



O TEOREMA DE PITÁGORAS ALÉM DA ÁREA DE QUADRADOS: UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA POR MEIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

*THE PYTHAGOREAN THEOREM BEYOND THE AREA OS SQUARES: AN
INVESTIGATIVE APPROACH THROUGH THE GEOGEBRA SOFTWARE*

Eugênio Lira Filho

Mestre em Ensino de Ciências Exatas

Secretaria de Estado de Educação do Pará – SEDUC/PA

Secretaria Municipal de Educação de Novo Repartimento - SEMED

eug.lira@gmail.com

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt

Doutora em Informática na Educação

Universidade do Vale do Taquari – Univates

mrehfeld@univates.br

Resumo

Este artigo apresenta parte de um estudo contemplando o Teorema de Pitágoras, junto a um grupo de oito professores, usando como recurso tecnológico o *software* GeoGebra. É o recorte de uma dissertação de mestrado, apresentada num Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas. Durante os encontros presenciais, os professores construíram objetos dinâmicos (Objetos Digitais de Aprendizagem - ODA) para investigar a validade do Teorema de Pitágoras, utilizando o *software* GeoGebra. Os objetos construídos visaram verificar a veracidade do referido teorema, caso os quadrados construídos sobre os lados fossem substituídos por outras figuras geométricas. Os dados foram coletados a partir do diário de campo de um dos pesquisadores e de formulários impressos de investigação. Os resultados apontam que os professores construíram, com disposição, um novo sentido para o Teorema de Pitágoras e evidenciaram que o uso do *software* GeoGebra foi produtivo na investigação realizada. Ademais, passaram a sentir-se confiantes quanto ao uso do recurso tecnológico. Por fim, entende-se que a formação continuada é necessária, pois o professor tem um papel político, que deve movê-lo a lutar por uma educação de qualidade.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação continuada de professores. *Software* GeoGebra. Teorema de Pitágoras.

Abstract

This article describes part of a study contemplating the Pythagorean Theorem conducted with a group of eight teachers and utilizing the GeoGebra software as a technological resource. It is an excerpt from a master's thesis presented at a Postgraduate Program in Exact Sciences Teaching. During the face-to-face meetings, the teachers built dynamics objects (Digital Learning Objects - DLO) to investigate the validity of the Pythagorean Theorem, using the GeoGebra software. The constructed objects were intended to verify the veracity of the referred theorem, in case the squares were built on the sides of the triangles were replaced by other geometric figures. The data was collected using a field diary of one of the researchers and printed investigation forms. The results show that the teachers willingly built a new meaning for the Pythagorean theorem and showed that the use of GeoGebra software was productive in the investigation. In addition, they began to feel confident in the use of the technological resource. Finally, it is understood that continuing teaches training is necessary, as the teacher has a political role, through which he must fight for a better education.

Keywords: Mathematics Education. Continuing teachers training. GeoGebra software. Pythagorean Theorem.

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, estamos vivendo a sociedade da informação, tomados por uma avalanche de tecnologias digitais que mudaram a forma como nos comunicamos e enxergamos o mundo (VALENTE, 1999; MORAN; MASSETO; BEHRENS, 2013). Elas agilizam os processos cotidianos, facilitam a vida social e oferecem à escola, inúmeras possibilidades educacionais. Ademais, expõem desafios à formação docente, impondo à escola a necessidade de renovar-se para se adequar à realidade social.

Outrossim, as tecnologias digitais desafiam o modelo de ensino tradicional, no qual o professor é o centro e o aluno é mero expectador, substituindo-o por um modelo mais dinâmico, em que professores e alunos dividem espaços de interação e aprendizagem, com momentos presenciais e atividades a distância (KENSKI, 2012; 2013; MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2013; BACICH; MORAN, 2018). Quando se trata da matemática, os recursos digitais, principalmente, os de Geometria Dinâmica (GD), como, por exemplo, o GeoGebra, podem tornar a aula muito mais atrativa e envolvente, possibilitando a visualização, a experimentação, a coordenação de objetos dinâmicos, criados a partir de expressões algébricas ou formas geométricas (BORBA; PENTEADO, 2017), o que abre um leque de possibilidades para a investigação e a aprendizagem escolar (DEMO, 2009; MORAN, 2012; KENSKI, 2012).

Neste cenário, este artigo tem o intuito de apresentar parte de um estudo que compõe uma dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade do Vale do Taquari – Univates. Especificamente, este artigo objetiva descrever como ocorreu a construção de objetos dinâmicos¹ com o *software* GeoGebra, bem como as conclusões a que chegaram os professores participantes da pesquisa, acerca do Teorema de Pitágoras.

Estruturalmente, o artigo apresenta uma introdução, com a descrição do objetivo. Na sequência, aborda alguns referenciais teóricos. Em seguida, descreve a metodologia utilizada nos encontros em que foram explorados os Objetos Digitais de Aprendizagem (ODA) 2, 3 e 4, bem como a discussão de alguns resultados obtidos. Por fim, as considerações finais, com a ilustração dos referenciais usados no estudo.

2 A CULTURA DIGITAL NA SALA DE AULA E AS POTENCIALIDADES DO SOFTWARE GEOGEBRA

No entendimento dos proponentes deste artigo, quando a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) fala em desenvolver uma *cultura digital* na escola ou ensinar utilizando recursos tecnológicos digitais, ela não expõe com clareza como as aulas devem ocorrer ou como a escola deve funcionar. Em alguns casos, o professor pensa em introduzir um recurso digital apenas para substituir o trabalho manual que fazia, sem explorar o potencial da ferramenta. No entanto, esse já pode ser um começo para a transformação do ambiente escolar, já que é preciso iniciar de alguma forma.

A BNCC, documento normativo da educação brasileira, determina a utilização de

¹ Um objeto dinâmico pode ser manipulado de forma interativa. O termo “dinâmica” se refere às ideias de movimento para a manipulação dos elementos presentes na construção geométrica (GRAVINA, 1996; BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018).

recursos digitais para a formação cidadã e o protagonismo do jovem estudante. Entre as Competências Gerais da Educação Básica, a de número 5 (cinco) não deixa dúvidas acerca da cultura digital que deve ser desenvolvida na escola, ao determinar que professores e alunos devem:

Compreender, utilizar e criar **tecnologias digitais** de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9, grifo nosso).

Como se pode observar, o documento ressalta a relevância da comunicação e a disseminação de informações não apenas na vida particular, mas também coletiva, em busca de uma sociedade melhor.

À luz das recomendações da BNCC, qual é o papel do professor diante dos desafios de ensinar com tecnologias digitais na Sociedade da Informação? Entende-se que são muitas as dificuldades que impactam a utilização de tecnologias no ambiente escolar. Uma delas é a formação inicial dos professores, haja vista que as universidades pouco preparam seus alunos para utilizarem ferramentas digitais. Ademais, verifica-se a precariedade de infraestrutura nas instituições educacionais, que contam com poucos recursos digitais e nem sempre oferecem formação pedagógica continuada para utilizá-los.

Entende-se ser relevante falar do papel do professor na utilização das tecnologias, no sentido de buscar qualificação que pode acelerar as mudanças na educação, isto é, uma educação com processos mais participativos, interativos e libertadores (MORAN; MASSETO; BEHRENS, 2013), que “ajuda a tornar as pessoas mais livres, menos dependentes do poder econômico, político e social” (IMBERNÓN, 2011, p. 29). Segundo Moran, Masseto e Behrens (2013, p. 26),

[...] as mudanças na educação dependem em primeiro lugar de termos educadores maduros intelectual e emocionalmente, pessoas curiosas, entusiasmadas, abertas, que saibam motivar e dialogar. Pessoas com as quais valha a pena entrar em contato, porque desse contato saímos enriquecidos.

Compreender que estamos em constante mudança social e a conseqüente necessidade de elevar o nível da escola no sentido de amparar e potencializar as inteligências do alunado é uma qualificação necessária do educador que participa da mudança da educação. Nesse cenário, o fato de boa parte dos alunos portar um *smartphone* é uma grande oportunidade para potencializar sua aprendizagem. Portanto, recursos tecnológicos também são imprescindíveis.

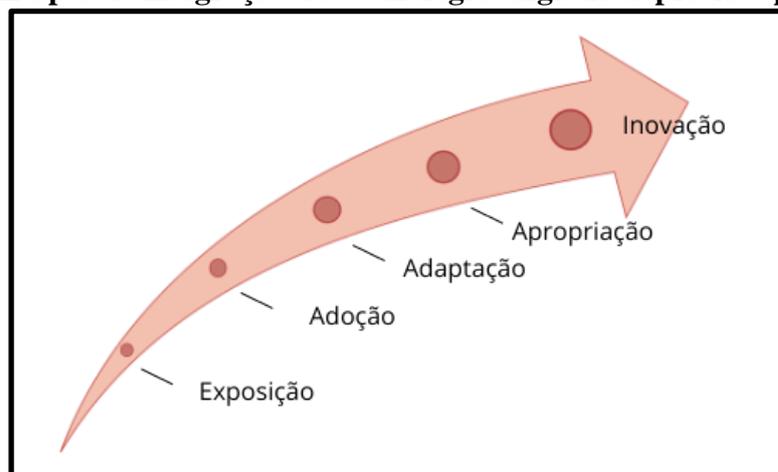
Nesse contexto digital, outra mudança necessária é a postura do professor em sala de aula. Ele deve deixar de ser o detentor do saber para assumir uma função mais mediadora, na perspectiva de incentivar e de coordenar ações nos momentos de aprendizagem (MORAN; MASSETO; BEHRENS, 2013; BACICH; MORAN, 2018), explorando ao máximo a tecnologia, a fim de “gerar desafios a partir de modelos de simulação, de resolução de problemas, de estudos de caso, enfim, deve propiciar condições que ofereçam movimento e ação a práticas de ensino e aprendizagem dinâmicas, aos estudantes (KENSKI, 2013, p. 97).

Mas, para agir de forma mediadora e reflexiva, o professor precisa manter um *status* de autoformação (KENSKI, 2013), numa constante busca pelo domínio pedagógico das tecnologias. Moran (2012) menciona que essa apropriação tecnológica é complexa e demorada

e sugere que o processo perpassa por algumas etapas: a) Na primeira, o professor começa a utilizar as tecnologias fazendo o mesmo que já fazia, como digitar provas, fazer apresentações em *slides*, mostrar um vídeo, etc. b) Na segunda etapa, o professor, já familiarizado com alguns recursos tecnológicos, propõe atividades pedagógicas dentro da escola, como utilizar a *internet* para criar projetos, *blogs*, grupos de discussão, produção de vídeos, uso de aplicativos de celular, etc. c) Na terceira etapa, prevê-se a utilização da tecnologia para mudanças inovadoras. Nessa etapa, as tecnologias são utilizadas para modificar a escola como um todo, flexibilizando a organização escolar na forma do ensino e da aprendizagem, com projetos integrados de pesquisa e com mais atividades semipresenciais e *on-line*.

Corroborando o pensamento de Moran (2012), ao mencionar as etapas de integração das tecnologias digitais às práticas pedagógicas da pesquisa *Apple Classrooms of Tomorrow - ACOT* (APPLE COMPUTER, 1991) (FIGURA 1), Bacich e Moran (2018, p. 131) complementam dizendo que, primeiramente, “o professor é exposto ao uso de tecnologias digitais e inicia o processo de exploração dos recursos”, o que indica formação continuada para a aprendizagem técnica e pedagógica dos recursos tecnológicos digitais.

Figura 1: Etapas de integração das tecnologias digitais às práticas pedagógicas



Fonte: Bacich e Moran 2018 (Reproduzido pelos autores).

Observando a Figura 1, constata-se que, após a exposição, o professor as adota, ou seja, o professor necessita acreditar no potencial que elas apresentam para então realizar adaptações às suas práticas, apropriando-se delas e, por fim, passa a inovar, pois é ele quem sabe o que seus alunos necessitam conhecer e compreender. Entende-se que uma das opções que possibilita ao professor seguir as etapas de integração das tecnologias digitais às práticas pedagógicas é o uso do *software* GeoGebra.

Mas, o que é o GeoGebra? O GeoGebra é um *software* do tipo GD que tem potencial de interatividade e criação. O nome GeoGebra é um acrônimo das palavras Geometria e Álgebra, além de ser um prenúncio do que se pode esperar do *software*, que possui recursos para o estudo de: Geometria (plana e espacial), gráficos e tabelas para o estudo de funções e de estatística, de probabilidade e de cálculo. O *software* é multiplataforma², gratuito e de fácil acesso para

² Segundo o **Dicio** (Dicionário *On-line* de Português), “um *software* multiplataforma é aquele que funciona corretamente em várias plataformas diferentes”. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/>. Neste caso, o GeoGebra é multiplataforma por ser um aplicativo utilizável em sistemas: *Windows, Linux e Android*.

computadores e celulares.

O aplicativo dispõe de recursos avançados para a produção de ODAs, que vão do simples ao complexo, dependendo exclusivamente das pretensões do usuário. A interface é amigável e a possibilidade de animação dos objetos criados torna o GeoGebra ainda mais fascinante. Os aspectos didáticos contidos no *software*, como movimentar, ocultar, modificar e deformar uma construção sem perder as configurações dos objetos criados tornam o ensino dinâmico e atraente (LIRA FILHO, 2021).

Como ter acesso ao GeoGebra? O GeoGebra é um aplicativo para computador que mantém sua funcionalidade básica em celulares e na plataforma *on-line*. Caso o usuário queira utilizar no computador, basta fazer o *download* no site **geogebra.org** (escolher a versão para seu sistema operacional: *Windows, Linux ou MacOS*)³. No celular, basta acessar o repositório de aplicativos (*Play Store* no *Android* ou *App Store* no *iPhone*).

No site do GeoGebra (*On-line*), é possível produzir imagens diretamente nos Apps disponíveis (Calculadora, CAS, Geometria e 3D), sem precisar instalar nada no computador ou no celular, tampouco armazenar os objetos criados. Na página, além das versões para diversas plataformas (*windows, Linux e macOS*), encontram-se recursos para a criação de livros e atividades, que podem ser acessados diretamente pelo *Google Classroom*.

À luz destes referenciais teóricos, a seguir, apresenta-se a metodologia usada no desenvolvimento e na exploração dos ODA 2, 3 e 4.

3 METODOLOGIA

Conforme já mencionado, este artigo apresenta um recorte da dissertação de mestrado; portanto, são descritos somente os aspectos relativos aos encontros em que foram explorados os Objetos Dinâmicos de Aprendizagem 2, 3 e 4, que constituíram o cerne da pesquisa e ocuparam seis das 13 horas de formação. Cabe ressaltar que os encontros iniciais foram ocupados para a assinatura do termo de consentimento livre e esclarecido, a explanação da pesquisa e investigações iniciais acerca dos conhecimentos dos professores a respeito do *software* GeoGebra, bem como sobre o que pensavam a respeito das tecnologias. As últimas reuniões consistiram na avaliação da prática realizada e eventuais mudanças de paradigmas no que diz respeito às tecnologias.

De forma geral, o estudo se enquadra na modalidade de pesquisa qualitativa, pois buscou acompanhar e investigar um número reduzido de professores, com os quais foram explorados alguns objetos construídos no GeoGebra, valorizando o contexto, escrevendo a experiência, as emoções e os acontecimentos que ocorreram durante a pesquisa (MALHOTRA, 2001; BICUDO, 2004). Também se aproxima de um estudo de caso, pois a pesquisa aconteceu, de forma detalhada, com um grupo de professores e apresenta resultados abertos e esclarecimentos não conclusivos, na condição de hipóteses (GIL, 2008).

Segundo Gil (2002, p. 142), “é fundamental para garantir a qualidade dos resultados obtidos no estudo de caso, que sejam provenientes da convergência ou da divergência das observações obtidas de diferentes procedimentos”.

Para investigar os resultados dos encontros em que foram desenvolvidos os ODA 2, 3 e

³ Existe, também, uma versão *Portable*, que funciona em qualquer sistema operacional sem instalação.

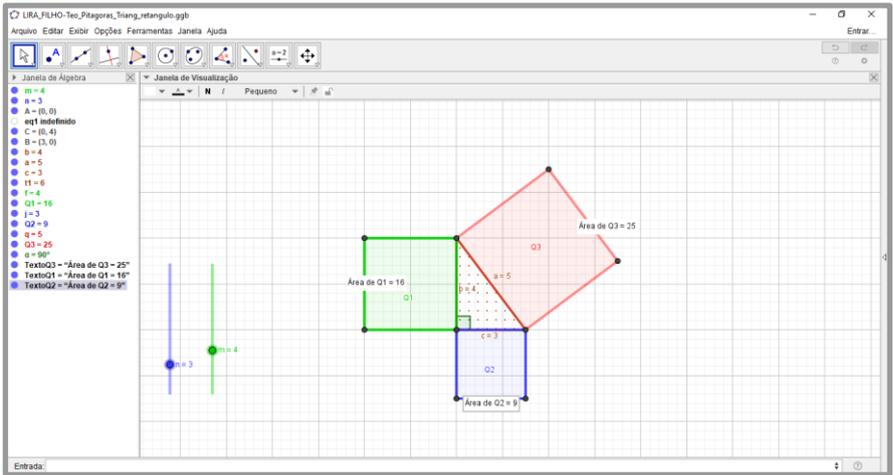
4, foram utilizados alguns instrumentos de coleta de dados tais como: Observação (com imagens e vídeo), diário de campo, além de material impresso (questionário e folha de investigação). A coleta de dados também foi baseada nos sentidos para a obtenção de determinados aspectos da realidade investigada. Nesse sentido, Gerhardt e Silveira (2009, p. 76) reiteram:

É uma técnica que faz uso dos sentidos para a apreensão de determinados aspectos da realidade. Ela consiste em ver, ouvir e examinar os fatos, os fenômenos que se pretende investigar. A técnica da observação desempenha importante papel no contexto da descoberta e obriga o investigador a ter um contato mais próximo com o objeto de estudo.

Um documento criado no *Google Docs* foi utilizado como diário de campo, no qual foram registrados as atividades realizadas e alguns detalhes da forma como os professores resolveram as questões, as dificuldades, os comentários e algumas reações dos professores durante os momentos presenciais da pesquisa.

Especificamente, os ODAs explorados estão desenhados a seguir (FIGURAS 2, 3 e 4).

Figura 2: Formulário de Investigação do ODA 2



Investigando:

- Movimente os controles deslizantes dos catetos e preencha o quadro a seguir:

Comprimento do cateto b	Área de Q1 (verde)	Comprimento do cateto c	Área de Q2 (azul)	Comprimento da hipotenusa a	Área de Q3 (vermelho)
1	1	2	4	2,24	5
2		3			
3		4			
4		7			

a		b		a	
---	--	---	--	---	--

2 O que acontece quando os controles deslizantes são acionados?

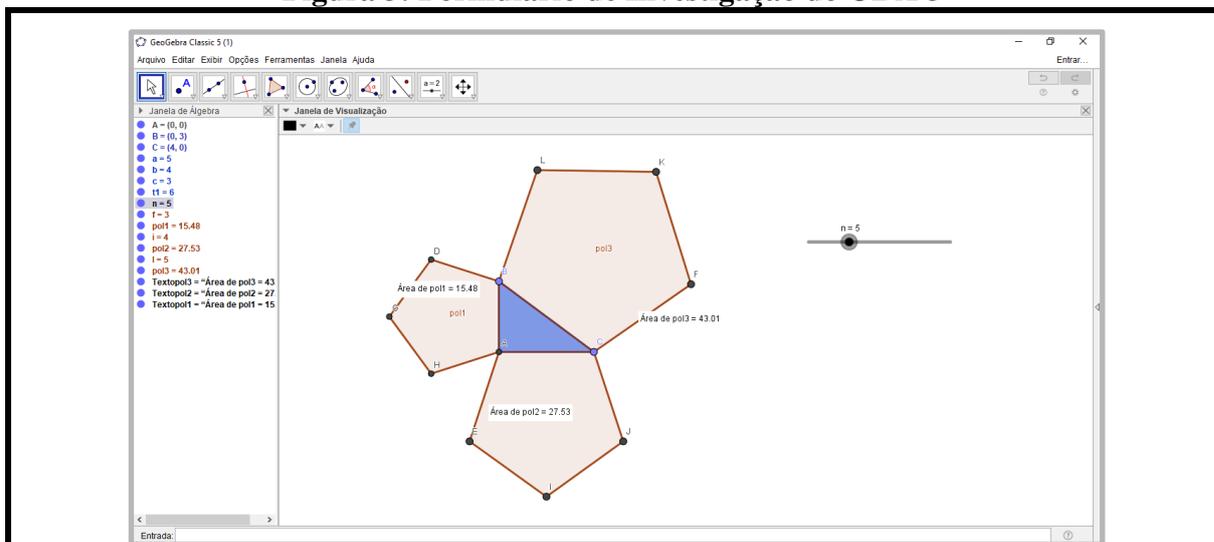
3 Que conclusões pode-se tirar em relação às medidas das áreas dos quadrados Q1, Q2 e Q3?

Fonte: Os autores, 2021.

O objetivo deste ODA (FIGURA 2) era conduzir o professor a concluir que a soma das áreas do quadrado 1 (Q1) e do quadrado 2 (Q2) era igual à área do quadrado 3 (Q3). Em outras palavras, levar os professores a concluir que $a^2 = b^2 + c^2$, não importando os comprimentos de b e c , desde que fossem os catetos de um triângulo retângulo.

Já o ODA 3 ampliou um pouco a concepção e instigou os professores a refletirem se o Teorema de Pitágoras era apenas válido para quadrados construídos sobre os lados (catetos) e a hipotenusa (FIGURA 3) ou se era aplicável a outros polígonos regulares, tais como pentágonos, hexágonos, heptágonos, entre outros.

Figura 3: Formulário de Investigação do ODA 3



Investigando:

- 1 Movimente o controle deslizante e preencha o quadro a seguir:

Analisando as áreas dos polígonos construídos sobre os lados do triângulo retângulo, temos:

Quantidade de lados do polígono construído sobre os catetos e a hipotenusa	Nome do polígono construído sobre os catetos e sobre a hipotenusa	Área do polígono menor (pol1)	Área do polígono médio (pol2)	Área do polígono maior (pol3)
--	---	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

3	triângulo			
4				
5				
6				
7				
8				

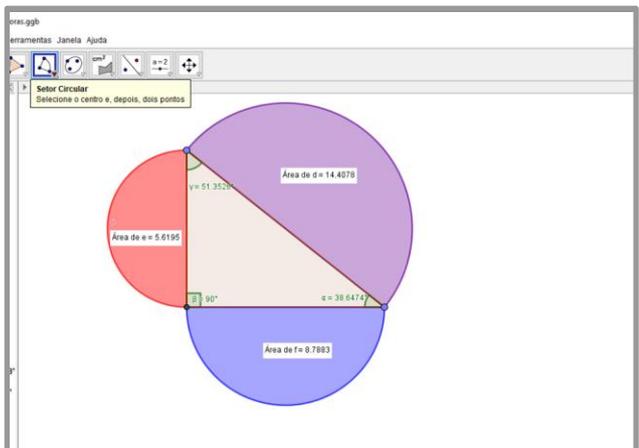
2 Você observou alguma relação entre as áreas dos polígonos (menor, médio e maior) obtidas no quadro? Descreva o que foi observado.

3 Como você reescreveria o enunciado do Teorema de Pitágoras? Por quê?

Fonte: Autores do trabalho, 2021.

Por fim, o ODA 4 (FIGURA 4) objetivou validar ou não o Teorema de Pitágoras para semicírculos construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.

Figura 4: Formulário de Investigação do ODA 4



4 E, então, o Teorema de Pitágoras serve também para semicírculos construídos sobre seus lados? Explique.

5 Como você reescreveria o enunciado do Teorema de Pitágoras? Por quê?

Fonte: Autores do trabalho, 2021.

Cabe ressaltar que as atividades foram realizadas no formato investigativo, em que os professores testaram, por meio dos controles deslizantes, os diversos formatos dos polígonos e do semicírculo, para tirarem suas conclusões. Esta forma de investigação tornou a formação mais dinâmica e ativa, tanto para os professores, quanto para o pesquisador. Para elucidar os

resultados obtidos e analisá-los, os professores foram denominados com as nomenclaturas A, B, C, D, E, F, G e H, a fim de preservar o anonimato.

4 RESULTADOS OBTIDOS

O Teorema de Pitágoras tem papel primordial no desenvolvimento do pensamento. Os resultados obtidos são descritos conforme os ODAs foram desenvolvidos. Segundo Reis e Reis (2002, p. 5), “a análise descritiva é a fase inicial deste processo de estudo dos dados coletados [na qual se deve] organizar, resumir e descrever os aspectos importantes de um conjunto de características observadas ou comparar tais características entre dois ou mais conjuntos”.

No planejamento do conjunto das atividades investigadas, por meio dos ODA, levou-se em consideração iniciar por algo conhecido pelos professores, ou seja, o enunciado do Teorema de Pitágoras, a partir de áreas de quadrados, o que, de fato, foi relevante, pois, ao manipular o ODA 2, foi possível notar, por gestos e ações, uma demonstração de confiança por parte dos professores para construir e investigar o Teorema de Pitágoras. O professor G, que foi logo experimentando o objeto construído, comentou: “*É muito mais simples mexer somente nos controles deslizantes e ficar olhando o que acontece*” (DIÁRIO DE CAMPO DO PESQUISADOR, 2020). Nesse sentido, cabe salientar o que Gravina (2015) menciona acerca do GeoGebra. Para a autora, a dinâmica e a interação permitidas pelo GeoGebra nas construções, nas quais uma figura é um “desenho em movimento” que pode ser transformado sem perder as relações geométricas impostas à construção, compensam o trabalho de construção de um ODA. Essa característica do GeoGebra facilitou a manipulação do ODA por parte dos professores. Observou-se que os participantes não apresentaram dificuldades em produzi-lo e analisá-lo. Ao manipular o objeto construído, investigaram o Teorema de Pitágoras em triângulos de tamanhos diversos, preencheram a tabela e responderam às perguntas expressas na Figura 1. Rapidamente concluíram que o Teorema de Pitágoras é válido para todo triângulo retângulo. Afirma o Professor G, no seu Formulário de Investigação, que, ao movimentar os controles deslizantes, “*os perímetros e as áreas de todos os polígonos modificam-se*”. Em relação aos quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo, ele escreveu que “*a soma das duas áreas menores é sempre igual à área maior, o que comprova o Teorema de Pitágoras*”. Possibilitou-se que cada um dos professores apresentasse suas descobertas. No momento seguinte, foi feito um resumo das conclusões dos professores acerca do Teorema de Pitágoras. O pesquisador fez o seguinte registro em seu diário de campo:

Após a investigação do ODA 2, construído no *software* GeoGebra pelos professores, de forma conjunta, nos permite visualizar que o Teorema de Pitágoras é válido somente para triângulos retângulos, independente das medidas dos seus lados (DIÁRIO DE CAMPO DO PESQUISADOR, 2020).

Dando continuidade à pesquisa, foi desenvolvido o ODA 3, no qual os polígonos construídos sobre os lados (quadrados) foram substituídos por outros polígonos, como pentágonos, hexágonos, heptágonos, entre outros. O intuito era problematizar se a soma das áreas obtidas e construídas sobre os dois lados regulares menores era igual à área construída sobre a hipotenusa, caso os quadrados fossem substituídos por outros polígonos regulares.

Porém, antes da construção propriamente dita, o pesquisador indagou a respeito da

definição inicial⁴ dada ao Teorema de Pitágoras e se houve alguma mudança desse conceito a partir das investigações realizadas durante o curso. O professor A deu ênfase à palavra ‘áreas’ e respondeu: “*O que muda é que temos que dizer que a soma das áreas dos quadrados dos catetos é igual à área do quadrado da hipotenusa*” (DIÁRIO DE CAMPO DO PESQUISADOR, 2020). Num gesto positivo com a cabeça, todos concordaram que houve um melhor entendimento do conceito do teorema a partir da investigação. A resposta dada pelo participante da pesquisa fomentou uma nova pergunta que foi feita a todos: “*Mas será que é somente na área de quadrados que o teorema funciona?*” (DIÁRIO DE CAMPO DO PESQUISADOR, 2020). Os participantes trocavam olhares sem saber o que dizer. Assim, foram convidados a construir o ODA 3, que, a partir daqui, é descrito em detalhes.

O passo a passo da construção em forma de tutorial foi entregue impresso a cada professor participante. O objetivo era observar a autonomia e a cooperação do grupo. A construção ocorreu de forma colaborativa, sem apresentar maiores dificuldades. À medida que terminavam, ajudavam os colegas a concluir a tarefa. Imbernón (2009, p. 59-60) afirma que os momentos de formação continuada são momentos de “formação do colaborativo docente”, em busca de “aumentar o conhecimento pedagógico e a autonomia” e que “essa formação coletiva supõe também uma atitude constante de diálogo, de debate, de consenso não imposto, de não fugir do conflito, de indagações colaborativas para o desenvolvimento da organização, das pessoas e da comunidade que as envolve”.

Cabe salientar que, ao manipular o *software* GeoGebra nas construções anteriores, o professor, que antes nada ou pouco sabia de GeoGebra, ganhou experiência e agilidade nas construções. Com o Formulário de Investigação do ODA 3, partiram para a investigação cujo objetivo era saber se o Teorema de Pitágoras tinha validade caso outros polígonos regulares fossem construídos sobre os catetos e a hipotenusa, além de quadrados. Os resultados observados foram registrados pelos professores no formulário impresso. A última pergunta do formulário era o foco da investigação do ODA 3: Como você reescreveria o enunciado do Teorema de Pitágoras? A escrita dos participantes ficou bastante próxima. Ressalta-se a do professor E, nos seguintes termos: “*A soma das áreas dos polígonos de n lados construídos sobre os catetos é igual à área do polígono de n lados referentes [construído] sobre a hipotenusa*”.

O professor F, enquanto preenchia o formulário impresso, ressaltou que “*os livros didáticos deveriam ser mais abrangentes e mais explicativos sobre a relação de área de polígonos regulares com o triângulo retângulo no Teorema de Pitágoras*” (DIÁRIO DE CAMPO DO PESQUISADOR, 2020). Após a investigação do ODA 3, os professores concluíram que o Teorema de Pitágoras é mais do que uma simples expressão algébrica, demonstrando, assim, maior segurança no manuseio do computador e do *software* GeoGebra. Então, foram convidados a visitar o *site* geogebra.org, para registrar uma conta, guardar o material produzido no encontro e buscar novos ODAs no *site*.

O geogebra.org funciona como um repositório ou armazenamento de material pedagógico produzido no mundo inteiro. “A maioria aceitou abrir conta no geogebra.org e fazer *upload* dos arquivos criados durante o curso” (DIÁRIO DE CAMPO DO PESQUISADOR, 2020). “Alguns professores ficaram surpresos com a quantidade de material disponível no *site* do GeoGebra. O professor F sugeriu futuras formações que ajudariam muito o professor a utilizar os recursos da página de *internet*” (DIÁRIO DE CAMPO DO PESQUISADOR, 2020).

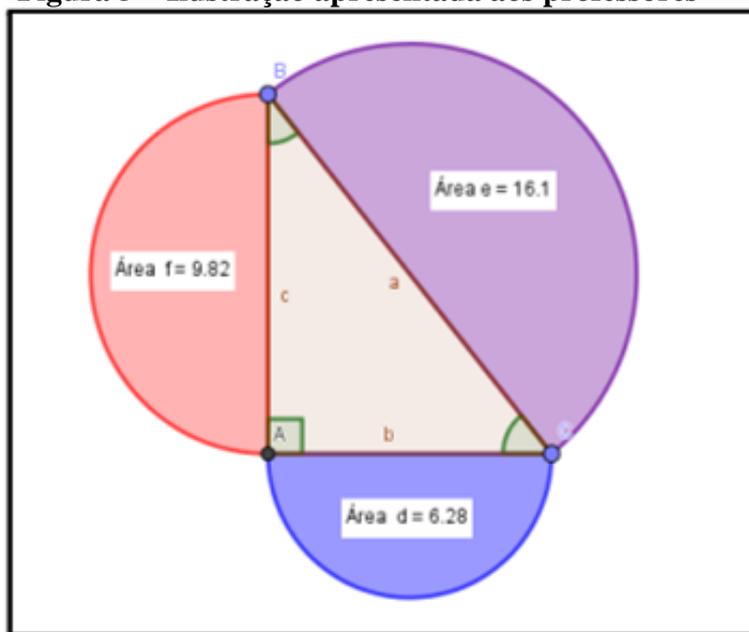
⁴Num momento inicial da formação, alguns professores definiram o Teorema de Pitágoras apenas como “ $a^2=b^2+c^2$ ” e outros como “hipotenusa ao quadrado é igual cateto ao quadrado mais cateto ao quadrado”.

Para finalizar o encontro, foram discutidas as atividades realizadas e a necessidade de pesquisar novos recursos digitais que possam auxiliar o professor em sala de aula. Todos concordaram que estavam apenas iniciando a utilização de tecnologias digitais e que tinham muito a aprender sobre as funcionalidades do *software* GeoGebra, dando início ao que Moran (2012) considera como “primeira parte da aprendizagem tecnológica”.

Outrossim, a partir das construções de distintos polígonos, coube a seguinte pergunta: Se o Teorema de Pitágoras é válido para polígonos de n lados, poder-se-ia pensar em explorar um círculo ou semicírculo? Assim, deu-se início à exploração do ODA 4. Nesse sentido, o pesquisador perguntou aos professores: o que dizer sobre a relação do Teorema de Pitágoras com os círculos? Seria possível construir algo para testar mais uma vez a validade do Teorema de Pitágoras? (DIÁRIO DE CAMPO DO PESQUISADOR, 2020).

O professor D ponderou que “não seria possível, porque o círculo não possui lados”. Como ninguém mais apresentou sugestões, o pesquisador indicou o caminho, dizendo: “E se nós fizéssemos semicírculos sobre os lados?” Todos concordaram balançando positivamente a cabeça e seguiram na construção (DIÁRIO DE CAMPO DO PESQUISADOR, 2020), para a qual, inicialmente, não foi distribuído nenhum material do tipo passo a passo (tutorial), apenas foi fornecida uma imagem no *Google Slides* (FIGURA 5).

Figura 5 – Ilustração apresentada aos professores



Fonte: Autores do trabalho, 2021.

Os professores foram orientados a criarem um triângulo retângulo e suas propriedades, semelhante ao que foi feito na construção dos ODAs anteriores. Em vez de polígonos regulares, deveriam construir semicírculos sobre os lados do triângulo. A seu modo, cada professor realizou a construção. O Professor C utilizou as ferramentas “Pontos” e “Polígonos” e se orientou com a malha para criar o ângulo reto do triângulo; o Professor A somente fez uso da ferramenta “Polígonos”. Para criar os semicírculos em torno do triângulo retângulo, utilizaram a ferramenta “Semicírculo”. Ambos os professores não conseguiram deixar visível a medida da área dos semicírculos com a ferramenta “Área”. Depois de sugerir que tentassem utilizar outra ferramenta para construir os semicírculos, mas sem sucesso, o pesquisador entregou a cada um, um impresso com um tutorial para a construção do ODA 4, que sugeria o uso da ferramenta

“Setor Circular” em vez de “Semicírculo”.

Após a construção, os professores partiram para a investigação, com o intuito de verificar a validação do Teorema de Pitágoras para a área de semicírculos construídos sobre os lados do triângulo retângulo, manipulando o ODA 4 que criaram. Ao verificar que o Teorema de Pitágoras tem validade para polígonos regulares e semicírculos construídos sobre os catetos e a hipotenusa, a pergunta final solicitava que o professor cursista reescrevesse o Teorema de Pitágoras. Apesar de resumirem os encontros anteriores destacando as construções anteriores e os resultados relativos ao Teorema de Pitágoras, as respostas dos professores A, B e G demonstram que não perceberam que o objetivo era obter uma definição genérica ao final dos encontros, uma vez que descreveram apenas a investigação do ODA 4, conforme ilustra a resposta do Professor A: “A área do semicírculo construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos semicírculos construídos sobre os catetos”. Já o Professor D fez o seguinte registro no Formulário de Investigação: “A área da superfície de uma figura geométrica plana qualquer construída a partir da hipotenusa é igual à soma das outras áreas das figuras geométricas planas da mesma forma construídas a partir dos catetos desse mesmo triângulo retângulo”.

Este encontro foi encerrado com a convicção de que o material produzido durante os encontros presenciais já fazia alguma diferença na formação destes professores. Bacich e Moran (2018, p. 138) comentam a relação do professor com a tecnologia:

Com um objetivo de aprendizagem já fixado, o professor busca utilizar uma ferramenta tecnológica específica para potencializar a construção do conhecimento pelo aluno. Há preferência por ferramentas que tornem possível observar, explorar ou desenvolver algum aspecto, ações que não seriam viáveis sem seu uso, justificando assim a escolha do instrumento em questão.

O pensamento da autora corrobora o que foi fomentado durante a formação continuada, isto é, utilizar uma tecnologia que possibilite investigar conjecturas matemáticas somente possíveis com um *software* de GD. A experiência vivida pelo pesquisador foi a de que é possível produzir e utilizar material digital com qualidade, produzido pelo próprio professor, desde que esteja preocupado em dinamizar suas aulas de Matemática, dar visualização a conteúdos abstratos e promover momentos para diversas outras aprendizagens, como: autonomia, curiosidade e engajamento tecnológico digital.

Cabe salientar que, no decorrer da prática, não foi solicitado aos professores se a validade do Teorema de Pitágoras poderia ocorrer caso os polígonos fossem irregulares. Assim, deixa-se esta possibilidade de investigação para uma etapa posterior, ou em outra investigação com alunos ou mesmo com professores. Entende-se que assim ampliar-se-iam consideravelmente o uso do GeoGebra e a própria pesquisa com foco na utilização de novas ferramentas ainda não exploradas em formações continuadas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em síntese, a partir dos objetos dinâmicos construídos pelos professores, foi possível constatar que o Teorema de Pitágoras é verdadeiro, quando exploramos áreas de distintos polígonos regulares e semelhantes entre si, construídos sobre os seus lados. Além da investigação geométrica, com ampliação dos conhecimentos matemáticos, o estudo deu confiança ao professor que deseja incluir a tecnologia no seu fazer pedagógico, incentivando-o

a refletir sobre novas concepções de educação, novas tecnologias, novas metodologias e novos desafios da profissão docente. “É preciso sensibilizar e capacitar os professores para ações inovadoras, para tomar mais a iniciativa, para explorar novas possibilidades nas suas atividades didáticas, na sua carreira, na sua vida”, diz Moran (2012, p. 65).

Em relação às construções no GeoGebra, os professores evidenciaram poucas dificuldades ao manipularem o *software*, para construir e investigar o Teorema de Pitágoras. Mesmo sem experiência com o GeoGebra, os obstáculos para a realização das atividades propostas no desenvolvimento do curso foram pequenos, sendo superados pelo entusiasmo e pelo interesse nas atividades propostas, o que demonstra que estavam “abertos à atualização e ao crescimento profissional” (MORAN, 2012, p. 85).

O estudo deixou algumas impressões. Uma delas diz respeito a professores com vários anos de experiência em sala de aula, que pretendem desenvolver propostas pedagógicas dinâmicas e interativas, condizentes com a geração de alunos que frequentam a escola e com o que preconiza a BNCC (2018). É necessário aprofundar seus saberes metodológicos relativos à utilização de tecnologias digitais em sala de aula, frequentando, por exemplo, cursos de formação continuada que busquem integrar esses recursos para a melhoria da aprendizagem. A outra impressão está relacionada ao uso de tecnologias digitais, que depende fundamentalmente do professor, que, como educador entusiasta, busca articular com colegas de profissão a formação pessoal e profissional, pesquisando, experimentando e compartilhando ideias e resultados do ensino e da aprendizagem (DEMO, 2009; MORAN, 2012; KENSKI, 2012).

Ainda, como ser político, o professor deve cobrar das representações políticas, a começar pela gestão escolar (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015), ações educacionais voltadas à melhoria da tecnologia utilizada na escola, como conectividade (melhoria da *internet*) e equipamentos que possam ser utilizados na sala de aula e no laboratório de informática; formação continuada que propicie momentos de aprendizagem e de apropriação das tecnologias garantidas por lei; participação efetiva no Projeto Político Pedagógico (PPP) da escola e de leis e diretrizes que organizem o sistema educacional.

REFERÊNCIAS

APPLE. **Apple classroom of tomorrow**: philosophy and structure and what’s happening where: Apple Computer, 1991.

BACICH, L.; MORAN, J. (Org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

BACICH, L; TANZI NETO, A; TREVISANI, F. M. Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Editora Penso, 2015.

BORBA, Marcelo de C.; PENTEADO, Mírian G. **Informática e Educação Matemática**. ed. 5. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia R. da; GADANIDIS, George. **Fase das tecnologias digitais em Educação Matemática**: Sala de aula e internet em movimento. ed. 2. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. *In*: BORBA, M. C. ARAÚJO, J. L. (Orgs). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 10 out. 2019.

DEMO, Pedro. **Educação hoje**: “Novas” tecnologias, pressões e oportunidades. São Paulo: Atlas, 2009.

GERHARDT, Tatiana E.; SILVEIRA, Denise T. (Orgs). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/52806>. Acesso em 12 Dez. 2019.

GIL, Antônio C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. ed. 6. São Paulo: Atlas, 2008.

GIL, Antônio C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. ed. 4. São Paulo: Atlas, 2002.

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria dinâmica**: uma nova abordagem para o aprendizado de geometria. *In*: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO. 7., nov. 1996, Belo Horizonte, MG. Anais [...]. p.1-13. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/pdf/maria-alice_geometria-dinamica1996-vii_sbie.pdf. Acesso em: 12 dez 2019.

GRAVINA, Maria Alice. **O potencial semiótico do GeoGebra na aprendizagem da geometria**: uma experiência ilustrativa. 2015
Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/605/561>.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação permanente do professorado**: novas tendências. São Paulo: Cortez, 2009.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação docente e profissional**: formar-se para mudança e a incerteza. 9. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

KENSKI, Maria Vani. **Educação e Tecnologias**: O novo ritmo da informação. ed. 8. Campinas: Papirus, 2012.

KENSKI, Maria Vani. **Tecnologias e tempo docente**. Campinas: Papirus, 2013.

LIRA FILHO, Eugênio. **Uma abordagem investigativa do Teorema de Pitágoras por meio do software GeoGebra**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, RS, 15 out. 2021.

MALHOTRA, Naresh. **Pesquisa de marketing: uma orientação aplicada**. trad. Nivaldo Montingelli Jr. e Alfredo Alves de Farias. ed. 3. Porto Alegre: Bookman, 2001.

MORAN, José Manuel. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. ed. 5. Campinas: Papirus, 2012.

MORAN, José Manuel.; BACICH, Lilian. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018.

MORAN, José Manuel.; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda A.. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. ed. 12. Campinas: Papirus, 2013.

REIS, Edna A.; REIS, Ilka A. **Análise Descritiva de Dados**. Relatório Técnico do Departamento de Estatística da UFMG, 2002. Disponível em:
<http://www.est.ufmg.br/portal/arquivos/rts/rte0202.pdf>. Acesso em: 20. dez. 2019.

VALENTE, José Armando (Org). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.