas conforme sua abordagem sobre o conceito de variável, sendo identificados de T01 a T15 (para Teses e Dissertações) e de A01 a A09 (para artigos de periódicos), conforme apresentado nos Quadros 3 e 4 deste trabalho.

Quadro 3 – Mapeamento de Teses e Dissertações

Trabalho	Título	Autor(a)	Programa/IES/Ano	Contexto
T01	Concepções do professor de Matemática sobre o ensino de Álgebra	Leila Muniz Santos	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP - 2005	Ensino de Álgebra
T02	A compreensão de alunos, ao final do Ensino Médio, relativa ao conceito de variável	Daniela Milaneze Rodrigues	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP - 2008	Álgebra (modelo 3UV)
T03	Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino	Maria Lucia Panossian	Mestrado em Educação – USP/SP - 2008	Pensamento e linguagem algébrica
T04	Conhecimentos relativos à variável, mobilizados por professores da Educação Básica	Paulo César Galvão Queiroz	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP - 2008	Álgebra (modelo 3UV)
T05	Diferentes usos da variável por estudantes do Ensino Fundamental	Rosania Maria da Silva	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP - 2009	Álgebra (modelo 3UV)
T06	Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental: reflexões e atividades pedagógicas	Janaína Poffo	Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – FURB/SC - 2010	Ensino de Álgebra
T07	Análise dos usos da variável presente no Caderno do Aluno na introdução à Álgebra da proposta curricular do Estado de São Paulo do Ensino Fundamental II de 2008 e 2009	Fernanda Roberta Ravazi Bailo	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PUC/SP - 2011	Álgebra (modelo 3UV)
T08	Atribuição de significados ao conceito de variável: um estudo de caso numa Licenciatura em Matemática	Mirian Angeli	Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática – IFES/ES - 2014	Conceito de variável na Álgebra
T09	A noção de variável de	Tatiana Lopes	Mestrado em	Educação algébrica

	estudantes do Ensino Fundamental	de Miranda	Educação Matemática – UFFPA/PA - 2014	escolar (pensamento algébrico)
T10	Sobre o significado da Função Proposicional no <i>Tractatus de Wittgenstein</i>	Rafael dos Reis Ferreira	Doutorado em Filosofia - UNICAMP/SP - 2016	Lógica (variável proposicional)
T11	Controle de um Modelo para Dengue	Larissa Santos Machado	Mestrado em Matemática – UFPE/PE - 2017	Controle Ótimo (variável adjunta)
T12	Um modelo teórico da Matemática para o ensino do conceito de variável	Olmar Gómez	Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências – UFBA/UFPE/BA - 2017	Ensino do conceito de variável (modelo teórico)
T13	Implicações do pensamento computacional no desenvolvimento das relações funcionais com o Software Scratch: o caso da função afim	Fabiano Ferraz Trancoso	Mestrado em Educação Matemática – UESC/BA - 2019	Pensamento computacional no estudo das relações funcionais
T14	O conceito de variável: o modelo 3UV nos exercícios de uma coleção de livros didáticos para os anos finais do Ensino Fundamental	Jamirley Priscila de Souza de Paula	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP - 2019	Álgebra (modelo 3UV)
T15	O uso do Scratch para o ensino e aprendizagem de equações algébricas do primeiro grau	Mariana Oliveira Pucci	Mestrado Profissional em Rede – UFFS/SC - 2019	Equações algébricas do 1º grau

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

A partir do Quadro 3, percebe-se que a maioria dos estudos está vinculada a programas de Educação Matemática, com ênfase nos seguintes temas: ensino de Álgebra, pensamento e linguagem algébrica, os três usos da variável (modelo 3UV – incógnita, número generalizado e relação funcional), conceito de variável na educação básica e superior, além de aplicações específicas em Lógica e Modelagem Matemática. O quadro evidencia uma predominância de pesquisas focadas no uso da variável em contextos algébricos.

Já o Quadro 4, os estudos foram publicados em periódicos científicos reconhecidos, como Zetetiké, Relime, Dynamis, Ciência e Natura, Ensino da Matemática em Debate, ReBECEM e JIEEM. A maior parte dos artigos discute a relação da variável com o ensino de Álgebra e funções, analisando dificuldades de estudantes e professores, bem como estratégias pedagógicas para superar desafios na compreensão do conceito.

Quadro 4 – Mapeamento de Artigos Acadêmicos

Artigo	Título	Autor(es)	Periódico/Ano	Contexto
A01	O Caráter evocativo da matemática e suas possibilidades educativas	Maria da Conceição Ferreira da Fonseca	Zetetike 1999	Ensino de Matemática (o caso da variável)
A02	O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em estudantes do 8º ano	Ana Matos João Pedro da Ponte	Relime 2008	Pensamento e linguagem algébrica
A03	Dando movimento ao pensamento algébrico	Anna Regina Lanner de Moura Maria do Carmo de Souza	Zetetike 2008	Pensamento algébrico
A04	Ensino de pré-álgebra através de jogos no 7º ano do Ensino Fundamental	Carolina Innocente Rodrigues Maria do Carmo de Sousa	Revista de Educação Matemática 2009	Desenvolver significados algébricos (conceito de variável)
A05	Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas	Janaína Poffo Possamai Tania Baier	Dynamis 2013	Ensino de álgebra
A06	Os usos flexíveis do conceito de variável na Educação Básica: um estudo envolvendo as Equações Diofantinas Lineares	Wagner Marcelo Pommer	Ciência e Natura 2015	Equações Diofantinas Lineares (álgebra)
A07	O conceito de variável e o modelo 3uv – três usos da variável	Jamirley Priscila de Souza de Paula Gabriel Loureiro de Lima	Ensino da Matemática em Debate 2017	Conceito de variável em livros didáticos
A08	Um modelo teórico da matemática para o ensino do conceito de variável a partir das diretrizes curriculares da Educação Básica do Brasil e da Colômbia	Olmar Arley Gómez Jonei Barbosa	ReBECEM 2018	Modelo teórico para o ensino do conceito de variável
A09	Estudo Propositivo para Aprendizagem Significativa das Equações Algébricas do Primeiro Grau Através do Scratch	Mariana Oliveira Puccia Janice Teresinha Reichert	JIEEM 2021	Equações algébricas do 1º grau

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Como se pode perceber, dos 24 trabalhos mapeados, 87,5% referem-se a estudos voltados a conhecimentos algébricos, seja em relação ao ensino, pensamento e linguagem algébrica, três usos da variável (modelo 3UV) ou algum conceito específico da Álgebra, como equações diofantinas (A06) e equações algébricas (A09), enquanto 12,5% trazem o conceito de variável relacionado à Lógica (T10), Controle Ótimo em Modelgam Matemática (T11) e um modelo

teórico da Matemática para o ensino do conceito de variável (T12). A seguir, apresenta-se um panorama das discussões apresentadas pelos pesquisadores, conforme Quadros 3 e 4.

Quanto aos conhecimentos relativos à variável, mobilizados por professores da educação básica, em T04, Queiroz (2008) identifica erros de interpretação, manipulação e simbolização, com maior incidência com respeito ao uso de variável na relação funcional. Esta situação reforça a importância do estudo do conceito de variável na formação inicial de professores de matemática, de forma a dirimir os impactos negativos sobre o ensino deste conceito na educação básica e, consequentemente, na aprendizagem dos estudantes.

Em relação à compreensão dos estudantes sobre o conceito de variável, Rodrigues (2008), em T02, e Silva (2009), em T05, destacam que os estudantes apresentam maior dificuldade no uso da variável como número generalizado e como relação funcional, em comparação com seu uso como incógnita. Além disso, Possamai e Baier (2013), em A05, apontam dificuldades na interpretação de letras, na formalização de métodos e na compreensão de notações e convenções algébricas.

Segundo Rodrigues (2008), possivelmente tais dificuldades estejam relacionadas às práticas pedagógicas dos professores, como apontam Queiroz (2008) e Santos (2005), em T01, quando colocam que o mal desempenho dos estudantes pode ter relação com a prática pedagógica utilizada pelo docente. Outra característica observada é a dificuldade em aceitar soluções não inteiras, mostrando insegurança para trabalhar com conjunto dos números reais e, consequentemente, com intervalos de variação nesse conjunto. Além disso, surgem dificuldades de simbolização, manipulação e interpretação, as quais podem ser minimizadas quando o ensino ocorre de forma gradual, ou seja, iniciando nas séries iniciais, com a exploração de padrões e generalizações, e, posteriormente, avançando para manipulações algébricas mais complexas, como discutido por Miranda(2014), em T09.

Problemas semelhantes podem ser encontrados na pesquisa de Angeli (2014), em T08, com estudantes de um curso de licenciatura em matemática, em que a grande maioria dos alunos enxerga a variável apenas como incógnita. No entanto, mediante intervenções realizadas, foi possível detectar mudanças na postura de alguns estudantes em relação ao conceito de variável, inclusive como sendo fundamental na relação entre grandezas, a qual muitas vezes é concebida com uma visão estática, como apontado por Pommer (2015), em A06. Segundo Angeli (2014), a metodologia empregada pelo professor deve priorizar a significação dos conceitos para que ocorra uma aprendizagem mais satisfatória, ideias já expressas por Conceição e Fonseca (1999), em A01, e por Poffo (2010), em T06.

O desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem algébrica nos estudantes, considerando os diferentes significados atribuídos ao conceito de variável, facilitará o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas tanto inerentes a própria matemática quanto fora dela, em situações do cotidiano. Nesse cenário, Bailo (2011), em T07, destaca a importância de uma abordagem mais ampla no ensino da Álgebra Seus estudos apontam que uma melhor aprendizagem em Álgebra deve incluir a diferenciação clara dos usos da variável, permitindo que os estudantes transitem entre diferentes interpretações e aplicações desse conceito.

Panossian (2008), em T03, Matos e Pontes (2008), em A02, e Moura e Souza (2008), em A03, vinculam esse desenvolvimento às ações pedagógicas do professor, os quais devem favorecer as generalizações, abstrações, formalização e o raciocínio matemático. Essas habilidades podem ser potencializadas por meio de práticas que favoreçam, também, ações coletivas de aprendizagem como, por exemplo, os trabalhos desenvolvidos por Pucci (2019),

em T15, e Puccia e Reichert (2021), em A09, ao utilizarem o Scratch para desenvolver conceitos de equações algébricas de primeiro grau.

Nesse contexto, Trancoso (2019), em T13, destaca que o ambiente digital estimula a criatividade, a autoria dos estudantes e a tomada de decisões. Além disso, conforme Rodrigues e Sousa (2009), em A04, a criação de um ambiente de aprendizagem mais interativo e envolvente contribui para que os estudantes desenvolvam uma compreensão mais sólida dos conceitos algébricos.

Gómez (2017), em T12, propõe um modelo teórico da Matemática para o Ensino (MpE) do conceito de variável, onde apresenta diferentes cenários de emprego desse conceito. Segundo o autor, esse modelo permite elucidar as várias maneiras como o conceito de variável é tratado do ensino de matemática e pode servir de base tanto para apoiar o trabalho dos professores quanto no desenvolvimento de pesquisas neste campo de conhecimento. No que se refere a variável na relação funcional, o autor apresenta como operador transformador (indicador das operações que devem ser realizadas, por exemplo, f' indica derivada primeira de uma função), variação (incremento, taxa de variação), quantidades dependentes e independentes onde tem-se, por exemplo, situações de variação: máximos e mínimos, limite e continuidade, entre outros.

Dessa forma, fica evidente o papel fundamental do conceito de variável no contexto do Cálculo Diferencial e Integral, que se trata do cálculo de variações. Nesse contexto, Gómez e Barbosa (2018), em A08, sugerem que as diretrizes curriculares deveriam dar mais atenção à variável e suas múltiplas realizações, cenários e rotinas, e espera que o modelo teórico influencie tanto a elaboração de provas e materiais didáticos quanto a formação de professores.

Em relação às situações em que o conceito de variável é empregado, conforme Paula e Lima (2017), em A07, e Paula (2019), em T14, torna-se importante que o estudante comprehenda os diferentes usos deste conceito a fim de facilitar sua utilização em situações com maior grau de complexidade, como na disciplina de Cálculo, por exemplo. Nesse contexto, Trigueros *et al* (1996, p. 352, tradução nossa) afirmam que a dificuldade no manuseio de expressões algébricas “afeta negativamente estudos de cálculo diferencial e integral, assim como outras disciplinas de matemática avançada ou àquelas que usam a matemática como ferramenta”, ou seja, causando lacunas na compreensão de conceitos como função, limite, derivada e integral, os quais se fazem presentes em diferentes áreas das ciências.

Em outros contextos, a variável tem um papel mais aplicado, representando grandezas concretas e sendo utilizada em processos de otimização e tomada de decisão. No estudo apresentado por Ferreira (2010), em T10, o autor aborda o conceito de variável no contexto da lógica e da filosofia da linguagem. O estudo mostra como o conceito de variável transitou entre a Matemática e a Lógica, além disso, discute como a formalização matemática das proposições ajudou a desenvolver um sistema lógico mais rigoroso. Já Machado (2017), em T11, aborda o conceito de variável no contexto da Teoria de Controle Ótimo, especificamente na modelagem matemática aplicada ao controle da dengue. O conceito de variável aparece de forma central na formulação e análise do modelo epidemiológico, no qual diferentes variáveis representam estados da população humana e da população de mosquitos transmissores da doença. Isso evidencia como a noção de variável pode ser flexível e adaptável, dependendo do campo da Matemática em que está sendo estudada.

O que essas pesquisas revelam? De maneira geral, o conceito de variável enfrenta grandes desafios no ensino de matemática, tanto para professores quanto para estudantes, especialmente na interpretação, manipulação e simbolização. Os erros mais comuns em relação ao uso do conceito ocorrem na variável como número generalizado e, em maior grau, na relação

funcional. Práticas pedagógicas inadequadas geram insegurança. Para superar essas barreiras, é importante desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes, incentivando a generalização e abstração por meio de práticas pedagógicas que promovam a interatividade, estimulem a criatividade, e que, acima de tudo, possam favorecer a formalização e o raciocínio, os quais facilitarão a compreensão de conceitos mais avançados na matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de investigar como as produções acadêmicas têm abordado as diferentes interpretações e aplicações do conceito de variável, foi realizada uma pesquisa qualitativa de caráter exploratório, tendo como instrumento de coleta de dados Teses, Dissertações e artigos de periódicos. A pesquisa resultou em 24 trabalhos, dos quais 87,5% referem-se a estudos voltados a conhecimentos algébricos, enquanto 12,5% tratam do conceito de variável relacionado a outras áreas do conhecimento.

As pesquisas analisadas revelam que o conceito de variável é predominantemente abordado em estudos focados nos conhecimentos algébricos, com destaque para seu uso como incógnita, número generalizado e em relações funcionais. Apenas uma pequena parcela dos estudos associa o conceito de variável a outras áreas, como Lógica e Controle Ótimo, além de um modelo teórico para o ensino do conceito.

No âmbito da educação básica, dificuldades com o conceito de variável, especialmente no contexto da relação funcional, são observadas entre professores e estudantes. Do ponto de vista dos estudantes, há uma tendência de maior dificuldade com o uso da variável como número generalizado e na relação funcional, em comparação com a variável como incógnita. Pesquisas com estudantes de licenciatura em matemática também indicam que muitos enxergam a variável apenas como uma incógnita.

Contudo, os resultados indicam que, com intervenções pedagógicas adequadas, é possível ampliar essa visão limitada do conceito. Esse avanço depende de metodologias que priorizem o significado dos conceitos matemáticos e promovam uma aprendizagem verdadeiramente significativa, o que reforça a importância de práticas que envolvam os estudantes de forma mais ativa na construção do conhecimento.

Dessa forma, o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, considerando os diferentes usos e aspectos característicos da variável, é visto como essencial para o progresso dos estudantes em matemática, inclusive em um nível mais avançado. Dessa forma, os desafios inerentes ao ensino desse conceito deve permitir que os estudantes transitem entre as diferentes abordagens da variável e apliquem esse conhecimento em situações variadas.

Os resultados desta investigação fornecem subsídios para compreender os desafios e as abordagens predominantes no ensino do conceito de variável, bem como suas implicações na formação de professores e na aprendizagem dos estudantes, além de sua aplicação em outros campos da Matemática. Além disso, possibilitam a identificação de lacunas e oportunidades para futuras pesquisas na área da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

- ANGELI, Mirian. **Atribuição de significados ao conceito de variável:** um estudo de caso numa licenciatura em Matemática. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências Matemática). Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.
- BAILO, Fernanda Roberta Ravazi. **Análise dos usos da variável presente no Caderno do Aluno na introdução à Álgebra da Proposta Curricular do Estado de São Paulo do Ensino Fundamental II de 2008 e 2009.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari Knoop. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** 2 ed. Lisboa: Gradiva, 1998.
- Davis, Robert B. **Discovery in Mathematics:** A text for Teachers. Reading. Mass.:Addison-Wesley Publishing Co., 1964.
- FERREIRA, Rafael dos Reis. **Sobre o significado da função proposicional no Tractatus de Wittgenstein.** 2016. Tese (Doutorado em Filosofia e Ciências Humanas). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.
- FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. O caráter evocativo da matemática e suas possibilidades educativas. **Zetetike.** v. 7, n. 11, p. 51-65. Jan/Jun 1999.
- GÓMEZ, Olmar. **Um modelo teórico da Matemática para o ensino do conceito de variável.** Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências). Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2017.
- GÓMEZ, Olmar Arley; BARBOSA, Jonei. Um modelo teórico da Matemática para o ensino do conceito de variável a partir das diretrizes curriculares da educação básica do Brasil e da Colômbia. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática,** [S. l.], v. 2, n. 2, p. 171-193, 2018.
- HIRSCH, Christian R.; LAPPAN, Glenda. Transition to High School Mathematics. **Mathematics Teacher** 82 (November 1989): 614-18.
- LÓPEZ, José Antonio Juárez. Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV. **Revista de Didáctica de las Matemáticas.** v. 76 (3), p. 83-103. 2011.
- MACHADO, Larissa Santos. **Controle de um Modelo para Dengue.** Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.
- MATOS, Ana. PONTE, João Pedro da. O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em estudantes do 8º ano. **Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa.** v. 11 (2), p. 195-231. 2008.
- MIRANDA, Tatiana Lopes de. **A noção de variável de alunos do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2014.

MOURA, Anna Regina Lanner de. SOUSA, Maria do Carmo de. Dando movimento ao pensamento geométrico. **Zetetike**. v. 16, n. 30, p. 63-76. Jul/Dez 2008.

PAULA, Jamirley Priscila de Souza de.; LIMA, Gabriel Loureiro de. O conceito de variável e o modelo 3UV – três usos da variável. **Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 4, n. 1, p. 21-35, 2017.

PAULA, Jamirley Priscila de Souza de. **O conceito de variável**: o modelo 3UV nos exercícios de uma coleção de livros didáticos para os anos finais do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

PANOSSIAN, Maria Lucia. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes**: indicadores para a organização do ensino. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

PERAL, Lina Morales. GÓMEZ, José Luis Díaz. Concepto de Variable: Dificultades de su uso a nivel Universitario. **Revista Mosaicos Matemáticos**. No. 11, p. 109-114, Diciembre, 2003.

POFFO, Janaína. **Álgebra nos anos finais do ensino fundamental**: reflexões e atividades pedagógicas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2010.

POMMER, Wagner Marcelo. Os usos flexíveis do conceito de variável na Educação Básica: Um estudo envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. **Ciência e Natura**. v. 37, p. 356-364. 2015.

POSSAMAI, Janaína Poffo; BAIER, Tania. Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas. **Revista Dynamis**, [S. l.], v. 19, n. 2, p. 72–86, 2013.

PUCCIA, Mariana Oliveira. REICHERT, Janice Teresinha. Estudo Propositivo para Aprendizagem Significativa das Equações Algébricas do Primeiro Grau Através do Scratch. **JIEEM**, v.13, n.3, p. 329-342, 2021.

PUCCIA, Mariana Oliveira. **O uso do Scratch para o ensino e aprendizagem de equações algébricas do primeiro grau**. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede). Universidade Federal da Fronteira Sul, Santa Catarina, 2019.

QUEIROZ, Paulo Cézar Galvão. **Conhecimentos relativos à variável, mobilizados por professores da Educação Básica**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

RAJARATNAN, Nageswari. **A study of some concepts of Algebra as used by Writers of High School Text-Books**. Ph.D.: diss. University of Illinois at Urbana-Champaign, 1957.

RODRIGUES, Carolina Innocente; CARMO DE SOUSA, Maria do. Ensino de pré-álgebra através de jogos no 7º ano do Ensino Fundamental. **Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 12, n. 14, p. 49-66, 2009.

RODRIGUES, Daniela Milaneze. **A compreensão de alunos, ao final do Ensino Médio, relativa ao conceito de variável**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SANTOS, Leila Muniz. **Concepções do professor de matemática sobre o ensino de álgebra**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

SILVA, Rosania Maria da. **Diferentes usos da variável por estudantes do Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

TRANCOSO, Fabiano Ferraz. **Implicações do pensamento computacional no desenvolvimento das relações funcionais com o Software Scratch:** o caso da função afim. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Santa Cruz, Bahia, 2019.

TRIGUEROS, María Gaisman et al. Diseño de un cuestionario de diagnóstico acerca del manejo del concepto de variable en el álgebra. **Enseñanza de las ciencias:** revista de investigación y experiencias didácticas. 1996, v. 14, n. 3, noviembre; p. 351-363.

TRIGUEROS, María. URSINI, Sonia. REYES, A. College student's conceptions of variable, **Proceedings of the 20th PME International Conference.** Group for the Psychology of Mathematics Education, Spain, v. 4, 1996. p. 315-322.

TRIGUEROS, María. URSINI, Sonia. LOZANO, Dolores. La conceptualización de la variable en la enseñanza media. **Educación Matemática.** v. 12, n. 2, ago. 2000. p. 27-48.

URSINI, Sonia. TRIGUEROS, María. Understanding of different uses of variable: a study with starting college students. **Proceedings of the 21th PME International Conference.** Group for the Psychology of Mathematics Education, Finland, v. 4, 1997. p. 254-261.

URSINI, Sonia. TRIGUEROS, María. How do hight school students interpret parameters in Álgebra? **Proceedings of the 28th Conference of the International.** Group for the Psychology of Mathematics Education, Toronto, v. 4, 2004. pp. 361-368.