Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
ISSN 1982-4866
REVISTA DYNAMIS
FURB

O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA DO PARALELOGRAMO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

TEACHING THE CONCEPT OF THE AREA OF A PARALLELOGRAM THROUGH PROBLEM SOLVING

Caroline Friedel
Mestra em Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
carolinefriedel@hotmail.com

André Vanderlinde da Silva
Doutor em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP)
Docente do Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
andre.vanderlinde@ufsc.br

Resumo

Neste artigo, apresentam-se os resultados de uma pesquisa de mestrado realizada com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual. O objetivo é investigar as contribuições do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino do conceito da área do paralelogramo. Este estudo possui caráter qualitativo, na modalidade da investigação-ação. Os dados foram construídos a partir da observação participante, da análise da documentação das resoluções, e das transcrições das gravações das interações dos estudantes entre si e com a pesquisadora. Ao longo das atividades, os estudantes foram desafiados a resolver um problema que exigia o cálculo de área do paralelogramo e, em seguida, buscar uma generalização para o cálculo da área desse polígono. Os resultados da análise de dados indicam que o ensino através da Resolução de Problemas promove o desenvolvimento da proficiência do conceito de áreas, possibilitando que os estudantes apliquem seus conhecimentos de forma crítica e criativa.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Ensino de Matemática. Áreas.

Abstract

In this article, we present the results of a master's degree research carried out with students in the 8th year of Elementary School at a state public school. The objective is to investigate the contri-butions of using the Mathematics Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving in teaching the concept of the parallelogram area. This study has a qualitative character, in the form of action research. The data were constructed from participant observation, analysis of documentation of resolutions, and transcriptions of recordings of student interactions with each other and with the researcher. Throughout the activities, students were challenged to solve a problem that required calculating the area of a parallelogram and then seeking a generalization to calculate the area of this polygon. The results of the data analysis indicate that teaching through Problem Solving promotes the development of proficiency in the concept of areas, enabling students to apply their knowledge in a critical and creative way.

Keywords: Problem Solving. Teaching Mathematics. Areas.

1 INTRODUÇÃO

O ensino de áreas é um componente no currículo dos Anos Finais do Ensino Fundamental, conforme orienta o atual documento norteador da Educação Básica no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O documento indica que os estudantes devem reconhecer grandezas associadas a figuras geométricas e resolver problemas relacionados a essas grandezas, como o cálculo de áreas, cuja compreensão e aplicação são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento lógico e matemático. A BNCC orienta que:

> No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros (Brasil, 2018, p. 275).

Muitos estudantes enfrentam dificuldades significativas na aprendizagem de conceitos matemáticos, resultando em desempenhos insatisfatórios. Essas dificuldades frequentemente decorrem de um excesso de ênfase na memorização de fórmulas, com pouco ou nenhum entendimento conceitual, como destacado por Van de Walle (2009, p. 429), “Desempenhos desse tipo são em grande parte devido a um excesso de ênfase em fórmulas com pouco ou nenhum fundamento conceitual. Simplesmente dizer aos alunos como uma fórmula foi derivada não funciona”.

Diante dessas afirmações e das orientações estabelecidas pela BNCC, torna-se relevante investigar concepções de ensino que possam contribuir com a aprendizagem dos conceitos matemáticos e superar os desafios enfrentados pelos estudantes. Para explorar o ensino de áreas no Ensino Fundamental – Anos Finais, este artigo irá analisar como a abordagem da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir no ensino do conceito de área do paralelogramo com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. O problema que norteia esta pesquisa é: quais são os reflexos da implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino do conceito de área do paralelogramo com estudantes do Ensino Fundamental – Anos Finais?

Este estudo é resultado de parte de uma pesquisa de Dissertação, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), campus Blumenau. A pesquisa[1] foi desenvolvida em uma escola da rede estadual, localizada no município de Rio do Sul, estado de Santa Catarina, e a coleta dos dados ocorreu no segundo semestre de 2023.

Para facilitar a compreensão desta investigação, o artigo está estruturado em seis seções. Esta seção, denominada Introdução, apresenta o contexto e o objetivo da pesquisa.

[1] Pesquisa aprovada pelo Comitê de Ética por meio da Plataforma Brasil pelo parecer número 6.291.843, em 11 de setembro de 2023.

Na segunda seção, desenvolveu-se uma discussão teórica sobre a Resolução de Problemas[2], em particular, acerca da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Em seguida, na terceira seção, apresenta-se uma discussão teórica sobre o ensino de áreas, especificamente, o ensino do conceito de área do paralelogramo. A quarta seção descreve o percurso metodológico da pesquisa. A quinta seção apresenta o relato e a análise das atividades realizadas pelos estudantes. Por fim, apresentam-se as considerações finais da pesquisa.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Resolução de Problemas na Educação Matemática tem sido amplamente reconhecida por promover a formação integral dos estudantes. É indicado que "A maioria, senão todos, dos conceitos e procedimentos matemáticos podem ser ensinados melhor através da resolução de problemas" (Van de Walle, 2009, p. 57). Considerando a Resolução de Problemas no currículo, são apresentados alguns fatos relevantes sobre sua inserção no contexto educacional.

Momentos significativos na Educação Matemática conferiram diferentes perspectivas e enfoques à abordagem da Resolução de Problemas, especialmente devido às diversas reformas curriculares e orientações de ensino que marcaram o século XX e o início do século XXI (Allevato, 2014). No início do século XX, o cenário educacional era amplamente caracterizado por métodos de ensino que privilegiavam a memorização e a repetição mecânica de conteúdo. As disciplinas eram ensinadas de maneira que, muitas vezes, limitava o desenvolvimento do raciocínio lógico, pensamento crítico e criativo. Com o tempo, estudiosos da área de Matemática perceberam a necessidade de repensar no currículo para torná-lo mais relevante e significativo para os estudantes. A Resolução de Problemas, conforme destacada nas publicações do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), surgiu como uma abordagem promissora para reverter as dificuldades no ensino da Matemática,

> A pesquisa que floresceu durante a década de 1980 teve um importante impacto nas práticas escolares, devido às publicações do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Conselho Nacional de Professores de Matemática), nos Estados Unidos, em 1989 os Padrões de Currículo e Avaliação para a Matemática Escolar, em seguida os Padrões Profissionais para o ensino de Matemática (1991) e os Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar (1995). Assim, o trabalho empregado pelo NCTM ao longo de duas décadas (1980 e 1990) culminou na publicação em 2000 do livro Princípios e Padrões para a Matemática Escolar, conhecidos com Standards, trazendo fundamentação teórica e orientações para os professores de matemática, bem como exerceu influência em currículos de outros países na implantação, sistematização e divulgação da Resolução de Problemas (Marcatto; Onuchic, 2021, p. 53).

No entanto, apesar dessas publicações, a forma de integrar a Resolução de Problemas no currículo ainda não era clara. Schroeder e Lester (1989) indicaram três diferentes concepções sobre a Resolução de Problemas, cada uma oferecendo um caminho distinto para desenvolver

[2] Ao longo do texto, utilizou-se a expressão resolução de problemas (com iniciais minúsculas) para referir-se ao ato específico de buscar a solução para um problema, enquanto a expressão Resolução de Problemas (com iniciais maiúsculas) será usada para designar uma prática educativa orientada pela resolução de problemas, um campo de estudo ou investigação, ou um tema.

essas habilidades nos estudantes: (1) ensino sobre a resolução de problemas; (2) ensino para a resolução de problemas; e (3) ensino via (através da) resolução de problemas. Cada uma dessas concepções será brevemente descrita a seguir.

O ensino sobre a resolução de problemas se baseia fortemente na teorização sobre a Resolução de Problemas, incorpora as ideias de George Polya e trata a abordagem como um conteúdo. Em seu livro, *A Arte de Resolver Problemas*, Polya detalha caminhos norteadores que funcionam como guias, orientações e indagações para ajudar os professores a implementarem essa abordagem em sala de aula.

> [...] o ensino sobre resolução problemas corresponde a considerá-la como um novo conteúdo. São abordados temas relacionados à resolução de problemas e percebe-se uma forte ênfase nas heurísticas como forma de orientar os alunos na resolução de problemas, como regras e processos gerais, independentes do conteúdo específico. (Allevato; Onuchic, 2021, p. 39).

A segunda concepção, o ensino para a resolução de problemas, consiste em resolver problemas. Esta é a abordagem mais comum em sala de aula e acontece quando o professor apresenta um determinado conteúdo e, em seguida, propõe a resolução de problemas relacionados a esse conteúdo. Nessa abordagem, "[…] apenas após ter desenvolvido a parte teórica referente a um determinado tópico matemático, é que o professor propõe problemas aos alunos, de fato como a aplicação dos conteúdos estudados" (Allevato; Onuchic, 2021, p. 40).

Por fim, a última das concepções apresentadas por Schroeder e Lester (1989), o ensino através da resolução de problemas, considera o processo de Resolução de Problemas como um meio para o ensino da Matemática. "Ao se ensinar matemática através da Resolução de Problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender Matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso" (Onuchic, 1999, p. 207).

Ao considerar estas três concepções referentes a Resolução de Problemas, é possível afirmar que "[…] embora, na teoria, as três concepções de ensinar resolução de problemas matemáticos possam ser separadas, na prática, elas se superpõem e acontecem em várias combinações e sequências" (Onuchic,1999, p. 207). Além disso, vale destacar que "[…] o ensino através da Resolução de Problemas não exclui as demais concepções, constituindo-se assim em uma abordagem mais completa e abrangente que as demais" (Allevato, 2005, p. 78).

Integrar a Resolução de Problemas no currículo pode criar um ambiente de aprendizagem mais dinâmico, alinhado com as necessidades dos estudantes e as orientações educacionais atuais. O enfoque centrado no estudante destaca a importância de construir a aprendizagem a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes, promovendo um ambiente de ensino mais inclusivo e participativo.

> Ensinar com tarefas baseadas em resolução de problemas é mais centrado no aluno do que no professor. O ensino começa e se constrói com as ideias que as crianças possuem – seus conhecimentos prévios. É um processo que requer confiança nas crianças e convicção de que todas elas podem criar ideias significativas sobre a Matemática (Van de Walle, 2009, p. 58).

Seguindo a abordagem de ensino através da Resolução de Problemas, optou-se por explorar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, com forte presença no Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP)[3].

---

[3] Coordenado pela professora doutora Lourdes de La Rosa Onuchic, da Universidade Estadual Paulista, em Rio Claro/SP, precursora dessa pesquisa no Brasil.

> […] o GTERP passou a empregar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica de trabalho para a sala de aula, que passamos a entender como uma metodologia. Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor *ensina*, o aluno, como um participante ativo, *aprenda*, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu *pensar matemático*, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz (Onuchic; Allevato, 2011, p. 81).

A Metodologia considera o problema como o ponto de partida para a construção do conhecimento matemático. Esse problema é denominado problema gerador, "[…] é um ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos" (Onuchic; Allevato, 2019, p. 3). Nesse sentido, a partir do problema gerador, que orienta a aprendizagem, a Metodologia se estrutura em diferentes etapas que envolvem desde a resolução individual, seguida por uma discussão em pequenos grupos, e posteriormente com a plenária em que toda a turma participa. Após a resolução do problema pelos estudantes e as discussões, cabe ao professor formalizar o conteúdo matemático adequado à resolução do problema.

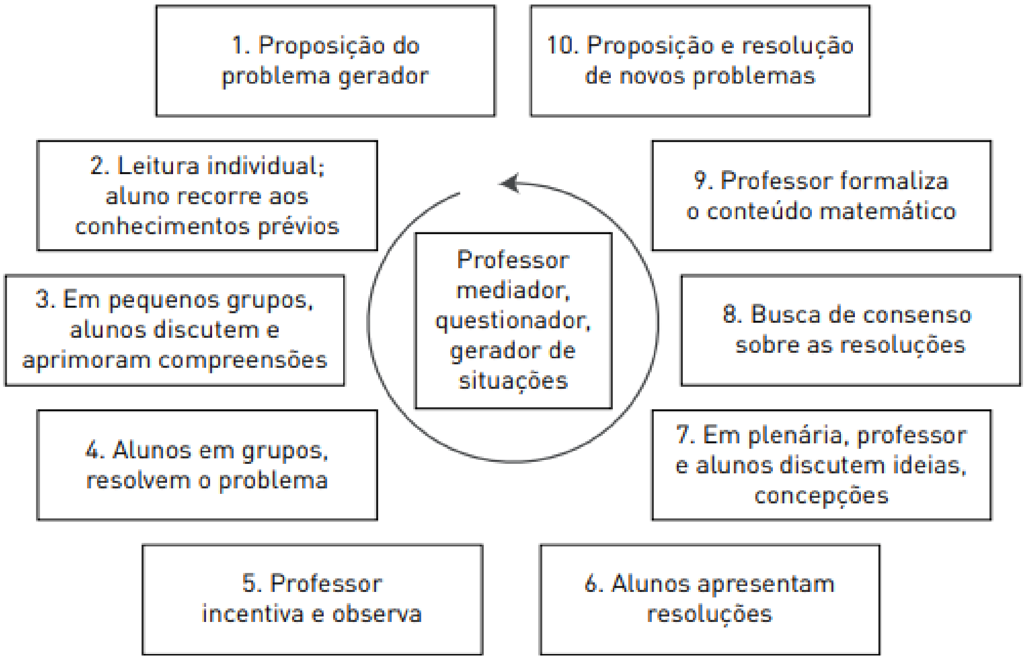
Onuchic e Allevato (2011) sugerem um roteiro[4], composto por dez etapas, que pode ser utilizado ao implementar a proposta da Metodologia[5]. As etapas são: (1) *Proposição do problema*, isto é, o momento em que o professor elabora ou seleciona um problema e o apresenta aos estudantes, servindo como ponto de partida para a atividade; (2) *Leitura individual*, o estudante faz a leitura do problema de forma independente, permitindo que compreenda e reflita sobre a questão antes de discutir em grupo; (3) *Leitura em conjunto*, os estudantes leem o problema em pequenos grupos, e compartilham suas ideias e dúvidas iniciais; (4) *Resolução do problema*, os estudantes, a partir de seus conhecimentos prévios, trabalham em grupos para encontrar soluções para o problema proposto; (5) *Observar e incentivar*, o professor observa as interações e o progresso dos estudantes, fornecendo suporte e orientações sem dar respostas diretas; (6) *Registro das resoluções na lousa*, as diferentes resoluções encontradas pelos estudantes são registradas na lousa para visualização e discussão coletiva; (7) *Plenária*, momento em que os estudantes apresentam e justificam suas resoluções para a turma; (8) *Busca do consenso*, nessa etapa, a turma e o professor trabalham em conjunto para discutir as resoluções apresentadas, buscando um consenso; (9) *Formalização do conteúdo*, momento em que o professor formaliza o conteúdo abordado durante o problema, destacando os conceitos matemáticos de forma clara e precisa; (10) *Proposição e resolução de novos problemas*, nessa etapa, novos problemas podem ser propostos, permitindo que apliquem o que aprenderam e reforcem o conhecimento adquirido. É importante, porém, destacar que essas etapas não precisam ser seguidas de forma rígida e podem sofrer adaptações dependendo do contexto. A Figura 1 apresenta este roteiro.

---

[4] O roteiro propôs pode ser consultado com detalhes em Onuchic e Allevato (2011).

[5] Ao longo do texto, será utilizada apenas a palavra Metodologia (com letra maiúscula), para designar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Figura 1 – Etapas da Metodologia



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

3 O ENSINO DE ÁREAS

O ensino do conceito de área corresponde a unidade temática Grandezas e Medidas previstas na BNCC, a qual orienta que seu ensino não deve se limitar a uma simples aplicação de fórmulas (Brasil, 2018). Diante disso, torna-se relevante adotar uma abordagem centrada no entendimento, que não se limite a repetição e memorização, que promova a proficiência no cálculo de áreas, estimulando o pensamento crítico e a criatividade dos estudantes.

Ao utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no desenvolvimento da proficiência das fórmulas de cálculo de áreas, busca-se alinhamento com a perspectiva de Van de Walle (2009), em que,

> […] uma abordagem conceitual para o desenvolvimento de fórmulas ajuda os alunos a compreender essas ferramentas de modo significativo e como meios eficientes de medir atributos diferentes dos objetos ao nosso redor. Já não é exigido que os alunos as memorizem como partes isoladas de fatos matemáticos, após terem desenvolvido fórmulas de modo significativo, pois os alunos podem derivar as fórmulas a partir do que eles já sabem. A Matemática faz sentido! (Van de Walle, 2009, p. 434).

Ao utilizar a Metodologia, o objetivo, que não se limita ao domínio técnico das fórmulas, pretende uma aprendizagem significativa[6], em que possam ser destacadas as conexões entre os cálculos das áreas dos polígonos. Dessa forma,

---

[6] O termo "aprendizagem significativa" será utilizado para descrever um processo que visa proporcionar sentido e compreensão à aprendizagem, na mesma perspectiva apresentada por Van de Walle (2009), na qual os estudantes apresentam um entendimento mais profundo, ultrapassando a simples execução de técnicas ou algoritmos.

> […] os estudantes podem ver como todas as fórmulas de área estão relacionadas a uma ideia comprimento da base vezes o comprimento da altura. E os estudantes que compreendem de onde as fórmulas se originam, não às verão como algo misterioso e tenderão a se lembrar delas, além de serem reforçados na ideia de que a Matemática faz sentido. O uso mecânico e memorizado de fórmulas de um livro não oferece nenhuma destas vantagens (Van de Walle, 2009, p. 429).

Neste artigo, será explorado o cálculo de área do paralelogramo. A BNCC apresenta três habilidades que se relacionam estreitamente ao cálculo de área do paralelogramo e a resolução de problemas:

> (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência. (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos (Brasil, 2018, p. 309).

Nesse sentido, alinhando-se ao que preconiza a BNCC, ao propor o problema desta pesquisa, espera-se que os estudantes resolvam o problema e estabeleçam expressões para o cálculo da área do paralelogramo. Van de Walle (2009) apresenta conexões entre o cálculo de áreas de polígonos e, ao referir-se ao paralelogramo, o autor indica que "São realmente apenas retângulos que foram modificados para tornar seus lados inclinados. A área para ambos é $B \cdot h$ ou comprimento da base · altura" (Van de Walle, 2009, p. 434).

É importante explorar de forma gradual as fórmulas com os estudantes, tornando possível que percebam essas conexões. Por exemplo, ao perceberem que a área de um paralelogramo não retângulo é igual a área de um retângulo, quando ambos possuem a mesma medida de base e mesma medida de altura, os estudantes podem compreender não apenas a fórmula para calcular a área do paralelogramo, mas também sua relação com outras formas geométricas.

Desenvolver fórmulas permite que os estudantes adquiram uma compreensão profunda dos conceitos envolvidos, pois "Quando […] desenvolvem fórmulas, eles adquirem compreensão conceitual das ideias e das relações envolvidas e se ocupam de um dos processos reais de fazer Matemática." (Van de Walle, 2009, p. 429). Com esse interesse, foi desenvolvido o problema explorado na Seção 5.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

O estudo apresentado neste artigo adotou uma abordagem qualitativa e foi conduzido na modalidade da investigação-ação. De acordo com a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994), na pesquisa qualitativa, os dados são obtidos diretamente no ambiente natural. Outra característica destacada pelos autores é que a coleta de dados em um ambiente natural é seguida por relatos e análises detalhadas, que incluem descrições do ambiente, de pessoas, documentos, conversações, entre outros aspectos. A investigação-ação, segundo Tripp (2005), refere-se a um processo cíclico no qual o aprimoramento da prática é alcançado por meio da alternância sistemática entre a ação prática e a investigação sobre essa ação.

A presente pesquisa está em conformidade com as características citadas anteriormente, ao propor investigar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir o ensino do conceito de área do paralelogramo. A pesquisa foi realizada em uma turma do 8º ano composta por 22 estudantes de uma escola estadual, localizada no município de Rio do Sul, Santa Catarina. Os participantes foram divididos em sete grupos, que permaneceram os mesmos ao longo de todas as atividades realizadas.

Nesta investigação, são examinadas as interações entre os estudantes, tanto em grupo quanto de maneira individual, e com a pesquisadora, que atuou como observadora participante. Também é analisada a resolução dos problemas propostos, observando os processos de raciocínio e tomada de decisões. Os dados coletados foram analisados de forma descritiva.

Durante o período de investigação, foram utilizados três instrumentos para a coleta de dados. Primeiro, foram documentadas as resoluções elaboradas pelos participantes da pesquisa, permitindo uma análise detalhada das estratégias e métodos adotados pelos estudantes. Além disso, a pesquisadora manteve um caderno de observações, no qual registrou anotações ao longo do processo, proporcionando um relato contínuo e reflexivo das atividades desenvolvidas. Junto com esses dados, as transcrições de áudio das gravações realizadas durante os diálogos, entre os estudantes e entre os estudantes e a pesquisadora, ofereceram uma visão rica e detalhada das interações e discussões, possibilitando uma compreensão aprofundada das dinâmicas de grupo e dos processos de aprendizagem em ação.

Neste artigo, é discutida apenas uma das atividades realizadas com os estudantes, a atividade direcionada ao cálculo de área do paralelogramo. No entanto, é importante destacar que a pesquisa completa apresentada na dissertação de mestrado, desenvolvida no PROFMAT, da UFSC, campus Blumenau, incluiu também o cálculo de área de outros polígonos utilizando a mesma Metodologia.

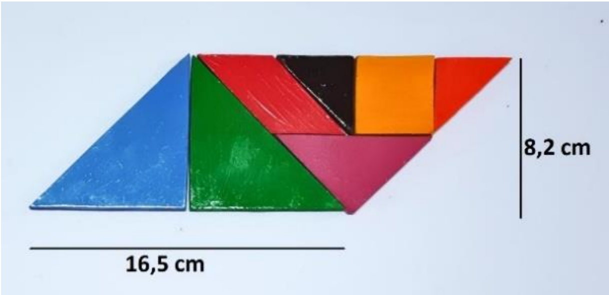
No problema explorado neste artigo, os estudantes iniciaram calculando a área do paralelogramo, sem conhecer um algoritmo para resolução. Posteriormente, foram desafiados a generalizar o processo para um paralelogramo qualquer, iniciativa alinhada com a BNCC (Brasil, 2018), que defende a generalização de padrões conduzida por meio do desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas.

5 RELATO E ANÁLISE DE DADOS DA PESQUISA

Nesta seção, é apresentado o relato detalhado do problema realizado pelos estudantes durante o período da pesquisa, envolvendo o cálculo de área do paralelogramo, seguido da análise dos resultados obtidos. A implementação do problema foi conduzida de acordo com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. O problema analisado, conforme apresentado no Quadro 1, explora a área do paralelogramo.

Quadro 1 – Desvendando o paralelogramo: explorando áreas com o Tangram

A figura a seguir é um paralelogramo e foi montada a partir de sete peças do Tangram. Analise a figura, e, em seguida, responda:



(a) Explique o que você faria para determinar a área deste paralelogramo e determine a sua área.
(b) É possível perceber alguma relação entre o retângulo e o paralelogramo?
(c) Você consegue encontrar uma maneira de calcular a área de qualquer paralelogramo? Explique.

Fonte: elaborado pelos autores.

Ao propor este problema, consideram-se as recomendações de Cai e Lester (2012) que enfatizam a importância de incluir algumas estratégias para otimizar a resolução de problemas e promover a aprendizagem. Segundo os autores, os estudantes devem estar envolvidos em uma variedade de práticas na resolução de problemas, tais como: encontrar múltiplas estratégias de resolução para um dado problema, engajar-se na exploração matemática, fazer justificativas sobre suas resoluções e fazer generalizações. De acordo com os autores, essas práticas não apenas enriquecem a aprendizagem, mas também contribuem significativamente para o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas dos estudantes.

A tarefa inicial relacionada ao problema apresentado no Quadro 1 era o cálculo da área do paralelogramo formado pelas setes peças do Tangram. Foram levados para sala de aula Tangrans, produzidos em madeira, com as mesmas medidas especificadas no Tangram da imagem do Quadro 1. A proposta tinha o objetivo de estimular a reflexão e a criação de estratégias para resolver um problema geométrico sem fornecer fórmulas prévias. Com isso, buscou-se incentivar os estudantes a desenvolverem suas próprias estratégias de resolução, estimulando a construção do conhecimento por meio da exploração e da experimentação. Essa abordagem é fundamentada na premissa de que a resolução autônoma de problemas contribui significativamente para a compreensão profunda dos conceitos matemáticos, pois permite que os estudantes construam conexões significativas entre conceitos geométricos e suas aplicações práticas.

Como segunda tarefa, os estudantes foram questionados sobre a possível relação entre o paralelogramo e o retângulo e, posteriormente, como última etapa, foram desafiados a encontrar um método para calcular a área de um paralelogramo qualquer. Explorar o cálculo de áreas relacionando a área desses polígonos, utilizando as peças do Tangram, alinha-se com a ideia de Lima e Bellemain (2010, p .188), que afirmam: “Duas figuras geométricas montadas com as sete peças do Tangram, por mais diferentes que sejam, têm, todas, a mesma área”.

Após cada estudante receber o problema para leitura individual e reflexão, alguns expressaram inquietação por não conhecerem uma estratégia predefinida para resolver o problema. Nesse momento,

> Recebendo o problema impresso, cada aluno faz sua leitura do problema. A ação nesta etapa é do aluno; ao ler individualmente, tem possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua compreensão do problema proposto (Allevato; Onuchic, 2021, p. 49).

Depois da leitura individual, os estudantes foram organizados em sete grupos heterogêneos[7] para discussão. Essa organização em grupos heterogêneos foi uma estratégia utilizada para promover um ambiente de aprendizagem colaborativo e enriquecedor. Van de Walle (2009) destaca que a diversidade dentro dos grupos favorece a troca de ideias e a resolução criativa de problemas, pois permite que os estudantes aprendam uns com os outros, compartilhando diferentes perspectivas e abordagens. Essa prática é essencial para criar um espaço no qual os estudantes com diferentes níveis de habilidade possam contribuir e se beneficiar mutuamente, estimulando um aprendizado mais profundo.

A pesquisadora atuou como mediadora, observando as tentativas de resolução e oferecendo suporte, quando necessário. Foram observadas as interações e discussões dos grupos, incentivando a exploração de diferentes abordagens e a formulação de justificativas. Esse papel de mediação é fundamental para ajudar os grupos a superarem dificuldades.

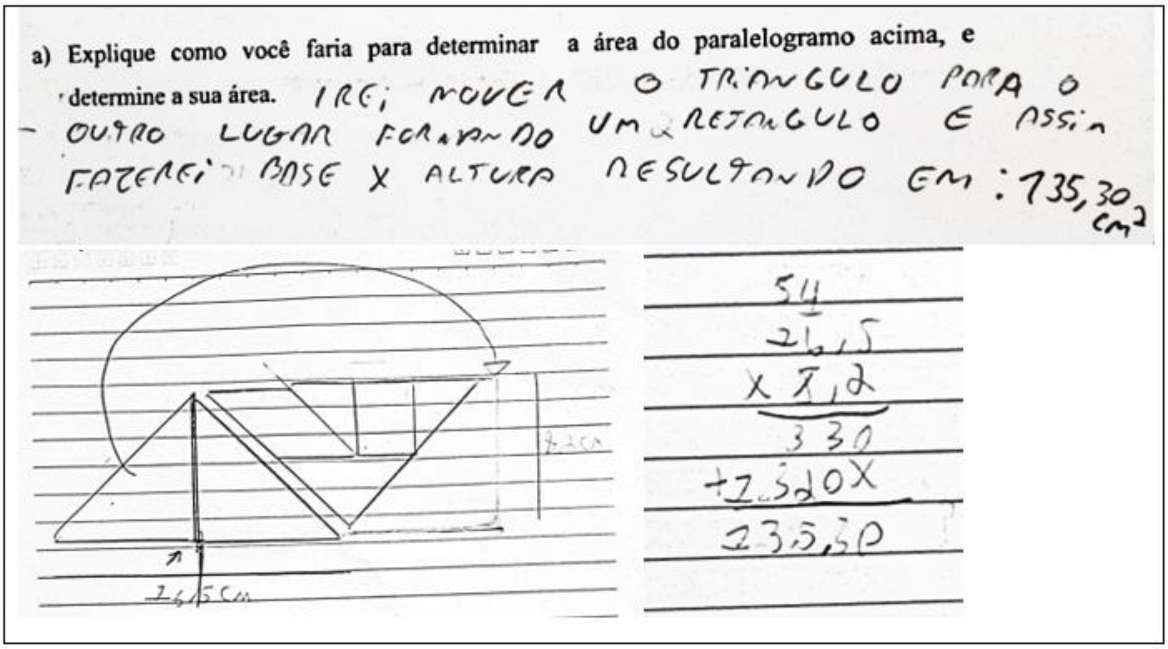
Foi possível identificar um desafio significativo relacionado à habilidade dos estudantes em buscar resoluções, bem como na formulação de justificativas escritas para suas resoluções matemáticas. Vários estudantes expressaram desconforto diante dessa situação. De acordo com Cai e Lester (2012, p. 156), "Os professores devem aceitar que as habilidades dos estudantes em resolver problemas frequentemente se desenvolvem lentamente, exigindo, assim, uma atenção assistida, em longo prazo, para tornar a resolução de problemas uma parte integrante do programa de Matemática".

Os estudantes demonstraram resistência ao resolver um problema para o qual o conteúdo ainda não havia sido estudado previamente, questionavam como calcular a área da figura sem conhecer uma estratégia para resolução. A resistência dos estudantes ao enfrentar um problema sem o conhecimento prévio das estratégias de resolução é uma reação compreensível diante da falta de familiaridade com o conteúdo específico. Esse desconforto inicial reflete a dificuldade comum em lidar com problemas que desafiam os estudantes a aplicar conceitos ainda não formalmente estudados. No entanto, Van de Walle (2009) aponta que, ao serem desafiados a buscar resoluções, essa experiência oferece uma oportunidade para os estudantes desenvolverem habilidades de pensamento crítico e autonomia.

Ao resolver o item (a), dois grupos identificaram prontamente a possibilidade de reorganizar as peças do paralelogramo não retângulo para compor o retângulo, utilizando essa analogia como base para suas resoluções, como é possível observar na Figura 2. Nota-se que o estudante utilizou uma flecha para mostrar de que forma o paralelogramo não retângulo passa a compor um retângulo.

[7] Segundo Van de Walle (2009), os grupos heterogêneos devem ser formados por estudantes com diferentes níveis de habilidade e conhecimentos prévios.

Figura 2 – Resolução do problema 1(a)



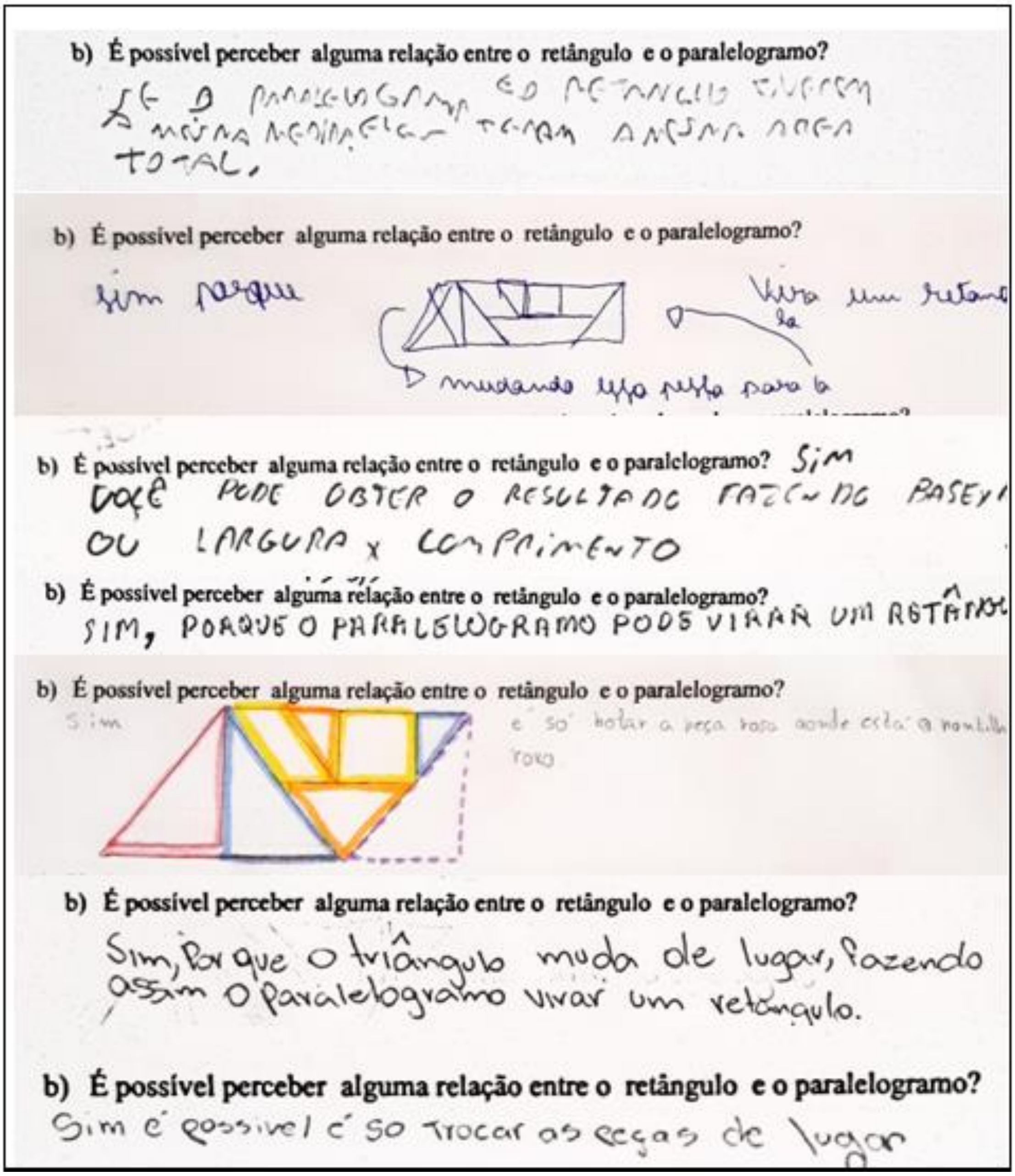
Fonte: acervo da pesquisa (2023).

Em relação ao item (b), do problema proposto no Quadro 1, todos os grupos conseguiram perceber a relação entre o retângulo e o paralelogramo, embora alguns tenham descrito essa relação com mais precisão. A justificativa dos grupos consistiu no seguinte argumento: ao reorganizar uma peça, o paralelogramo se torna um retângulo, que possui a mesma medida de base e de altura, isto é, a mesma área.

A percepção da relação entre o paralelogramo e o retângulo é um indicativo importante de que os estudantes conseguiram estabelecer conexões significativas entre diferentes figuras geométricas. Ao reconhecer que a reorganização das peças pode transformar um paralelogramo não retângulo em um retângulo, mantendo a mesma área, o estudante demonstra um entendimento dos conceitos de base e altura aplicáveis a ambas as formas. Essa percepção reflete uma compreensão conceitual mais profunda do processo, conforme descrito por Van de Walle (2009). A variação na precisão dessas descrições reflete o nível de aprofundamento do conhecimento dos estudantes.

Na Figura 3, estão ilustradas as estratégias apresentadas pelos sete grupos para a resolução do item (b). Ao observar a Figura 3, percebe-se que dois grupos apresentaram desenhos para expressar suas estratégias de resolução. Os desenhos, em alguns casos, são indispensáveis, pois "[…] ajudam a sintetizar o raciocínio e, decisivamente, contribuem com ideias e argumentos usados para entender, enunciar, explicar, demonstrar ou descobrir algum fato matemático" (Filho, 2016, p. 229).

Figura 3 – Resolução do problema 1(b)



Fonte: acervo da pesquisa (2023).

As resoluções dos grupos foram registradas na lousa para que todos os estudantes pudessem visualizar e comparar as diferentes abordagens e resoluções propostas. Ao se engajar nessas interações, e ao assumir a responsabilidade por suas próprias ideias e pelas contribuições ao grupo, os estudantes se colocaram como protagonistas da aprendizagem, e desenvolveram habilidades essenciais para a colaboração e o pensamento crítico.

Na sequência os grupos defenderam suas resoluções na plenária. A plenária, é o momento em que os grupos têm a oportunidade de apresentar e discutir com a turma as estratégias de resoluções apresentadas. Esse momento é muito rico para a Metodologia, “[…] o professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos" (Onuchic, 2019, p. 13).

Durante a apresentação das estratégias de resolução, observou-se que os estudantes demonstraram desconforto ao explicar verbalmente suas resoluções. Esse comportamento revela uma diferença significativa em relação à sistemática de ensino tradicional, na qual os estudantes com frequência não assumem um papel protagonista da própria aprendizagem, esperando que o professor forneça respostas prontas. A dificuldade em se expressar pode refletir a relutância ao protagonismo, evidenciando uma dependência de respostas prontas e dificuldade em articular e defender suas próprias ideias, o que pode refletir na resistência da utilização da Metodologia.

Na plenária, as justificativas dos itens (a) e (b) foram semelhantes à apresentada a seguir:

> Pesquisadora: E vocês acham que é possível perceber alguma relação entre o retângulo e o paralelogramo?
>
> Estudante: Mudando uma peça de lugar, se mudar o triângulo, vira um retângulo.
>
> Pesquisadora: E como isso tem relação com a área?
>
> Estudante: É que se o paralelogramo e o retângulo tiverem a mesma medida, eles têm a mesma área.

A discussão na plenária permite que todos os estudantes compartilhem e se beneficiem das diferentes estratégias e compreensões desenvolvidas pelos colegas. Quando os estudantes associam as áreas desses polígonos, eles conseguem resolver a situação sem o uso de fórmulas. Vieira e Allevato (2021, p. 5), ressaltam que,

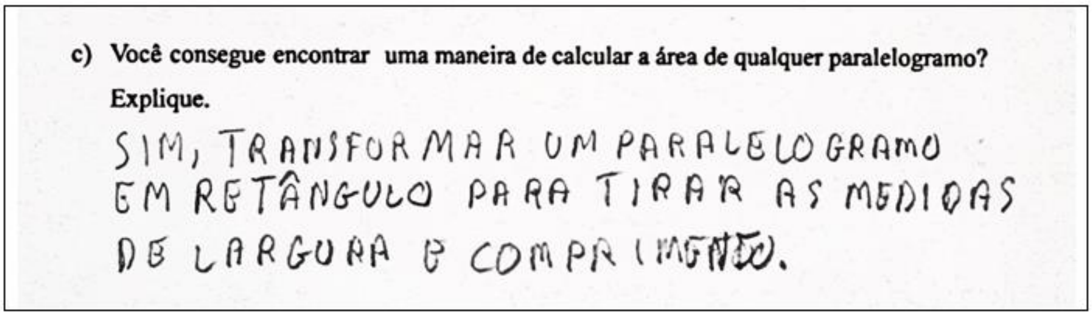
> Ao associar a área do paralelogramo não retângulo com a área do retângulo (informação já armazenada na memória), a criança elabora uma estratégia de resolução para o problema, sem a necessidade de recorrer a um algoritmo apresentado anteriormente. Por conseguinte, a habilidade de pensamento de ordem superior designa um processo que vai além da simples aplicação de fórmulas.

O item (c) questionava acerca de uma generalização para o cálculo de área de um paralelogramo qualquer. Generalizar consiste em "Derivar ou induzir a partir de particulares, identificar pontos em comum, expandir domínios de validade" (Dreyfus, 1991 p. 35, tradução nossa). Esse item foi elaborado para analisar a habilidade dos estudantes em aplicar um conceito matemático a diferentes contextos e situações.

Ao resolver o problema do item (c), os grupos encontraram algumas dificuldades na formulação de uma estratégia genérica para calcular a área de qualquer paralelogramo. As respostas apresentadas indicaram que a maioria dos grupos compreendeu que a estratégia envolvia encontrar a base e a altura do paralelogramo, utilizando essas dimensões para calcular a área. No entanto, os estudantes apresentaram dificuldades em articular e justificar as estratégias de forma clara e precisa, isso reflete a necessidade de mais prática e orientação para o desenvolvimento de habilidades matemáticas e de comunicação. A formulação de uma estratégia genérica e sua justificativa é um passo fundamental para a compreensão e aplicação de conceitos matemáticos em diferentes contextos. Segundo Van de Walle (2009, p. 77), é crucial "[…] ajudar os alunos a irem além da resolução de problemas específicos, encorajando-os a aplicar resultados ou processos em diferentes situações e a desenvolver regras e procedimentos gerais".

Ao observar a Figura 4, nota-se que o grupo conseguiu expressar na resolução do item (c), a necessidade de determinar a medida da base e da altura para o cálculo da área do paralelogramo. Cinco grupos apresentaram uma resolução similar a desta figura:

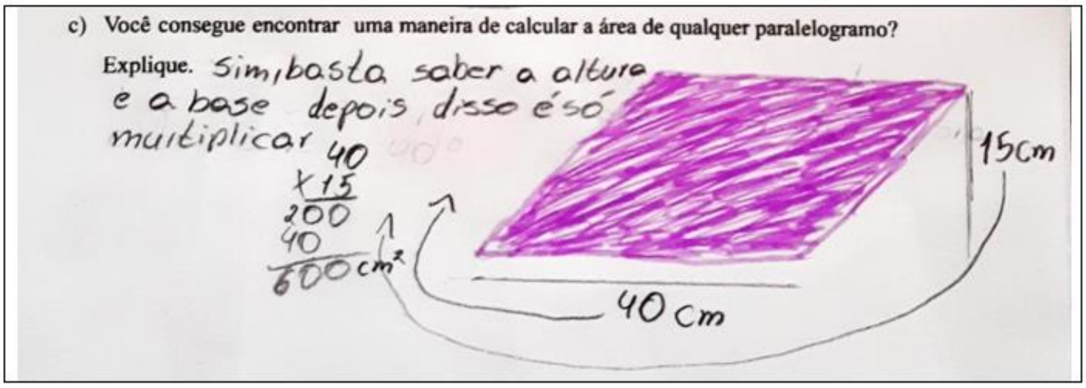
Figura 4 – Resolução do problema 1(c)



Fonte: acervo da pesquisa (2023).

Dois grupos, além de apresentarem uma estratégia, construíram um paralelogramo com dimensões diferentes e mostraram como calcular sua área, demonstrando compreensão do método por eles desenvolvido, como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Resolução do problema 1(c)



Fonte: acervo da pesquisa (2023).

A habilidade de generalizar é fundamental para que os estudantes identifiquem padrões e apliquem o conhecimento a novas situações, reforçando a compreensão e a fixação dos conceitos matemáticos. Ao analisar as resoluções apresentadas, observou-se que os grupos conseguiram desenvolver uma estratégia para casos genéricos. No entanto, é importante destacar as dificuldades nas justificativas escritas dos estudantes, que podem ocorrer, por exemplo, devido ao domínio inadequado do vocabulário matemático necessário para descrever conceitos e processos com precisão.

Além disso, organizar os passos do raciocínio, de forma sequencial e lógica, é uma habilidade fundamental para construir argumentos coerentes, em que cada etapa se conecta de maneira lógica à seguinte. Essas habilidades podem ser aprimoradas por meio da prática contínua na resolução de problemas, permitindo que os estudantes desenvolvam sua capacidade de argumentação e comunicação matemática ao longo do tempo.

Após a busca do consenso, o conteúdo matemático foi formalizado, deixando explicita a relação entre a área do paralelogramo não retângulo e do retângulo, utilizando o conceito de base e altura. A formalização incluiu a apresentação da fórmula e a explicação de como generalizar o cálculo da área para um paralelogramo qualquer.

6 CONSIDERAÇÕES

Este artigo investigou como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para o ensino do conceito de área do paralelogramo com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. A implementação da Metodologia, utilizando o Tangram como recurso, revelou-se promissora para promover uma compreensão profunda dos conceitos geométricos envolvidos. A abordagem de Resolução de Problemas facilitou a construção de conhecimento autônomo, permitindo que os estudantes desenvolvessem habilidades de generalização, justificativa e pensamento crítico.

Entretanto, a experiência também destacou desafios significativos. O desconforto inicial dos estudantes, ao explicar verbalmente suas resoluções, e as dificuldades na formulação de justificativas escritas evidenciam a necessidade de apoio contínuo na construção da linguagem matemática e na organização lógica do pensamento. A resistência dos estudantes diante de problemas sem uma estratégia previamente conhecida destaca a importância de práticas pedagógicas que promovam o seu protagonismo.

Os resultados indicam que os estudantes aprimoraram seu raciocínio, desenvolveram e validaram expressões matemáticas, e compreenderam a origem e o fundamento da fórmula de cálculo da área do paralelogramo. A Metodologia estimulou o desenvolvimento da criatividade e da autonomia dos estudantes, incentivando-os a pensar de forma crítica para encontrar soluções.

A pesquisa destacou a relevância de uma abordagem que priorize o entendimento conceitual e que estabeleça conexões significativas entre fórmulas de cálculo de áreas. A Metodologia proporcionou um ambiente de aprendizado que não se baseou apenas na memorização de fórmulas, mas na compreensão dos conceitos subjacentes.

Em suma, a Metodologia demonstrou-se uma estratégia valiosa para promover um aprendizado ativo, destacando o protagonismo estudantil e a construção autônoma do conhecimento. As observações e reflexões obtidas indicam que a Metodologia desempenhou um papel fundamental no ensino e na aprendizagem dos conceitos envolvidos.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G. Resolução de Problemas. *In*: **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados**: Análise de uma Experiência. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **Vidya Educação**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209 - 232, 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org.). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. 2. ed. Jundiaí: Paco, e Littera, 2021, p. 37-58.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos**.** Porto: Porto Editora,1994, 336 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2018.

CAI, J.; LESTER, F. Por que o ensino com Resolução de Problemas é importante para a aprendizagem do aluno? Tradução Antônio Sergio Abrahão Monteiro Bastos e Norma Suely Gomes Allevato. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254, jan./jun. 2012.

DREYFUS. Advanced mathematical thinking processes. *In*: **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1991, p. 25-41.

FILHO, D. C. M**. Um convite à matemática**: Com técnicas de demonstração e notas históricas. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016, 307 p.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e medidas. *In*: **Matemática**: Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC, v. 17, 2010, p. 167-200.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Ed.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 3-98, dez. 2011.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 1-14, 2019.

MARCATTO, F.; ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas como eixo norteador na formação de professores que ensinam matemática. In: **Educação Matemática em Pesquisa**: perspectivas e tendências. Científica digital, 2021, p. 49-69.

SCHROEDER, T.; LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. *In*: TRAFTON, P. R.; SHULTE A. P (ed.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 3, p. 443-466, dez. 2005. DOI: https://doi.org/10.1590/S1517-97022005000300009. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ep/a/3DkbXnqBQqyq5bV4TCL9NSH/?lang=pt. Acesso em: jul. 2023.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed. 2009, p. 583.

VIEIRA, G.; ALLEVATO, N. S. G. Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. **REMAT Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, v. 7, p. 1-15, nov. 2021.