



A PROPORÇÃO E A PROFESSORA DE MATEMÁTICA DA EJA

PROPORTION AND THE EJA MATHEMATICS TEACHER

Josenaide Santos Palma Nascimento

Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC-BA)
Coordenadora Pedagógica do Ensino Médio, Secretaria Estadual de Educação da Bahia
Coordenadora Pedagógica do 2º Segmento da Educação de Jovens e Adultos (EJA), Secretaria Municipal da Educação, Ituberá, Bahia, Brasil

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8332-454X>

Lattes: <https://lattes.cnpq.br/1471661606455048>

E-mail: jspnascimento@uesc.br

Sandra Maria Pinto Magina

PhD em Educação Matemática pela University of London

Pós-Doc pelas universidades de Lisboa (2006) e de Salamanca (2019)

Membro permanente do Programa de Educação em Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC-BA)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4518-5718>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8948168068305523>

E-mail: sandramagina@gmail.com

Jonas Jesus Oliveira

Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC-BA)
Professor de Matemática e Física, Secretaria de Educação do Estado da Bahia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1294-6816>

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7275456808451598>

E-mail: umbrellajonas@gmail.com

Resumo

Este artigo tem por objetivo refletir sobre a concepção de ensino de Proporcionalidade, de uma professora de Matemática da EJA. Essa concepção foi estudada a partir da elaboração livre, por parte dessa docente, de seis problemas sobre Proporção Simples, com posterior resolução deles. Desse modo, o estudo investiga a compreensão da professora sobre o tema, sem perder de vista que se trata apenas de um retrato, um momento. Acredita-se que subjaz ao procedimento de elaboração e caminhos de resolução a sua concepção de ensino sobre a Proporcionalidade. Metodologicamente, trata-se de um estudo de caso que constou de quatro encontros individuais entre um dos pesquisadores e a professora. No tocante à resolução dos problemas, observou-se que ela valida apenas a utilização da Regra de Três, mesmo quando implicitamente fez uso de outros procedimentos, como o escalar multiplicativo. Chama a atenção, ainda, a ausência de referentes em algumas respostas, o uso simultâneo de unidades distintas de uma mesma grandeza. Também se identificou a não explicitação da operação utilizada em algumas resoluções, denotando um “descuido” em sua elaboração e uma “despreocupação” na resolução e/ou apresentação das respostas. Como ponto positivo, identificou-se utilização de uma variedade de situações no âmbito dos problemas elaborados.

Palavras-chave: Educação Matemática; Concepção de Ensino; EJA e Proporção Simples.

Abstract

This article aims to reflect on the conception of Proportionality teaching, of a Mathematics teacher at EJA. This conception was studied from the free elaboration, by this teacher, of six problems on Simple Proportion, with their subsequent resolution. Thus, the study investigates the teacher's understanding of the subject, without losing sight of the fact that it is just a portrait, a moment. It is believed that the conception of teaching about Proportionality underlies the elaboration procedure and resolution paths. Methodologically, it is a case study that consisted of four individual meetings between one of the researchers and the teacher. With regard to problem solving, it was observed that it only validates the use of the Rule of Three, even when it implicitly made use of other procedures, such as the multiplicative scalar. Also noteworthy is the absence of referents in some responses, the simultaneous use of different units of the same magnitude. It was also identified the non-explicit operation used in some resolutions, denoting an “oversight” in its elaboration and a “lack of concern” in the resolution and/or presentation of the answers. A positive point was identified the use of a variety of situations within the scope of those problems.

Keywords: Mathematics Education; Teaching Conception; EJA and Simple Proportion.

1 INTRODUÇÃO

O conhecimento acerca da Proporcionalidade sustenta a base da construção de outros conceitos matemáticos tanto em situações do cotidiano quanto escolar, especialmente aqueles que fazem parte das estruturas multiplicativas. Essas, por sua vez, têm estreita relação com o campo algébrico, pelo menos no que tange ao Raciocínio Funcional, presente na relação de Proporcionalidade entre grandezas. Na modalidade Educação Jovens e Adultos (EJA), o conceito de Proporção é formalmente ensinado no Segmento II (correspondente ao Ensino Fundamental dos Anos Finais), em que baseadas em observações de professores em sala de aula, é possível dizer que costuma ser valorizado a técnica da Regra de Três.

Do ponto de vista da Educação, os alunos da EJA são pessoas que têm o direito ao conhecimento socialmente construído, posto que não puderam aprender no tempo previsto. É preciso lhes garantir o direito: ao conhecimento escolar e científico; à compreensão de técnicas de produção sociocultural; ao processo de efetivação da educação permanente, que considere as necessidades e incentive as potencialidades do educando (PARECER CEB 11/2000).

Fonseca (2012) usa o termo “matematicar” ao se referir que os alunos da EJA têm maneiras próprias de lidar com a Matemática. Essa autora usa tal termo para salientar que a cultura escolar precisa conciliar o processo de ensino com o de aprendizagem. Em sua visão, é necessário que o conhecimento dos estudantes interaja com os novos procedimentos utilizados na escola para fazer aquilo que muitos deles já fazem e essa interação perpassa pela concepção de ensino do professor, a sua forma de ensinar e de organizar as estratégias pedagógicas e conceituais de trabalhar com os objetos de conhecimento, como o de Proporcionalidade.

Este artigo discutirá dados de um estudo de caso realizado com uma professora de Matemática, que atua no segmento da Educação de Jovens e Adultos (EJA) da única escola que atende esse segmento em uma cidade com menos de 30 mil habitantes, do Baixo Sul da Bahia. O objetivo é refletir sobre a sua concepção de ensino, considerando a elaboração e resolução livre de seis problemas sobre a Proporcionalidade. Construímos um estudo para responder a seguinte questão: Qual a competência e a concepção apresentadas por uma professora de Matemática, que atua na EJA, sobre Proporcionalidade, examinadas a partir da elaboração e resolução de seis problemas sobre o conceito de Proporção?

O artigo focará quatro visões: o ensino de Matemática na modalidade EJA; a concepção de ensino do professor; a Proporcionalidade na escola. Por fim, a quarta visão é o apoio teórico da Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Essas visões serão discutidas nas próximas seções.

2 ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM

A EJA representa uma modalidade de ensino que atende a toda a Educação Básica, desde o Ensino Fundamental (realizado em 5 anos) até o Ensino Médio (compreendendo 2 anos). Esse ensino é fruto de uma política pública brasileira, referendado na Constituição de 1988. No que tange ao perfil dos estudantes da EJA, alguns estudos apontam que eles costumam ser bastante participativos e colaborativos nas discussões sobre o ensino e que têm disponibilidade para expressar suas opiniões e avaliações. Além disso, de um modo geral, eles se mostram aprendizes receptivos a trabalhar com contextos investigativos presentes nas atividades propostas por seus professores (FONSECA, 2012).

Ensinar Matemática na EJA tem desafios distintos de ensinar a disciplina em outra modalidade de ensino. Os alunos da EJA, não obstante, são jovens (a partir de 15 anos), adultos e idosos que não completaram seus estudos no período indicado por Lei para a conclusão da Educação Básica e retornam para a escola com objetivos específicos que envolvem situações da vida e do trabalho. Para além da função reparadora, a escola precisa oferecer uma educação que promova a emancipação, a criticidade e que dialogue com as suas experiências. Nesse prisma, a forma como os professores veem a Matemática na EJA e a compreensão sobre como o estudante aprende são fundamentais para a construção da concepção de ensino.

Fonseca (2012) salienta que os jovens e os adultos têm formas próprias de resolver problemas na vida cotidiana. Que eles sabem “matematicar” de forma diferente que as crianças e, por isso, demandam de uma concepção de ensino que considere as suas habilidades e os seus contextos. Essa expressão que nomeia, é na perspectiva que os “educadores matemáticos que se voltam para a EJA procurem compreender os alunos jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem” (FONSECA, 2012. p. 38).

Sem universalizar, é possível perceber que as aulas de Matemática são ministradas de forma mecânica, através de aula expositiva, desarticulada da realidade dos estudantes e do mundo real, com atividades repetitivas e, analisando com a mesma importância, as relações estabelecidas entre professores e estudantes não revelam afetividade nem despertam emoções. Lima e Fonseca (2018, p. 2) explicam como os estudantes da EJA veem a disciplina e como esta visão se entrelaça com o ensino:

[...] as posições assumidas por estudantes da EJA estão tão marcadas por essas experiências anteriores e pela concepção de ensino - e da docência - de Matemática que elas lhes legaram, que nos parece inevitável que educadoras e educadores de EJA reflitam sobre essas marcas para que possam compreender as posições assumidas pelos sujeitos nas interações da sala de aula e tenham disposição e recursos pedagógicos para considerá-las na negociação de significados que constitui os processos de ensino e aprendizagem.

Essas visões são consideradas em nosso estudo, já que queremos analisar a elaboração e a resolução de problemas de Proporção por uma professora de Matemática, que atua no segmento EJA. E é sobre concepção, especificamente aquela relacionada ao professor, que trataremos na próxima seção. Ressaltamos, contudo, que não se trata de um artigo voltado para o ensino e, muito menos, para metodologia de ensino. Trata-se, como descreveremos mais a frente, de um estudo diagnóstico, o qual utilizou como instrumento de coleta de dados a elaboração e a resolução de problemas criados por uma professora.

3 CONCEPÇÃO DE ENSINO DO PROFESSOR

Concepção de ensino de professor foi um assunto muito discutido entre os educadores desde a década de 1990. Vergnaud (1994) defende que as concepções dos professores sobre os diversos conceitos matemáticos são frutos de muitos fatores, como, por exemplo, a experiência, a formação recebida, suas crenças, meio social em que se encontra inserido, dentre outros.

Desse modo, esse autor explica que as concepções do professor “não modificam a natureza do conhecimento matemático por si, mas têm fortes implicações na maneira como os professores veem o ensino da matemática e a própria Matemática” (VERGNAUD 1994, p. 45). Essa implicação entre a concepção do professor e a maneira como ensina determinado conteúdo, chama-nos atenção para a necessidade de realizar estudo na busca de identificar as concepções dos professores que ensinam Matemática.

Assim, ainda no início deste século, Campos e Magina (2004) realizaram um estudo em que solicitaram a 103 professores polivalentes que atuavam nos anos iniciais que elaborassem livremente quatro problemas de estruturas aditivas, foram descartados alguns problemas incompreensíveis, as autoras analisaram 389 problemas. Elas compararam os tipos de problemas elaborados por esses docentes com os desempenhos dos estudantes do 5º ano (na época 4ª série), nos problemas aditivos presentes nas macroavaliações estaduais (Saresp) e nacionais (Saeb). Uma das conclusões do estudo é “que existe uma estreita relação entre o desempenho das crianças nesses diagnósticos (as macroavaliações) e o tipo de problemas que os professores de nosso estudo elaboraram” (CAMPOS; MAGINA, 2004, p. 10).

Mais tarde, Magina e Cols (2013) realizaram um estudo similar, com 39 professores que ensinavam Matemática para os ensinos Fundamental e/ou Médio, sendo que 23 deles (G1) cursavam Licenciatura em Matemática, no âmbito do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (Parfor) e os 16 professores restantes (G2) já tinham Licenciatura Matemática. Foi solicitada a elaboração individual de seis problemas envolvendo a estrutura multiplicativa, sem apoio de livros e de maneira livre. Os resultados apontaram que não houve diferença entre os dois grupos quanto ao tipo de problema construído, em que 82% deles eram do tipo Proporção Simples Direta, da classe um-para-muitos.

Mais recentemente, o estudo de Souza e Magina (2017) solicitou a 59 professores (entre especialistas e polivalentes) que elaborassem oito situações-problema do campo multiplicativo, sem contar com auxílio do livro didático. As autoras notaram que 80% dos problemas elaborados foram do tipo Proporção Simples Direta, da classe de um-para-muitos. E essa tendência ocorreu independentemente de ser educadora especialista em Matemática ou polivalente. Elas conjecturam que esse seria, de longe, as situações multiplicativas mais trabalhadas em sala de aula. Se isso é fato, podemos inferir que o trabalho excessivo com esses problemas restringe a apropriação e a expansão do campo conceitual multiplicativo pelos estudantes.

Considerando que a Proporção Simples, da classe um-para-muitos, apesar de envolver a relação proporcional entre três valores, solicitando o quarto valor (que é o valor desconhecido), na prática para resolver esse tipo de problema basta realizar uma única operação (multiplicação ou divisão) entre os dois valores diferentes da unidade (valor 1). São problemas do tipo: “sabendo que uma manga custa 2 reais, quanto custa 4 mangas?” Para resolvê-lo, o aprendiz necessita apenas multiplicar o 2 por 4 e, muitas vezes, fica sem saber se o produto encontrado se refere à quantidade de manga ou ao valor em real.

Notemos que os três estudos refletem sobre a concepção do professor, a qual vem atrelada a uma relação ternária (tem-se uma relação simples entre duas quantidades para obter-se a terceira). Nesse caso, fica o estudante liberado de pensar que existe uma dupla relação entre duas quantidades.

4 A PROPORCIONALIDADE NA VISÃO DA ESCOLA

A proporção é um conteúdo matemático normalmente ensinado na escola entre o 8º e o 9º ano do Ensino Fundamental (anos escolares que correspondem ao Segmento II da EJA). Essa introdução pode se dar por, pelo menos, quatro vertentes, as quais apresentaremos resumidamente a seguir. A primeira é por meio de situações-problema multiplicativas, em que se estabelece relações entre duas grandezas, como está exemplificado na Figura 1 a seguir.

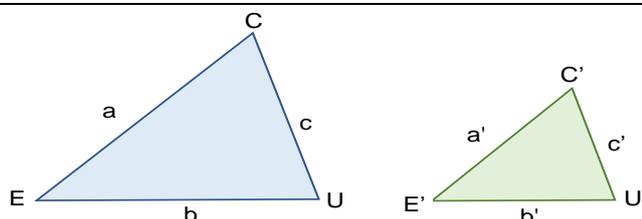
Figura 1 - Possibilidades de resolução de duas situações proporcionais

Situação 1	Situação 2																
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">Litro</td> <td style="text-align: center;">Real</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">x 2</td> <td style="text-align: center;">x 2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">x</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">2 litros = R\$ 10,00</p>	Litro	Real	1	5	x 2	x 2	2	x	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">Litro</td> <td style="text-align: center;">Real</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">9</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">÷ 2</td> <td style="text-align: center;">÷ 2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">x</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">1 litro = R\$ 4,50</p>	Litro	Real	2	9	÷ 2	÷ 2	1	x
Litro	Real																
1	5																
x 2	x 2																
2	x																
Litro	Real																
2	9																
÷ 2	÷ 2																
1	x																

Fonte: Elaborado pelos autores.

A segunda vertente é o ensino da Proporcionalidade a partir de figuras geométricas, especificamente triângulo, por meio da semelhança dessas figuras. A Figura 2, a seguir, exemplifica como se dá essa relação proporcional entre os lados de dois triângulos semelhantes.

Figura 2 - As relações proporcionais entre os lados de dois triângulos semelhantes



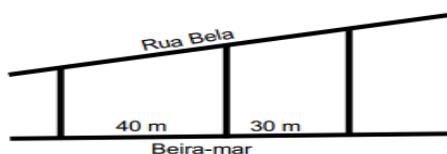
Considerando que os triângulos CEU e C'E'U' sejam semelhantes, então podemos estabelecer as seguintes relações proporcionais: $\frac{CE}{C'E'} = \frac{EU}{E'U'} = \frac{UC}{U'C'}$ e ainda $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$, onde K representa a constante de proporcionalidade entre os comprimentos dos lados.

Fonte: Elaborado pelos autores.

A terceira vertente introduz o conceito de proporção a partir do teorema proposto por Thales. Esse afirma que “retas paralelas cortadas por retas transversais originam segmentos proporcionais”. A Figura 3, a seguir, ilustra essa vertente.

Figura 3 - A proporção usada para resolver problema no âmbito do Teorema de Thales

Há dois terrenos de frente para a rua beira-mar e com fundos para a Rua Bela, como mostra a figura. Os lados dos dois terrenos são perpendiculares à rua beira-mar. Se somarmos os dois, no que se refere a Rua Bela, é 140 m. Qual a metragem do fundo de cada um dos terrenos?



Resolução:

$$\frac{x}{40} = \frac{y}{30} = \frac{x+y}{40+30} = \frac{140}{70} = 2$$

$$\frac{x}{40} = 2 \Rightarrow x = 40 * 2 \Rightarrow x = 80$$

$$\frac{y}{30} = 2 \Rightarrow y = 30 * 2 \Rightarrow y = 60$$

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 4 - Uma situação-problema de proporção resolvida por Regra de Três

Com 2 colheres de concentrado e 3 copos de água eu faço uma laranjada deliciosa. Se eu usar 6 colheres de concentrado, de quantos copos d'água irei precisar para ter o mesmo gosto da laranjada deliciosa?

Quantidade de concentrado (em colheres)	Quantidade de água (em copos)
2	3
6	X
$X = \frac{6 \times 3}{2} \quad \therefore x = 9$	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Note que a estratégia apresentada foi a de multiplicar colheres (6) de concentrado por copos d'água (3) e dividir o resultado por colheres (2), achando a quantidade de copos d'água. Não parece fazer muito sentido realizar essas operações com grandezas distintas, isto é, multiplicar colher por copo, dividir por colher e achar copo, em especial, para quem está sendo introduzido ao conceito de Proporção. Assim, não raro, o estudante termina por memorizar essa regra matemática sem, contudo, entender seu significado, as relações que ela estabelece e a propriedade matemática que ela traz em seu bojo.

Sobre o uso da Regra de Três, Ávila (1986, p. 2) é claro ao afirmar que “não precisamos mais usar a superada teoria geométrica das proporções, muito menos os resquícios que dela ficaram na terminologia na notação e, sobretudo na maneira de apresentar fatos, como os problemas de ‘regra de três’”. Nesse sentido, é possível concordar com o autor, pois a abordagem sobre Proporção, limitada apenas à nomenclatura ou ensino de Regra de Três, não fornece ao estudante elementos para o reconhecimento das relações que existem entre as quantidades e a relação entre as grandezas, numa proporção, observado que apenas centra a resolução de situações-problemas, unicamente pela utilização de algarismos.

Refletindo sobre a formação de conceito, fomos buscar apoio na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996), a qual defende que para que o aluno compreenda um conceito, faz-se necessário se relacionar com ele em diversas e diferentes situações. Apresentaremos, a seguir, as ideias centrais dessa teoria.

4 A PROPORCIONALIDADE E A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS (TCC)

Partindo da premissa de que para formar um conceito é necessário interagir com ele numa diversidade de situações. Uma única situação, por sua vez, por mais simples que se apresente, envolve sempre vários conceitos. Ora, se precisamos de várias situações para nos apropriarmos de um dado conceito, e cada situação traz consigo vários conceitos, então não faz sentido falar na formação de um conceito, mas sim na formação de um campo conceitual (MAGINA; COLS, 2022).

Magina, Merlini e Santos (2016, p. 67) assim resumem:

em síntese, podemos nos referir a um campo conceitual como sendo um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos,

procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros.

Vergnaud delimitou vários campos conceituais, sendo os mais conhecidos o Campo Conceitual Aditivo e o Multiplicativo. Para fins deste trabalho, cabe atenção ao campo conceitual multiplicativo (CCM) que, nas palavras de Vergnaud (1988, 1996), pode ser explicado como sendo simultaneamente “o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações: proporção simples e proporção múltipla [...] fração, relação, número racional, múltiplo e divisor etc” (VERGNAUD, 1996, p. 168).

Do nosso ponto de vista ensinar proporcionalidade requer do professor um conhecimento profundo das relações desse conceito com outros assuntos matemáticos, assim como ter claro qual a concepção de ensino que desenvolve com os estudantes, de maneira que ofereça diferentes situações e possibilidades de resolvê-las.

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) se firma dentro de três preceitos fundamentais: primeiro, o conceito não pode ser compreendido a partir de um único tipo de situação, implica que o aprendiz precisa interagir com muitas situações para que delas possa apreender um determinado conceito, o qual se encontra nelas embebido; segundo, uma situação-problema não envolve apenas um único conceito. De fato, por mais simplificada que se apresente uma situação, ela necessariamente traz, em seu bojo, mais do que um único conceito; e terceiro, um conceito é construído pelo aprendiz no âmbito de um longo período, dentro do qual o aprendiz necessitará de experimentações, da evolução de sua maturidade e de aprendizagem evolutiva. É nesse meio que os conceitos surgem e são apropriados pelo aprendiz, considerando sempre que cada conceito é fruto do tripé: conjunto de situações, de invariantes (implícitos e explícitos) e representações simbólicas (que torna possível e explícita a relação entre a situação e o invariante nela presente). Dessa forma, segundo a TCC para que o aprendiz se aproprie do conceito de Proporção é preciso, entre outras coisas, que ele interaja com várias situações que abordem tal conceito. A resolução de problemas sobre esse conteúdo é uma das formas mais eficazes de interação. Para tanto, é importante que o professor, responsável por mediar esse processo de aprendizagem, ofereça ao aprendiz um conjunto de problemas amplo e diversificado.

Baseados na TCC, Magina, Merlini e Santos (2016) elaboraram um esquema sintetizando o campo conceitual multiplicativo, o qual se organiza sobre os eixos das relações ternária e quaternária. Esta envolve os eixos das proporções simples, dupla e múltipla, que podem conter duas classes (um-para-muitos e muitos-para-muitos) com dois tipos de quantidades (discretas e contínuas). O nosso objeto é a Proporção Simples, a qual envolve uma relação entre quatro quantidades (relação quaternária), em que cada duas pertencem a uma mesma grandeza. O Quadro 1 mostra dois exemplos de situação-problema, da relação quaternária, envolvendo a Proporção Simples, sendo que um pertence à classe de um-para-muitos e o outro à classe de muitos-para-muitos

Exemplo 1: No mercado Baratão, 1 kg de carne custa R\$ 18,00. Comprei 4 kg dessa carne, quanto paguei?

Há pelo menos duas formas de resolver essa situação. A primeira é encontrando a relação funcional entre as duas quantidades de natureza distintas. Para tanto, basta dividir uma grandeza pela outra (no caso $18:1 = 18$).

A segunda forma de resolvê-la pode ser via escalar multiplicativo, em que se encontra a relação quantitativa entre as quantidades de uma das grandezas e aplica essa relação para as

quantidades da outra grandeza. Nesse caso, faz-se uso da relação de escalar de covariação. O Quadro 1, a seguir, apresenta o esquema de resolução desses dois caminhos de resolução.

Quadro 1 - Dois exemplos de situações de Proporção Simples, envolvendo a classe de um-para-muitos e de muitos-para-muitos e oferecendo duas possibilidades de resolução

<p>Exemplo 1: No mercado Baratão, 1 kg de carne custa R\$18,00. Comprei 4 kg desta carne. Quanto paguei?</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; padding: 2px;">Qtde carne (em Kg)</th> <th style="text-align: left; padding: 2px;">Preço (em R\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 2px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;">18</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 2px;">4</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;">x</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;"> $\xrightarrow{x4} \quad \xrightarrow{(x18)}$ </p>	Qtde carne (em Kg)	Preço (em R\$)	1	18	4	x	<p>Exemplo 2: No mercado Baratão tem uma promoção: 3l de leite está custando R\$ 6,00. Vou aproveitar e comprar 9l. Quanto pagarei?</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; padding: 2px;">Quant. Leite (em l)</th> <th style="text-align: left; padding: 2px;">Preço (em R\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 2px;">3</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;">6</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 2px;">9</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;">x</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;"> $\xrightarrow{x3} \quad \xrightarrow{(x2)}$ </p>	Quant. Leite (em l)	Preço (em R\$)	3	6	9	x
Qtde carne (em Kg)	Preço (em R\$)												
1	18												
4	x												
Quant. Leite (em l)	Preço (em R\$)												
3	6												
9	x												

Fonte: Elaborado pelos autores.

O Exemplo 1 refere-se à relação quaternária, da classe um-para-muitos, o que pode ser confundida como ternária, em que para achar o resultado é possível apenas multiplicar duas quantidades. (4 x 18) para achar a terceira. Como o 1 é um elemento neutro que não interfere no resultado, ele pode passar despercebido. Já o Exemplo 2, também de Proporção Simples, é da classe muitos-para-muitos, em que se informa três valores que precisam ser considerados para que se possa encontrar o quarto valor (muitas vezes, chamado “a quarta proporcional”).

Os dois exemplos do Quadro 1 tratam de uma relação proporcional direta entre grandezas, isto é, se aumenta o valor de uma das grandezas, acrescentará o valor da outra. São dessas relações que a Vergnaud (1988) trata. Contudo, é preciso considerar as relações proporcionais inversas, aquelas em que a quantidade de uma das grandezas da relação quaternária diminui na mesma proporção que a quantidade da outra grandeza aumenta. A Figura 5, a seguir, traz um exemplo de proporção simples inversa, da classe muitos-para-muitos, com uma possível solução.

Figura 5 - Exemplo de uma situação de Proporção Simples Inversa, com a resolução por meio do escalar multiplicativo

<p>2 pedreiros pintam uma casa em 20 dias. Trabalhando o mesmo tanto, em quantos dias 8 pedreiros pintam essa mesma casa?</p>	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; padding: 2px;">Nº de pedreiros</th> <th style="text-align: left; padding: 2px;">Nº de dias</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 2px;">2</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;">20</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 2px;">8</td> <td style="text-align: center; padding: 2px;">x</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;"> $\xrightarrow{x4} \quad \div 4$ </p>	Nº de pedreiros	Nº de dias	2	20	8	x
Nº de pedreiros	Nº de dias						
2	20						
8	x						

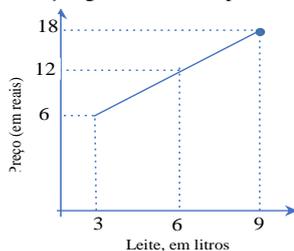
Fonte: Elaboração pelos autores.

Note que, diferentemente dos dois exemplos anteriores, aqui, a solução para a situação não lançou mão da relação funcional linear. A explicação para tal é que enquanto nas situações anteriores a relação entre as grandezas é diretamente proporcional, apresentando relações funcionais do tipo linear, nessa situação a relação não é linear.

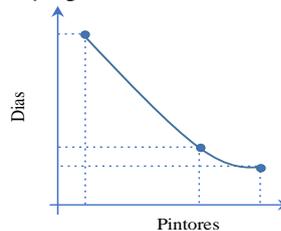
A Figura 6 mostra graficamente a diferença entre essas duas situações - Proporção Simples Direta e Proporção Simples Inversa. Nos dois casos, atribuímos três quantidades para cada grandeza, de tal modo a permitir que observemos as diferenças de comportamento nos dois gráficos.

Figura 6 - Representações gráficas do problema 2 do Quadro 1 e do problema da Fig. 5

Representação gráfica do Exemplo 2 da Figura 5



Representação gráfica dos dados do Exemplo da Figura 6



Fonte: Elaborado pelos autores.

Tendo apresentado as situações de Proporção Simples, classe um-para-muitos e muitos-para-muitos tanto na sua relação direta como inversa, passaremos, a seguir, a descrever o estudo realizado.

5 METODOLOGIA

Este estudo reflete as características de uma pesquisa descritiva, de caráter qualitativo, cujos procedimentos seguiram os ditames de um estudo de caso (YIN, 2006).

A pesquisa foi realizada com uma única professora, que chamaremos por Maria. Ela ensina Matemática na única escola pública da cidade que atende à modalidade EJA, Segmento II. A cidade localiza-se na Região do Baixo Sul da Bahia e conta com um pouco menos que 30 mil habitantes. Mais de $2/3$ das cidades brasileiras (68%) têm até 30 mil habitantes (BRASIL, 2022). Nelas, costuma haver apenas uma escola para atender a demanda da EJA, nos 2º e 3º Segmentos, ambos sob responsabilidade de um único professor de Matemática. Isso significa que o contexto de nosso estudo representa a realidade da maioria das cidades brasileiras, o que o torna interessante, pois nos permite conhecer um pouco sobre o ensino de Matemática no Segmento II da EJA, no que concerne à proporcionalidade.

Neste artigo apresenta um estudo exploratório, em que investigamos a visão de uma professora de Matemática da EJA sobre o ensino de Proporção, por meio da análise de seis problemas de Proporção elaborados e resolvidos livremente por ela.

Utilizamos dois instrumentos de pesquisa. O instrumento 1, um questionário, foi usado para traçar o perfil formativo e profissional dessa participante. O instrumento 2 teve dois momentos. No 1º solicitou a professora a elaboração livre, sem consulta e sem pressão de tempo, de seis problemas tratando do conceito de proporção (2A). No segundo momento é solicitado a Maria que resolva os seis problemas que ela tinha elaborado antes (2B).

Do ponto de vista do procedimento, tivemos quatro encontros com Maria. No primeiro, ela foi convidada a participar de nosso estudo; no 2º encontro, respondeu a um questionário sobre sua formação e trajetória profissional (1); o 3º momento foi destinado a elaboração, livre e sem consulta, de seis problemas sobre Proporcionalidade (2A) e o 4º encontro a professora resolveu os problemas que ela tinha elaborado (2B). Em nenhum dos encontros, o tempo foi controlado, ficando a docente a vontade para realizar o que lhe era solicitado.

De posse dos dados da pesquisa, a análise ocorreu de forma qualitativa, de acordo com o aporte teórico, buscando refletir sobre a existência de ações pedagógicas contributivas ou dificultadoras da professora de Matemática da EJA, com relação ao ensino de Proporção.

6 RESULTADOS

Iniciamos a discussão dos resultados esclarecendo que nós não temos a pretensão de extrapolá-los para além dos domínios de nosso estudo. Temos a compreensão da impossibilidade de qualquer generalização a partir da análise de um único participante investigado. Sabemos que os dados coletados se referem a uma “fotografia” da professora, já que interagimos com ela em apenas quatro momentos. Contudo, defendemos que o estudo pode trazer alguma luz que contribua para avançarmos na compreensão de possíveis concepções de ensino de professores de Matemática, sobre determinado conteúdo.

A partir da interpretação dos dados retirados dos instrumentos 1 e 2 (perfil da professora da EJA, elaboração livre de seis problemas de proporcionalidade (2A) com posterior resolução deles (2B)), realizamos a análise dividindo-a em três aspectos: (a) análise global do perfil da professora de Matemática da EJA; (b) os tipos de problemas elaborados; e (c) as estratégias de resolução dos problemas. Esta última, por sua vez, será analisada a partir de categorias criadas a posteriori, de acordo com as estratégias encontradas nessas resoluções.

6.1 ANÁLISE DO PERFIL DA PROFESSORA DE MATEMÁTICA (INSTRUMENTO 1)

A partir das respostas oferecidas por Maria no questionário traçamos seu perfil, a saber:

Maria é uma professora experiente, com 26 anos de docência, 15 dos quais ensinando Matemática, no Ensino Fundamental, dos Anos Finais e na EJA, Segmento II. Ela concluiu a licenciatura em 2007 e a especialização em Matemática em 2009. Informa que sempre gostou muito dessa área desde estudante e que continua gostando. Escreve que se sente segura em ensinar as unidades temáticas na seguinte ordem de preferência: Números, Álgebra, Probabilidade e Estatística, Geometria e Grandezas e Medidas.

A professora afirma que teve pouco contato com o conceito de Proporcionalidade e que se aproximou dele em formações continuadas. No que tange ao uso de recursos didáticos, mencionou que utiliza o quadro, o livro didático, o material dourado e panfletos de lojas e supermercados, por meio dos quais realiza atividades para ensinar: as quatro operações, Probabilidade, Regra de Três, Porcentagem e Equação de 1º Grau. Informou que, geralmente, ensina Proporcionalidade na II unidade, do ano letivo, mas também o retoma durante o ano, quando necessário. Explicou que explora a elaboração de problemas por meio de panfletos. Quando questionada sobre se já participou de cursos voltados para o ensino de Matemática na modalidade EJA, afirma que sim.

Quando perguntada sobre que ano escolar prefere ensinar, respondeu que prefere o 9º ano do Ensino Fundamental, justificando que, na EJA, tudo é muito acelerado. Para ela, os alunos da EJA têm um “desenvolvimento cognitivo mais lento”, adicionado a outros fatores como, por exemplo, falta de tempo para estudar, cansaço e o tempo de aula menor do noturno, o que é diferente nas turmas do 9º ano que dispõe de mais tempo para estudar. A professora explicitou algumas concepções sobre o ensino de Matemática na EJA, tais como “o ensino para os estudantes EJA precisa ser contextualizado, com exemplos e materiais (panfletos) do cotidiano” (fala da professora em entrevista). Esta concepção aduz com o que defende Fonseca (2012), sobre a sensibilidade para especificidades da vida adulta dos alunos da EJA tanto no acolhimento como na observação, no registro e na reflexão na prática e sobre a prática, permitindo-se vivenciar a realidade do outro.

A segunda concepção de Maria sobre os estudantes da EJA é que “apresentam o raciocínio mais lento” em comparação ao estudante do 9º ano. Fonseca (2012, p. 22) evidencia que esta concepção pode ser equivocada, pois é “desprovida de sustentação na Psicologia atribuir eventuais dificuldades de aprendizagem de alunos adultos à sua idade cronológica”. A autora complementa dizendo que essa condicionalidade imposta à EJA obriga uma reflexão mais cuidadosa sobre os fatores que determinariam as condições de enfrentamento das demandas de natureza cognitiva desses sujeitos.

Maria informou que apesar de ser licenciada e de ter especialização, foi na formação continuada que ela se aproximou da Proporcionalidade, do ponto de vista do ensino. Tal causou-nos estranheza, porque entendemos que o conceito Proporcionalidade é muito importante para o Ensino Fundamental, já que está no cerne da estrutura multiplicativa e, ainda, na construção do pensamento funcional, em especial a Função Linear. No entanto, a lembrança desse conteúdo vem de formações feitas após sua formação inicial (de graduação e pós-graduação).

6.2 ANÁLISE DOS PROBLEMAS ELABORADOS POR MARIA (INSTRUMENTO 2A)

Iniciamos a análise apresentando na Figura 7 os seis problemas que a professora Maria elaborou. Diante desses problemas elaborados pela professora, optamos por classificá-los de acordo com o tipo de proporção apresentada. Esclarecemos que não questionaremos a efetividade das questões, mas sim a concepção de ensino que transparece a partir da elaboração e da resolução do problema elaborados por Maria, os quais se encontram apresentados na Figura 7 a seguir:

Figura 7 - Seis problemas de proporcionalidade elaborados por Maria (instrumento 1A)

INSTRUMENTO 2: PRÁTICA DO PROFESSOR

Elabore nos espaços abaixo, 6 problemas distintos envolvendo o conceito de proporcionalidade, relações quaternárias.

Problema 1: 3 pintores pintam uma casa em 8 dias. Quantos pintores serão necessários para pintarem a mesma casa em 16 dias?

Problema 2: 500 gr. de manteiga custa R\$ 8,50. Quanto custa 1,5 kg

Problema 3: 10 pedreiros levam 10 dias para bater uma laje. Para fazer o mesmo trabalho foi contratado 20 pedreiros. Quantos dias a obra gastará?

Problema 4: Uma impressora em 5 minutos imprime 80 cópias. Em 15 minutos terá impresso quantas cópias, nesse mesmo ritmo?

Problema 5: Para fazer um bolo, foi gasto 250gr. de manteiga. Para fazer 5 bolos gastará

Problema 6: Para rodar 15 Km² é gasto 2,5 lt de gasolina. Para rodar 45 Km² gastará-se quantos litros?

Fonte: Dados da pesquisa, 2022.

Classificamos esses problemas como estão organizados na Tabela 1, a seguir.

Tabela 1 - Classificação dos problemas, segundo o tipo e a relação da proporção

TIPOS RELAÇÃO	Proporção Simples Direta	Proporção Simples Inversa
Um-para-muitos	P2, P5, P6	
Muitos-para-muitos	P4	P1, P3

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os problemas de Proporção Simples Direta (2, 4, 5 e 6) foram os mais elaborados por Maria e, dentro deles, os que envolvem a classe um-para-muitos (P2, P5, P6). Tal comportamento é uma indicação de que esse tipo de proporção é o preferido ou pelo menos o mais lembrado por ela. Essa tendência em “preferir” problemas de Proporção Simples Direta da classe um-para-muitos vai ao encontro dos achados de estudos anteriores (SOUZA; MAGINA, 2017; MAGINA; COLS, 2020), em que se evidencia uma tendência acentuada do professor para elaborar esse tipo de problemas. A questão que se coloca é se no momento do ensino essa tendência se mantém. Trabalhar problemas com ênfase nessa classe pode passar para o aluno a falsa ideia de que Proporção se resume a uma relação terciária em que se multiplica dois valores para achar um terceiro.

Notamos ainda que todos os problemas elaborados mantêm uma relação próxima com situações cotidianas, sendo dois deles estão relacionados ao mundo do trabalho, outros dois a produtos comestíveis (culinária, preço), um ao consumo de combustível e um sobre o tempo gasto para imprimir cópias. Esse dado indica uma coerência entre as situações presentes nos problemas elaborados e o que nos falou Maria, no instrumento 1, sobre trabalhar na EJA, com problemas contextualizados. Essa concepção de ensino de Maria para EJA encontra respaldo em Fonseca (2012) e Lima e Fonseca (2018). De fato, nenhuma das situações elaboradas é infantilizada ou está longe das vivências dos estudantes dessa modalidade de ensino. Contudo, há pouco cuidado da docente na escrita dos problemas, como ilustra a Figura 8 a seguir.

Figura 8 - Problema 5: Proporção Simples Direta um-para-muitos

Problema 5: Para fazer um bolo fei gasto 250gr. de manteiga. Para fazer 5 bolos gastara

Fonte: Material da pesquisa advindo do instrumento 2.

Não há uma pergunta posta no problema 5 nem mesmo uma interrogação no final dele. Dá-nos a impressão de que Maria não concluiu a formulação do problema. Outra falta observada no enunciado do problema é a informação de que se pretende fazer cinco bolos *do mesmo tipo daquele em que se gastou 250g*. Tal descuido pode ser um indicador de que a preocupação dela reside em trabalhar o algoritmo, e não a de ter uma situação em que as relações entre quantidades estejam, explicitamente, mantidas. Sabemos que só podemos estabelecer Proporcionalidade entre as grandezas se as condições de semelhança entre elas forem mantidas.

Nessa classificação de problema de Proporção Inversa, foram encontrados dois (problemas 1 e 3). A Figura 9, a seguir, é um extrato do problema 3 elaborado pela professora.

Figura 9 - Problema 3: Proporcão Inversa muitos-para-muitos

Problema 3: 10 pedreiros levam 10 dias para bater uma laje. Para fazer o mesmo trabalho fei contratado 20 pedreiros. Quantos dias de gastaram?

Fonte: Material da pesquisa advindo do instrumento 2.

Percebe-se uma elaboração mais cuidadosa no enunciado desse problema em relação ao problema 5, embora faça falta a informação de que os 20 pedreiros *trabalhariam no mesmo ritmo que os 10 pedreiros*. Como pontos positivos a considerar na situação-problema, é que ela explora situação real, do mundo do trabalho, provavelmente já vivenciada por muitos dos

estudantes da EJA, de uma escola pública. Ademais, é positivo o fato de estar explícita a relação entre as quantidades envolvidas na situação apresentada.

O problema 5 (Figura 8) representa uma Proporção Simples (relação quaternária), da classe um-para-muitos (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016). Trata-se de uma relação direta entre quatro quantidades (duas de uma natureza e as outras duas de outra, embora aparente apenas três, uma de cada grandeza produzindo uma terceira, que é seu produto), nesse caso, bolo e manteiga. O problema 3 (Figura 9), também é uma típica situação-problema de uma relação quaternária, entretanto traz dois pontos que diferem do problema 5: é da classe muitos-para-muitos e traz uma relação inversamente proporcional.

Analisando esses dois problemas elaborados por Maria e tendo em mente a Teoria de Vergnaud (1988, 1994, 1996, 1998), notamos que os problemas que ela elaborou dão possibilidade para se explorar o Campo Conceitual Multiplicativo, permitindo aos estudantes uma expansão do mesmo por meio da resolução de situações-problema distintos.

Nessa conjuntura, ao elaborar os problemas diversos, envolvendo variados conceitos e explorando situações distintas (como é o caso dos problemas 3 e 5) é possível identificar que perpassa pela concepção de ensino de Maria para a EJA, a criação de um ambiente que colabore para que os alunos possam desenvolver seu repertório de esquemas e representações (VERGNAUD, 1998).

6.3 ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS UTILIZADAS PELA PROFESSORA PARA RESOLVER OS PROBLEMAS QUE ELABOROU (INSTRUMENTO 2B)

Ao analisar a segunda parte do instrumento, que versa sobre a resolução dos problemas elaborados pela própria professora, foi possível extrair algumas informações importantes para compreender a concepção de ensino de Maria. A primeira delas é que a docente se mostra competente na resolução de todas as situações-problema de Proporção Direta (quer seja da classe um-para-muitos, quer seja muito-para-muito). Já nas duas situações-problema que envolvem a Proporção Inversa, a professora responde corretamente apenas uma delas. Voltaremos a discutir essas situações mais a frente.

Outra evidência identificada no comportamento de resolução dos problemas por Maria é a priorização da estratégia da Regra de Três. De fato, em quatro dos seis problemas (P2, P4, P5 e P6) ela traça um “x” estabelecendo uma igualdade entre o produto dos termos do meio com os do extremo. Nos outros dois problemas (P1 e P3) em que o “x” não foi traçado, ainda assim ela fez um traço transversal, ligando os termos do meio da Proporcionalidade (ver a resolução do P3, em Figura 11). Chama atenção que no problema 2, embora Maria tenha traçado um “x” entre os valores, ela opera com um número que não está presente no enunciado (ver Figura 8 adiante). Contudo, é possível deduzir que ele foi encontrado a partir da obtenção do escalar multiplicativo entre quantidades de uma das grandezas e aplicado na outra grandeza. Ainda nesse problema, a professora usa duas unidades distintas (kg e gr) para uma mesma grandeza. Essas duas unidades estão postas no enunciado do problema e caberia ao solucionador unificá-las quando da resolução do problema, quer seja em grama, quer seja em quilo.

A partir da estratégia de Maria para solucionar as seis situações-problema, identificamos cinco comportamentos de resolução, os quais geraram cinco categorias. Informamos que alguns problemas são classificados em mais de uma categoria. A seguir, apresentaremos uma tabela

com as classificações elaboradas a posteriori, após a análise das resoluções da professora para os problemas produzidos por ela, e aqueles que podem ser enquadrados nelas.

Tabela 2 - Classificação da resolução dos problemas, segundo as categorias elencadas

	Categorias				
	1	2	3	4	5
	Resposta sem referente	Resposta sem indicação do procedimento	Resultado inconsistente com o procedimento	Ausência total ou parcial das unidades das grandezas do problema	Procedimento que leva a um resultado errado
Problemas	1, 2	4, 5, 6	2, 3	1, 2, 3, 4, 5	1

Fonte: Elaborado pelos autores.

A seguir, apresentaremos e explicaremos a miúdo cada uma das categorias da Tabela 2.

6.3.1 Categoria 1: Resposta sem referente

Foram classificados nessa categoria o problema cuja resposta não informa a que se refere o número encontrado. Os problemas 1 (Proporção Inversa) e 2 (Proporção Direta) estão nessa categoria. Para discutirmos, apresentaremos na Figura 10 a resolução do problema 2.

Figura 10 - Resolução do problema 2: Proporção Direta, muitos-para-muitos

Problema 2: 500 gramas de manteiga custa R\$ 8,50. Quanto custa 1,5 kg?

Problema 2:

Fonte: Material da pesquisa advindo do instrumento 2B.

Notemos que não há qualquer indicação sobre a que se refere o resultado 25,50. Aliás, os números do lado esquerdo do “x” usam duas unidades distintas para indicar seus pesos. Já o número acima do “x”, nada indica. Mesmo considerando que no enunciado 8,5 é o valor, em real, de 250gr de manteiga, a que se refere 25,00: ao quilo? Ao grama? Ao real? Esse procedimento em que não se explicita a que se refere a resposta de um problema é comumente encontrado nas ações de estudantes da escola básica e, normalmente, criticado pelos especialistas justamente pela necessidade de se saber o que se está calculando e a que se refere o resultado encontrado. Notamos que a professora agiu como os estudantes costumam fazer, o que pode ser uma indicação da valorização aos cálculos em detrimento à resposta a uma dada situação. Seria essa uma concepção de ensino de Maria? Com a resolução do P1 ocorre a mesma coisa, como mostra a Figura 11 a seguir:

Figura 11 - Resolução do problema 1: Proporção Inversa, muitos-para-muitos

Problema 1: 3 pintores pintam uma casa em 8 dias. Quantos pintores serão necessários para pintar a casa em 16 dias?

Problema 1:

Fonte: Material da pesquisa advindo do instrumento 2B.

Maria comete um erro de resolução nesse problema, mas, por enquanto, o que queremos apontar aqui é, mais uma vez, a ausência de referente, tanto no procedimento de resolução quanto na resposta. De fato, enquanto os valores do lado direito do “x” referem-se a dias (portanto, têm referente), os valores do lado esquerdo do “x”, onde se encontra a incógnita, não são ditos a que se refere. Supondo que o 6 (o resultado da segunda operação realizada por Maria)

seja a resposta encontrada por ela para o problema proposto, a que se refere esse 6? O que Maria encontrou após fazer primeiramente uma multiplicação de 16 por três e com seu produto fazer uma divisão por oito, cujo resultado é 6? Mais uma vez encontramos indícios de que a prioridade parece ser o de realizar as operações e não de dar significado ao resultado encontrado para a situação-problema proposta (nesse caso, o resultado que Maria encontrou foi “6 pintores”). Ainda sobra a hipótese de simples desleixo com a maneira de apresentar as duas respostas dos P1 e P2.

6.3.2 Categoria 2 - Resposta sem indicar os procedimentos

Nesse caso, Maria oferecia a resposta correta, mas não apresentava o procedimento utilizado para chegar nela. Dos seis problemas elaborados, três (P4, P5 e P6) não apresentam o procedimento de resolução, deixando apenas antever que foi utilizado a Regra de Três (é traçado um “x” entre as medidas do meio e dos extremos). Assim, não há qualquer explicitação de que foi feita uma multiplicação seguida por uma divisão. O P4, mostrado na Figura 12, a seguir, é um bom exemplo desse tipo de procedimento.

Figura 12 - Resolução da professora para o problema 4 - Proporção Direta muitos-para-muitos

Problema 4: Uma impressora em 5 minutos imprime 80 cópias. Em 15 minutos, terão impresso quantas cópias, nesse mesmo ritmo?

$$\begin{array}{r} 5 - 80 \\ 15 - x \end{array} \quad 240 \text{ cópias}$$

Fonte: Material da pesquisa advindo do instrumento 3.

Destacamos que o professor costuma exigir de seus alunos o registro dos procedimentos adotados por eles para encontrar a resposta do problema. É por meio dos registros que o professor pode entender como o estudante pensou. Entretanto, não foi isso que aconteceu com a metade dos problemas resolvidos por Maria. Como bem afirma Vergnaud (1994, p. 45) as concepções do professor “não modificam a natureza do conhecimento matemático por si, mas têm fortes implicações na maneira [eles] veem o ensino da Matemática e a própria Matemática”. Mais do que palavras, a ação revela muito sobre uma concepção, mesmo não sendo ela explícita. E essa concepção é repassada para os alunos, também de maneira implícita.

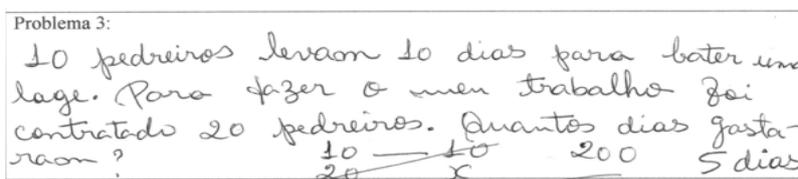
No problema 4 (mais ainda do que nos P1 e P2), a professora também não organiza as quantidades indicando suas grandezas, tampouco suas unidades. Assim, como podemos saber que 240 refere-se às cópias? Por que não a minutos? Não há qualquer registro de procedimento usado para chegar a 240 cópias, nenhuma operação realizada. Há apenas o “x” ligando os números do problema. Causa estranheza multiplicar minutos por cópias e seu produto dividir por minutos, obtendo como resultado quantidade de cópias.

6.3.3 Categoria 3 - Resultado inconsistente com o procedimento

Nessa categoria, estão enquadrados dois problemas (P2 e P3) cujas respostas não condizem com a estratégia apresentada na sua resolução. Neles, os procedimentos não esclarecem como a professora chegou aos respectivos resultados. Oferecemos como exemplo dessa categoria a resolução ao P3, apresentada a seguir.

Figura 13 - Resolução do problema 3 - Proporção Inversa muitos-para-muitos

Problema 3: 10 pedreiros levam 10 dias para bater uma laje. Para fazer o mesmo trabalho foi contratado 20 pedreiros. Quantos dias gastaram?



Fonte: Material da pesquisa advindo do instrumento 3.

Nesse problema, o resultado “5 dias” não condiz com o procedimento indicado pela professora, qual seja, a Regra de Três para valores de Proporção Direta. Isto fica evidente quando há uma linha ligando um 10 ao 10 e outra ligando o 20 ao 10. Há ainda o valor 200, escrito à direita. Após isso, perguntamo-nos: de onde veio o procedimento que resultou na resposta “5 dias”?

Sobre a estratégia da resolução do problema 2 (conforme ilustra a Figura 10) fica claro a estratégia utilizada para a resolução, com o resultado coerente. Entretanto, não fica claro de onde veio o número 3 que a professora usou na multiplicação para encontrar a resposta do problema. Ela indica a realização de uma Regra de Três para Proporcionalidade Direta, fazendo um “x” entre as quantidades dos extremos, mas também fica claro que até começou a fazer, pois escreve o número 200 e só pode ser produto da multiplicação 10×20 . Mas, a docente oferece “5 dias” como resposta e se ela tivesse dado continuação a Regra de Três Direta, o próximo passo seria dividir esse produto por 10, e a resposta seria 20 dias e não 5.

Aqui, detectamos mais um procedimento da professora que se assemelha ao que os estudantes costumam fazer, qual seja, registrar um procedimento qualquer (muitas vezes, impreciso) para atender o docente, mas chegar ao resultado por um caminho que não se sabe expressar qual foi. Muitas vezes, isso ocorre com estudante, porque ele está resolvendo a situação-problema por meio de um “teorema em ação”, no qual sabe chegar na resposta correta, mas não sabe explicar a propriedade que lhe permitiu isso (VERGNAUD, 1998; MAGINA; COLS, 2008). Seria esse o caso da professora?

Faz parte dessa categoria 3 o P2, já apresentado como exemplo na Categoria 1. Nesse, os números presentes no procedimento de resolução são: 500gr, 1,5Kg e 8,50 reais. A professora indica o uso do procedimento da Regra de Três (ela traça o “x” entre os números). No entanto, o procedimento que ela faz é multiplicar 8,50 por 3. Por 3? De onde veio esse 3? Se fizermos qualquer operação com dois desses três números não chegaríamos ao número 3. Então, como ela fez? Por que fez? Na verdade, está implícito que a docente transformou 1,5kg em 1500gr para que os dois valores da grandeza massa tenham a mesma unidade (gramas). Depois, descobriu o escalar multiplicativo entre esses valores, qual seja “3” e aplicou esse escalar na outra grandeza. Assim, se $500 \times 3 = 1500$, então $8,50 \times 3 = 25,50$. E, assim, ela achou o valor desconhecido da proporção (a quarta proporcional, como também é chamado esse valor).

6.3.4 Categoria 4 - Ausência total ou parcial das unidades das grandezas do problema

Essa categoria está presente em quase todos os procedimentos de resolução dos problemas, exceto o sexto. No P5, apresentado como exemplo dessa categoria na Figura 14, a

seguir, embora a professora indique a resposta em gramas, ela não informa qual a grandeza a que se referem os valores registrados do lado esquerdo do “x”. Em outras palavras, em seu procedimento de resolução, Maria indica apenas uma das grandezas do problema. A que se refere o “1” e o “5” presentes no procedimento?

Figura 14 - Resolução do Problema 5: Proporção Simples Direta um-para-muitos

Problema 5: Para fazer um bolo foi gasto 250g de manteiga. Para fazer 5 bolos, gastará.

Fonte: Material da pesquisa advindo do instrumento 3.

Essa categoria se mostra mais contundente ainda no procedimento de resolução do P4 (Uma impressora em 5 minutos imprime 80 cópias. Em 15 minutos, terá impresso quantas cópias, nesse mesmo ritmo?). A resposta encontrada por Maria refere-se ao número de cópias (240 cópias), mas nenhuma unidade (minutos e quantidade de cópias) aparece em sua resolução. Não raro, após resolver corretamente um problema de Proporção Simples, da classe muitos-para-muitos, os estudantes perguntam a que unidade se refere o resultado (nesse caso, é minutos ou é cópias?). Assim, notamos a necessidade de resolvermos as situações-problema explicitando as unidades de medida a que se referem os números. Notamos, a partir da análise das resoluções dos P1, P2, P3, P4 e P5, que essa não parece ser uma preocupação para Maria, pelo menos ela não se mostrou atenta ao resolver cinco dos seis problemas.

De todas as categorias, essa foi a mais comumente encontrada nas resoluções de Maria. Do nosso ponto de vista, tal reflete minimamente a pouca preocupação de Maria em explicitar que em uma Proporção há sempre duas grandezas que se inter-relacionam a partir de um operador escalar comum ou, ainda, por meio de uma relação funcional entre as unidades dessa grandeza (especialmente para o caso da Função Linear).

6.3.5 Categoria 5 - Procedimento que leva a um resultado errado

Essa categoria só foi encontrada no problema 1, cujo procedimento adotado para a sua resolução foi justamente a contrária ao que deveria ter sido utilizada. Trata-se de um problema em que se apresenta uma situação de Proporção Simples Inversa, da classe muitos-para-muitos, a qual foi resolvida como se fosse direta. Essa categoria está presente na resolução do problema 1, apresentado na Figura 15 seguir:

Figura 15 - Resolução do problema 1: Proporção Inversa, muitos-para-muitos

Problema 1: 3 pintores pintam uma casa em 8 dias. Quantos pintores serão necessários para pintar a casa em 16 dias?

Fonte: Material da pesquisa advindo do instrumento 3.

Talvez, por ter sido o primeiro problema a ser resolvido por Maria, ele é o único em que o procedimento de resolução está explícito. Contudo, trata-se de um problema de Proporcionalidade Inversa, quanto mais dias se tem para fazer um certo trabalho, menos pessoas é preciso. Aí, surge outro problema, como dobrou a quantidade de dias, seria necessário a metade dos pedreiros e isso implicaria em 1,5 pedreiro, o que é impossível, já que a quantidade

de pedreiro se refere a uma quantidade discreta. Maria não notou que o problema elaborado por ela se referia à quantidade inversamente proporcional? Mais uma vez, perguntamo-nos se esse “descuido” de Maria foi realmente uma desatenção momentânea ou uma preocupação excessiva com os algoritmos em detrimento de encontrar uma solução aceitável à situação proposta?

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste estudo foi refletir sobre as concepções de ensino de uma professora de Matemática da EJA, com relação ao ensino do conceito de Proporção. Construímos um estudo com vistas a responder à seguinte questão: Qual concepção de ensino uma professora de Matemática da EJA apresenta ao elaborar e resolver problemas sobre Proporcionalidade?

Os instrumentos respondidos por Maria revelaram aspectos os quais favorecem o ensino do conceito de Proporcionalidade na EJA, e outros que dificultam. Sintetizamos, a seguir, aspectos relevantes advindos das respostas obtidas nos dois instrumentos.

No tocante do instrumento 1 (perfil da professora), identificamos que Maria tem vasta experiência na docência; sua concepção sobre o ensino na EJA enaltece a importância da contextualização para aproximar a linguagem e os conteúdos matemáticos do cotidiano dos estudantes. Contudo, detectamos inconsistências presentes nos instrumentos 2 (elaboração e resolução dos problemas) o que nos remete para a importância do processo formativo (inicial e contínuo), especificamente nos conteúdos de Proporção (Direta e Inversa).

Na análise dos problemas elaborados por Maria, notamos que ela sinalizou compreensão sobre o conceito de Proporção e uma preocupação de trazer esse conceito para situações do cotidiano, o que faz todo sentido, em especial, para os estudantes da EJA. Identificamos em sua concepção de ensino uma tendência para explorar várias situações que perpassam a Proporção Simples (Proporção Direta, Inversa, de um-para-muitos e de muito-para-muito, com quantidades discretas e contínuas), o que é bastante aplaudido pela TCC (VERGNAUD, 1996).

Já o momento da resolução (instrumento 2B) foi o que mais revelou a concepção de ensino de Maria para ensinar o conceito de Proporção. Ficou evidente que Maria restringiu a resolução a um tipo apenas de procedimento, qual seja, a Regra de Três. E esse procedimento era sempre indicado por um cruzamento entre os valores das distintas grandezas (independentemente de se tratar de uma Proporção Direta ou Inversa). Essa concepção restrita, que muitas vezes carece de significação, pode ter sido o que a levou a cometer equívocos de resolução e/ou apresentar informações incompletas do problema ou da resposta.

Esclarecemos que concordamos que a Regra de Três é um procedimento de resolução que pode ser ensinado aos alunos, desde que eles entendam as relações de Proporcionalidade entre grandezas distintas. Assim, defendemos como estratégia de ensino aquela em que primeiro seja trabalhado as relações proporcionais existentes entre as grandezas, salientando a presença multiplicativa. Pode-se, inclusive, apontar as relações funcionais.

Entendemos que ensinar Proporcionalidade apenas a partir da aplicação da “Regra de Três” aponta para uma concepção de ensino restrita, com tendência para valorização de paradigmas de memorização e de regras desprovidas de significados. Sabemos que a “Regra de Três” é um procedimento muito popular nos livros didáticos para o treinamento do algoritmo, porém ao lançar mão do ensino de Proporcionalidade unicamente por meio dessa regra, o professor termina por se esquivar de explicitar as relações existentes entre os valores das grandezas presentes na situação, como a relação funcional. Além do mais, o uso exacerbado

(ou único) dessa abordagem provavelmente impedirá que os alunos reconheçam as situações em que ocorrem variações proporcionais.

Por se configurar um conceito muito utilizado no dia a dia dos estudantes, sendo um conhecimento poderoso para auxiliar pessoas em tomada de decisões importantes, como, por exemplo, relação preço-produto, horas de trabalho-pagamento, tempo-produção etc. Assim, defendemos que seja dada atenção sobre a temática Proporcionalidade na formação continuada dos professores de Matemática da EJA. Nessa direção, as discussões teóricas e o encaminhamento para momentos de vivência desse conceito possibilitarão instrumentalizar o professor para promover um ensino de Matemática que permita abordar diferentes estratégias para resolver um mesmo tipo de problema.

Por fim, salientamos que a Proporção merece um lugar de destaque entre os conteúdos matemáticos a serem ensinados na escola, pois ela está no cerne da estrutura multiplicativa e esta, por sua vez, na base do raciocínio funcional. Assim, podemos entender que uma operação de multiplicação ou divisão é, em última análise, uma função. Em outras palavras, as situações proporcionais é um bom suporte para contribuir na passagem do raciocínio aritmético (as operações de multiplicação e de divisão) para o algébrico (generalização das operações a partir das relações funcionais).

Este artigo contribui para a reflexão sobre a importância do processo formativo dos professores de Matemática tanto para a constituição da concepção de ensino quanto para a apropriação do próprio conteúdo. Há clara indicação que essas duas vertentes precisam caminhar juntas e eventuais desacerto em uma, atinge a outra em cheio. Reconhecemos, contudo, que o campo carece de aprofundamento de pesquisa, pois no limiar entre a formação teórica do professor e a sua prática ainda existem lacunas que podem ser mais bem pesquisadas. A partir dessa observação, surgem outras perguntas, tais como: A formação dos professores de Matemática faz um balizamento entre as unidades temáticas da disciplina, de maneira que a área da Proporção seja igualmente contemplada?

Longe de termos a resposta definitiva para esta pergunta, como resultado provisório o que podemos afirmar é que a Regra de Três parece se constituir para o professor como um caminho único para resolver qualquer problema de Proporção e essa percepção está inerente à concepção de ensino da professora Maria.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo. Razões. Proporções e regras de três. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 8, 1986.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/>. Acesso em: 28 de abril de 2022.

CAMPOS, Tânia; MAGINA, Sandra. **Concepções e desempenhos de professores das séries iniciais no campo das estruturas aditivas**. VII ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: matemática na escola: conteúdos e contextos (VII EPÊM). FE-USP, São Paulo, 2004. Disponível em https://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPÊM/co.html (CO 49). Acesso em: 02 abr. 2022.

FONSECA, Maria Conceição. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**: especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2012.

LIMA, Cibelle; FONSECA, Maria Conceição. **Concepções de ensino de matemática e estratégias docentes**: uma reflexão a partir do discurso de estudantes da EJA, 2018.

MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera; SANTANA, Eurivalda. Situações-Problema das Estrutura Multiplicativa sob a Ótica do Professor que Ensina Matemática. VII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA - VII CIBEM, Montevideo, 2013. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/20011/1/Magina2013Situa%C3%A7%C3%B5es-problema.pdf>. Acesso em: 03 mai. 2022.

MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera; SANTOS, Aparecido. **A Estrutura Multiplicativa sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais**: uma visão com foco na aprendizagem. Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais. Curitiba: Editora CRV, 2016.

MAGINA, Sandra; SPINILLO, Alina; LAUTERT, Sintria. Raciocínio multiplicativo discutido a partir da resolução de problemas. **Rematec**, v.1 5, n. 36, p. 78-94, 2020.

SOUZA, Emília; MAGINA, Sandra. A Concepção de Professor do Ensino Fundamental sobre Estruturas Multiplicativas. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, p. 797-815, 2017.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative Structures. In: HIEBERT, H.; BEHR, M. (eds) **Research Agenda in Mathematics Education**. Number Concepts and Operations in Middle Grades. Hillsdale: Laurence Erlbaum Ed., p. 141-161, 1988.

_____. Multiplicative conceptual field: what and why? In: GUERSHON, H.; CONFREY, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994.

_____. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUM, J. (Org.) **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996.

_____. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. **JMB**, v. 17, n. 2, p. 167-181, 1998.

YIN, R. **Pesquisa de Estudo de Caso**: Design e Métodos. Londres: Sage Publications, 2006. (Série de Métodos de Pesquisa Social Aplicada).