ATOS DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO
ISSN: 1809-0354

UMA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA PARA A APROPRIAÇÃO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

A PEDAGOGICAL INTERVENTION FOR THE APPROPRIATION OF THE DECIMAL NUMBERING SYSTEM

UNA INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA PARA LA APROPIACIÓN DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

MAGINA, Sandra
Smpmagina@uesc.br
UESC/BA – Universidade Estadual de Santa Cruz
http://orcid.org/0000-0003-0383-9744

CASTRO, Viviane
vivianecastro92@yahoo.com.br
Secretaria Municipal de Educação de Ilhéus
http://orcid.org/0000-0002-2237-9387

FONSECA, Sônia
jspfonseca@uesc.br
UESC/BA – Universidade Estadual de Santa Cruz
http://orcid.org/0000-0003-2654-1887

RESUMO: Este artigo discute o potencial didático de uma intervenção de ensino apoiada por jogos, materiais manipulativos e discussões coletivas, para contribuir com a construção do conceito de Sistema de Numeração Decimal, por estudantes do 3º ano, do Ensino Fundamental. O estudo considerou o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e a Alfabetização Matemática do Pacto Bahia e teve o respaldo teórico da Teoria das Situações Didáticas. O estudo contou com um grupo experimental (GE) e um grupo controle (GC). Ambos passaram por um pré e um pós-teste, além de uma intervenção de ensino entre eles. Diante dos resultados obtidos, podemos inferir a existência de um efeito positivo na intervenção de ensino proposta para o GE.
Palavras-chave: Alfabetização Matemática. Intervenção de Ensino. Sistema de Numeração Decimal. Teoria das Situações Didáticas.

ABSTRACT: This article discusses the didactic potential of a teaching intervention supported by games, manipulative materials and collective discussions, to contribute to the construction of the concept of Decimal Numbering System, by elementary school students. The study considered the National Pact for Literacy at the Right Age and the Mathematical Literacy of the Bahia Pact and had the theoretical support of the Theory

of Didactic Situations. The study included an experimental group (EG) and a control group (CG). Both underwent a pre and a post test, and a teaching intervention between them. Given the results obtained, we can infer the existence of a positive effect on the teaching intervention proposed for the EG.
Keywords: Mathematical Literacy. Teaching Intervention. Decimal Numbering System. Theory of Didactic Situations.

RESUMEN: Este artículo discute el potencial didáctico de una intervención de enseñanza, apoyada por juegos materiales manipulativos y discusiones colectivas, para contribuir con la construcción del concepto de Sistema de Numeración Decimal, por estudiantes del 3º año de la Enseñanza Fundamental. El estudio hay considerado el Pacto Nacional por la Alfabetización en la Edad Correcta y la alfabetización matemática del Pacto Bahia, y el respaldo teórico fue la Teoría de las Situaciones Didácticas. El estudio contó con un grupo experimental (GE) y uno de grupo control (GC), los cuales pasaron por una prueba antes (pre-test) y otro después (post-test) una intervención de enseñanza. Los resultados nos llevan a inferir la existencia de un efecto positivo de la intervención de enseñanza propuesta.
Palabras clave: Alfabetización Matemática. Intervención de Ensiñanza. Sistema de Numeración Decimal. Teoria de las Situaciones Didacticas.

1 INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta parte dos resultados de uma dissertação de mestrado que teve como objetivo investigar a influência de uma intervenção de ensino apoiada por material manipulativo, jogos e em discussões coletivas, para a construção do conceito de Sistema de Numeração Decimal (SND), por parte de estudantes do 3º ano, do Ensino Fundamental. Para efeito deste texto, focaremos nos seis encontros da intervenção de ensino do Grupo Experimental (GE), porque foram esses momentos que nos ajudaram a responder duas questões de investigação: *Qual a influência de uma intervenção pedagógica apoiada por material manipulativo, jogos e em discussões coletivas, para a construção do conceito de Sistema de Numeração Decimal (SND), por parte de estudantes do 3º ano, do Ensino Fundamental? E de que forma e como se dá tal influência?*

Adiantamos que os resultados evidenciaram que a mediação pedagógica, com apoio dos jogos, do material manipulativo e das discussões coletivas, mostrou-se positiva para a construção dos conhecimentos desses estudantes do ciclo da alfabetização, no que concerne à compreensão dos conceitos envolvidos no SND: contagem por agrupamento, agrupamento e troca e valor posicional.

2 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL NA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA

O Sistema de Numeração Decimal (SND) é um conhecimento socialmente construído num processo histórico-cultural. Sua origem, na história da humanidade, passa pelas diversas construções do número: a distinção entre um e muitos, a correspondência um a um, as primeiras formas de contagem, a correspondência com as diversas partes do corpo, e os vários sistemas numéricos precedentes.

Apesar de ter sido concebido e aperfeiçoado pelos hindus, a sua propagação se deve ao povo árabe. Por essa razão, ficou conhecido como Sistema de Numeração Indo-arábico (IFRAH, 1997). Ele tem um conjunto de signos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9) intencionalmente criado, de forma arbitrária e convencional, que representa quantidades, e o zero (0), que representa a ausência de quantidade (AGRANIONIH, 2008). Os números são representados com a utilização de dois princípios fundamentais: a base dez e o valor posicional, fundamentos que foram aceitos pela maior parte das civilizações pela eficiência na representação numérica e no cálculo dessas quantidades.

Para além disso, há um conjunto de regras, ou propriedades, que define rigidamente como eles funcionam para substituir os elementos da realidade que notam ou registram. Por ser uma convenção social, não é um conhecimento intrínseco ao homem, precisa ser sistematizado pela escola, de forma a garantir uma verdadeira compreensão dos conceitos nele inerentes, a conhecer: o conceito de contagem, de agrupamento, de agrupamento e troca, de valor posicional.

- Conceito de contagem: estabelece a correspondência biunívoca e recíproca nome-objeto, entender que a quantidade total de elementos de uma coleção pode ser expressa por um único nome.
- Conceito de contagem por agrupamento**:** supera a correspondência um a um e conta a partir de grupos de objetos. Nesse caso, o quantitativo de elementos

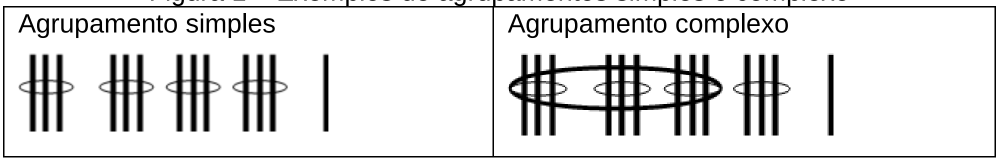
DOI: https://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2020v15n4p1246-1271

ISSN: 1809-0354

é estabelecido de acordo com algum critério pré-determinado, ou seja, a base (MOURA,1996).

O agrupamento pode ser *simples* ou *complexo***.** No agrupamento simples, a quantidade estabelecida de elementos dos grupos permanece estável até que não se possa formar mais grupos. Já no agrupamento complexo, não apenas formamos grupos, mas realizamos grupos de grupos. Os dois tipos de agrupamentos estão ilustrados na Figura 1 a seguir.

Figura 1 – Exemplos de agrupamentos simples e complexo



Fonte: Inspirada no programa *Salto para o Futuro*, TV Escola, 2014.

- Conceito de agrupamento e troca: possui a regularidade na qual a passagem de um grupo para a posição imediatamente superior só será feita mediante agrupamentos de 10. Assim, 10 elementos de um agrupamento equivalem a um elemento da ordem que lhe é imediatamente superior.
- Conceito de valor posicional: explica que no conjunto dos números naturais a posição ocupada por cada algarismo altera o seu valor em uma potência de 10 (na base 10) para cada casa de ordem consecutivamente superior. Nesse caso, cada posição confere ao algarismo um valor dez vezes maior que a posição a sua direita. Assim, todo algarismo escrito à esquerda de outro algarismo vale dez vezes mais que ele (IFRAH, 1997). Além disso, podemos considerar atributos relevantes do Sistema de Numeração Decimal, a saber:
- É econômico, pois, com apenas dez símbolos combinados de formas diferentes entre si, pode-se registrar qualquer quantidade;
- É um sistema de numeração posicional, em que um mesmo algarismo pode possuir valores diferentes de acordo com a ordem em que se encontra;
- Possui base decimal. A cada agrupamento de 10 forma-se um (re)agrupamento da ordem posterior;
- Usa-se o zero para indicar ausência de unidades ou agrupamentos;

DOI: https://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2020v15n4p1246-1271

- É aditivo. O resultado é obtido diante da composição somatória dos valores que os algarismos ocupam. Exemplo: 16 = 10 + 6;
- É multiplicativo. Para se descobrir o valor posicional, multiplica-se o algarismo por 10, 100 e assim sucessivamente. Exemplo: $532 = 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$.

Apesar de podermos considerar o SND como um saber de uso cotidiano, Lerner (1995; 1996) ressalta que o mesmo é um objeto de conhecimento muito complexo. Segundo esse autor, tal dificuldade origina-se da própria gênese de sua criação, processo que a humanidade levou milhares de anos para construí-lo (LERNER, 1995; 1996). Ao concebermos o SND enquanto sistema notacional, atribuímos uma significação mais ampla para esse conhecimento e, consequentemente, para a sua aquisição.

Consideramos essencial que seja a própria criança a construir seu conhecimento e para que tal aconteça é preciso haver um ambiente problematizador de negociações e de sentido matemático. Nessa direção, os alunos precisam matematizar o SND, ou seja, ler, escrever, levantar e testar hipóteses, registrar resultados provisórios, compartilhar diferentes estratégias, construir argumentos matemáticos, formular conceitos e construir significados para esse sistema.

Diante dos vários conceitos matemáticos a serem construídos pelos estudantes durante o ciclo de alfabetização, destacamos o SND como um conteúdo imprescindível para essa etapa de escolaridade, por considerarmos que os conceitos e as propriedades que lhes são peculiares estão presentes em nossas práticas cotidianas. Além disso, o SND é preceito para a construção de todos os outros conhecimentos que permitirão a evolução dos saberes matemáticos para além da alfabetização matemática.

Por ser um sistema posicional, o SND oculta algumas relações que as crianças não descobrem espontaneamente. Por isso, é necessário que elas possam, por meio de atividades práticas, mobilizar reflexões, reconstituir os princípios e as regularidades que regem a organização escrita deste sistema. Não faz nenhum sentido elas “aprenderem” a reproduzir terminologias sem realmente compreenderem os conceitos

ISSN: 1809-0354

elementares que envolvem esse conhecimento, tais como, contagem, agrupamentos, troca e valor posicional (GOLBERT, 2003).

Assim, é importante promover atividades que estimulem os alunos a refletirem sobre as características desse sistema de numeração. E mais, que permitam o constante levantamento de hipóteses sobre suas escritas e leituras, bem como seus significados em diferentes contextos sociais (CARVALHO, 2010).

Um exemplo de atividade pedagógica que permite reflexão sobre o SND são os jogos com regras estruturadas nas regularidades deste sistema numérico. Ao se apropriar das regras em tais jogos, a criança estará ludicamente se apropriando dos princípios que regem a organização desse sistema numérico.

3 O PAPEL DOS JOGOS NA APROPRIAÇÃO DO SND

Partimos do pressuposto de que jogos matemáticos com regras estruturadas nas propriedades do SND, especificamente na contagem, no agrupamento, no posicionamento e no registro simbólico, são importantes aliados na construção dos conceitos concernentes a esse sistema numérico. Consideramos que ao vivenciar um jogo nessa configuração, o aluno terá a possibilidade de assimilar, por meio de uma atividade lúdica, estruturas fundamentais para a construção da noção de número no sistema decimal.

Por isso, tomamos como relevante que os jogos com regras, apoiados por propriedades do SND, sejam realizados no ciclo de alfabetização. Nessa direção, a utilização de diferentes tipos de materiais de manipulação é um recurso interessante. Seu uso proporciona ao aluno uma possibilidade de experiências lógicas por intermédio de diferentes formas de representação de relações matemáticas (BEHR; LESH; POST, 1983).

Do nosso ponto de vista, os processos de mediação pedagógica, seja no momento do jogo ou em outra situação didática, ganham relevância nas nossas reflexões, revelando que uma aprendizagem significativa sobre o SND, depende da qualidade da mediação realizada pelo professor.

Inspiramo-nos, então, na Teoria das Situações Didáticas (TSD) (BROUSSEAU, 1996; 1997; 2008) para construir as mediações pedagógicas presentes nos encontros da intervenção de ensino de nosso estudo.

4 A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD) EM POUCAS PALAVRAS

Esse arcabouço teórico valoriza os conhecimentos mobilizados pelo aluno e o seu envolvimento na construção do saber matemático. Valoriza, ainda, o trabalho do professor, o qual consiste, fundamentalmente, em criar condições suficientes para que o aluno se aproprie de conteúdos matemáticos específicos.

A TSD (BROUSSEAU, 1996; 1997) tem por pressuposto que o ensino da Matemática aconteça predominantemente a partir da interação entre três elementos fundamentais: o *professor,* cujo papel centra-se na criação de situações intencionais, de modo a aproximar o aluno do saber científico; os *estudantes*, que participam ativamente como protagonistas da construção de seu conhecimento por meio das suas elaborações mentais e o *meio* (*milieu*). Este último, mais do que um espaço físico, são situações de ensino criadas pelo docente como ferramentas potencializadoras de aprendizagens. O *milieu* só tem eficiência caso esteja repleto de situações didáticas. É por meio dele que se gera a dificuldade, e/ou conflito, e/ou desequilíbrio, e/ou contradições no sistema cognitivo do aluno, ajudando na construção do conhecimento do aluno.

Brousseau (1996, 1997) sustenta a importância de o aluno ter papel ativo na construção de seu conhecimento, estabelecendo a função de pesquisador. Tal fato significa dizer que o professor precisa promover situações em que os aprendizes sejam estimulados a criar hipóteses, testar suas conjecturas, fazer comparações, demonstrar e elaborar conceitos que serão socializados, validados e defender suas ideias. É nesse processo de construção e reconstrução que as informações se transformam em conhecimento, e a aprendizagem se dá de forma significativa.

Dois aspectos importantes da TSD merecem destaque na compreensão de como se dá o processo de aprendizagem, sua evolução e consolidação. O primeiro, pautado nas ideias de Piaget (1975), corresponde à aprendizagem por adaptação.

ISSN: 1809-0354

Aqui, cabe ao aluno mobilizar e adequar seus conhecimentos prévios para resolver um determinado problema. O segundo, é a importância de o aluno realizar suas tarefas, de forma independente, sem a intervenção explícita do professor. Brousseau (1997) denomina esse tempo de aprendizagem, de situações adidáticas.

Para esse pesquisador, uma situação adidática denota uma aparente ausência de controle pedagógico explícito do professor. Isso significa que nessa situação, em que a intenção de ensinar não é revelada, promove oportunidades ricas, que favorecem a ideia de que os conhecimentos matemáticos são importantes também para resolver problemas do dia a dia e não apenas de que eles são construídos artificialmente pela escola com a intenção da promoção do ensino (BROUSSEAU, 2008). Essas situações são partes essenciais da situação didática.

Já situação didática, de acordo com Brousseau (2008), é o conjunto de situações explícitas ou implícitas estabelecidas entre o aluno (ou grupo de alunos), um certo meio (*milieu*) e um sistema educativo (professor), cuja função é que o discente adquira um saber constituído, ou em constituição. Para modelar as situações didáticas, o autor propõe quatro etapas: ação, formulação, validação e institucionalização (BROUSSEAU, 2008).

A *ação* se caracteriza por colocar o aluno diante de situações desafiadoras, em que seus conhecimentos prévios do não serão suficientes para a resolução do desafio. A etapa da *formulação* consiste nas interações e trocas de informação entre os alunos ou entre o aluno e o *milieu*. Esta etapa permite que o estudante vá gradativamente construindo uma linguagem de representações bem mais elaborada, própria da linguagem matemática. Na etapa de *validação*, os estudantes, mediante modelos de resolução criados por eles, tentam convencer explicitamente seus interlocutores da pertinência de suas afirmações e estabelecem argumentos plausíveis para validar suas estratégias. Por fim, a etapa de *institucionalização* é o momento em que o professor sistematiza, formaliza e generaliza o conhecimento discutido nas etapas anteriores. Nesta etapa, o saber se configura de forma explícita, uma vez que as significações matemáticas construídas pelos estudantes durante todo o processo ganham um caráter oficial e socialmente estabelecido (BROUSSEAU, 1997).

DOI: https://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2020v15n4p1246-1271

As quatro situações propostas pela TSD apresentam caráter psicológico e pedagógico favoráveis ao ensino e à aprendizagem de conceitos matemáticos, visto que o aluno é concebido como protagonista da construção do conhecimento ao promover a participação ativa do mesmo no seu processo de apropriação de saberes matemáticos.

Nessa perspectiva, o professor assume um novo papel: mediar situações ricas e desafiadoras de forma intencional, desafiando seus alunos a construírem novos esquemas de ação, para a resolução de problemas. Trata-se, portanto, de um processo de construção, desconstrução e reconstrução, aproximando-se dessa forma dos conhecimentos científicos socialmente estabelecidos.

5 METODOLOGIA DO ESTUDO

O estudo teve como proposta metodológica um delineamento quase-experimental, em que houve a intervenção das pesquisadoras na aprendizagem dos alunos, mas não houve distribuição aleatória dos participantes (CAMPBELL; STANLEY, 1979). Tal fato se justifica por se tratar de um estudo realizado em contexto escolar, no horário de aula, o que implica ter que trabalhar, a princípio, com todos os alunos matriculados naquela turma. Ele foi realizado com duas turmas do 3º ano, do Ensino Fundamental, de uma escola da Rede Pública Municipal de Ilhéus-BA.

Em uma das turmas, aplicamos os diagnósticos inicial (pré-teste) e final (pós-teste) e realizamos uma intervenção de ensino com seis encontros. Essa turma serviu de grupo experimental (GE). Na outra turma, também aplicamos os diagnósticos (pré e pós-testes) e coube a professora regente utilizar seis encontros para ensinar, de maneira convencional, o SND. Essas aulas foram assistidas por uma das pesquisadoras, sem, contudo, fazer qualquer interferência. Essa turma serviu de grupo controle (GC) do estudo. É importante salientar que apenas as crianças que responderam aos dois diagnósticos e, ainda, estiveram presentes em todos os encontros da intervenção (seja aquela realizada com o GE, ou com o GC) puderam ser consideradas como participantes desta pesquisa. Assim, participaram do GE 16 estudantes e do GC 13.

No que tange aos instrumentos diagnósticos, esses continham 12 questões, todas com contextos extramatemáticos e compatíveis com as circunstâncias. As mesmas questões foram oferecidas no pré e no pós-teste, mudando apenas a ordem de apresentação, em formato de livrinho, medindo meia folha A4. Cada página tinha apenas uma questão. Para oferecer ao leitor uma ideia acerca dos instrumentos, apresentamos, a seguir, na Figura 2, alguns exemplos das questões.

ISSN: 1809-0354

Figura 2 – Algumas questões presentes nos pré e pós-testes do estudo

01: A LIVRARIA BOM LIVRO VENDE CAIXA DE LÁPIS DE COR COM 10 LÁPIS CADA.
A) COM 100 LÁPIS QUANTAS CAIXAS PODEM SER FORMADAS PARA VENDER?
B) VÃO SOBRAR LÁPIS?

ESPAÇO PARA RESOLVER O PROBLEMA

RESPOSTA A): ___________
RESPOSTA B): ___________

02: VEJA O DINHEIRO QUE MARIA TINHA NO SEU COFRINHO. SÃO MOEDAS DE 1 REAL. ELA TROCOU AS MOEDAS POR NOTAS DE 10 REAIS. QUANTAS NOTAS DE 10 REAIS ELA CONSEGUIU?

ESPAÇO PARA RESOLVER O PROBLEMA

RESPOSTA: ___________

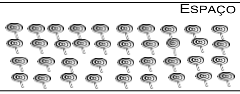
QUESTÃO 03: MARCELO GUARDA EM UMA CAIXA SUA COLEÇÃO DE FIGURINHAS DOS JOGADORES DE SEU TIME PREFERIDO. ELE TEM EM SUA COLEÇÃO 5 DEZENAS E 9 UNIDADES DE FIGURINHAS. Faça um X no quadradinho ao lado do NUMERAL REPRESENTA O TOTAL DE FIGURINHAS DE MARCELO

ESPAÇO PARA RESOLVER O PROBLEMA

A) ☐ 79
B) ☐ 59
C) ☐ 95
D) ☐ 65

04: A FÁBRICA DE PIRULITOS DOCE SABOR ARRUMA OS PIRULITOS COLOCANDO 10 EM CADA SAQUINHO. VEJA A QUANTIDADE DE PIRULITOS QUE O FUNCIONÁRIO JOSÉ VAI ARRUMAR NOS SAQUINHOS.
A) QUANTOS SAQUINHOS DE 10 PIRULITOS JOSÉ CONSEGUE FAZER COM ESSA QUANTIDADE?
B) VAI SOBRAR PIRULITOS?

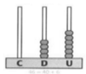
ESPAÇO PARA RESOLVER O PROBLEMA



RESPOSTA A: _____________
RESPOSTA B: ______________

06: NA AULA DE MATEMÁTICA A PROFESSORA PEDIU QUE RAFAEL REPRESENTASSE UM NÚMERO NO ÁBACO. QUAL FOI O NÚMERO REPRESENTADO POR ELE

ESPAÇO PARA RESOLVER O PROBLEMA



RESPOSTA: ___________

07: ONTEM, JOANA FOI AO BANCO COM DUAS NOTAS DE 10 REAIS E DISSE AO CAIXA QUE GOSTARIA DE TROCAR ESSAS NOTAS POR MOEDAS DE 1 REAL. QUANTAS MOEDAS JOANA RECEBEU?

ESPAÇO PARA RESOLVER O PROBLEMA

RESPOSTA: __________

Fonte: Elaborada pelas autoras.

As aplicações desses instrumentos, realizadas no mesmo dia nos dois grupos, foram feitas de maneira coletiva, com uma das pesquisadoras lendo em voz alta cada uma das questões. Esperávamos que os estudantes respondessem à questão para só então virar a página e ler a próxima. Assim, as aplicações ocorreram coletivamente, porém, eles responderam individualmente.

O pós-teste teve a finalidade de avaliar o efeito da intervenção realizada com esses alunos sobre os conceitos do SND. Esses instrumentos foram aplicados 15 dias antes e 15 dias após a intervenção. Como a segunda etapa se realizou ao longo de três semanas, isso significa dizer que o intervalo entre a aplicação de um para o outro diagnóstico foi de aproximadamente sete semanas. Acreditamos que esse intervalo entre os testes tenha sido mais um mecanismo de inviabilização ou, pelo menos, minimização substancial, do fator memorização das questões.

No que diz respeito à segunda etapa – a intervenção de ensino – teve como conteúdo de ensino os conceitos do SND: contagem por agrupamentos, agrupamentos e trocas e valor posicional. Foi desenvolvida no GE ao longo de seis encontros, que aconteciam duas vezes por semana, todos realizados por uma das pesquisadoras, com apoio da professora regente da classe, em horário de aula desses estudantes. Paralelamente, o GC também tinha dois encontros semanais para o ensino do SND ministrado por sua professora regente.

A intervenção do GE foi totalmente constituída por situações adidáticas e didáticas (BROUSSEAU, 1996, 1997, 2008), assim como o embasamento na ideia dos tempos didáticos da rotina de alfabetização matemática proposta no material de alfabetização matemática por meio do Programa pela Educação do Estado da Bahia (PACTO BAHIA) (BAHIA, 2015), em parceria com o Programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2015). Além disso, seu planejamento e sua efetivação se deu a partir do uso de materiais manipulativos, de jogos com regras baseadas nas propriedades do SND e de discussões coletivas.

Todos os encontros do GE tiveram três momentos didáticos distintos, a saber: (a) Matematizar com Jogos e Desafios; (b) Pensar e Operar Matematicamente e (c) Matematizar com Discussões Coletivas, os quais estão explicados a seguir.

a) Matematizar com Jogos e Desafios: momento inicial em que trazíamos situações lúdicas (jogos, brincadeiras, desafios, histórias matemáticas). Nelas, os conceitos matemáticos que queríamos trabalhar no encontro vinham implícitos e ainda não eram reconhecidos pelos estudantes como conteúdos escolares. Era o momento das “situações adidáticas” (BROUSSEAU, 1996, 1997, 2008).

b) Pensar e Operar Matematicamente: momento em que os estudantes tomavam decisões, onde respondiam perguntas, elaboravam e registravam hipóteses de resolução. Eles expunham seus saberes práticos para resolver um problema proposto. Este momento corresponde às situações de ação e de formulação (BROUSSEAU, 2008).

c) Matematizar com Discussões Coletivas: momento final em que os estudantes explicitavam oralmente as estratégias usadas para resolver determinadas situações. Tais verbalizações contribuíam para transformar o conhecimento implícito em explícito. No âmbito da Teoria das Situações Didáticas, esse momento corresponde à validação (BROUSSEAU, 1996, 1997).

Vale ressaltar que, embora esses momentos tivessem finalidades distintas, eles estavam intrinsecamente articulados, respeitando uma lógica organizacional na gestão didática dos encontros. Tendo explicitado a estrutura dos encontros, descreveremos, resumidamente, os seis encontros da intervenção.

Encontro 1: teve como conteúdo o agrupamento como recurso de contagem e de compreensão do Sistema de Numeração Decimal. O planejamento foi trabalhar o agrupamento em coleções, por meio de situação-problema, a fim de estabelecer a relação da quantidade/contagem.

Os estudantes foram divididos em pequenos grupos e com material concreto (100 ovos produzidos em papel cartão e 10 copos descartáveis empilhados). Com base nos estudos de Silva (2012), sendo proposta a seguinte situação-problema: *antes de dar o milho para a galinha, João tinha poucos ovos para organizar, mas agora isso mudou, ele está com muitos ovos e precisa encontrar uma forma de organizá-los para que possa contá-los sem ter que fazer sempre de um em um, pois seria muito cansativo. Vocês podem ajudá-lo?* Os grupos receberam lápis e uma folha de papel ofício para que registrassem a estratégia usada pelo grupo em sua resolução. A Figura 3 mostra uma das estratégias dos estudantes.

Figura 3 – Exemplo de estratégia de contagem por agrupamento usado pelo grupo 1 no 1º encontro

Fonte: Elaborada pelas autoras.

Informamos que, nessa atividade, primeiro o grupo desenhou os dez copos e só então foi colocando (registrando) os ovos, de um a um, em cada copo até finalizar o número total de ovos. Vários alunos comentaram com uma das pesquisadoras que a "melhor forma de contar era separando de dez em dez".

Após discussão no momento *Matematizar com Discussões Coletivas*, eles concluíram que a melhor forma de realizar a contagem de grandes quantidades seria agrupando os ovos de dez em dez.

Encontro 2: Aqui, foram trabalhados os agrupamentos simples e complexos como recurso de contagem. O objetivo foi facilitar a construção da noção de agrupamento de 10 em 10, além de mobilizar a ideia de formação de *grupo de grupo*.

Organizamos os estudantes em grupos com quatro integrantes e propomos o jogo: GANHA CEM PRIMEIRO. Fizemos a leitura das suas regras e entregamos os seguintes materiais para cada grupo: 100 palitos de picolé, 12 ligas elásticas (elásticos usados para amarrar dinheiro), dois dados, um tapetinho coletivo feito em cartolina, em que constava três colunas, na primeira à direita tinha o nome *soltos*, na segunda *grupos* e na terceira o nome *grupões*, como mostra a Figura 4 a seguir.

Figura 4 – Representação de um tapetinho de cartolina

GRUPÕES	GRUPOS	SOLTOS

Fonte: Elaborada pelas autoras.

O jogo consistia de cada jogador, na sua vez, lançar os dois dados e pegar a quantidade de palitos indicada neles. Quando o resultado fosse igual ou maior que 10, ele teria que usar a liga elástica para amarrar 10 palitos, formar um grupo e colocar o agrupamento na parte destinada aos *grupos* no tapetinho. Os palitos que sobravam eram colocados na parte *soltos* no tapetinho para se juntar aos ganhados nas próximas rodadas, a fim de fazer novos agrupamentos. Vale ressaltar que havia colaboração intragrupo, já que cada participante dava continuidade à jogada do parceiro que o antecedia na construção dos agrupamentos de palitos.

Assim, prosseguiram até que um grupo declarasse em voz alta: *"ganhei cem primeiro".* Os demais grupos conferiam se os agrupamentos realizados por esse grupo estavam corretos (se tinham formados 10 grupos de 10 palitos agrupados) e validavam, ou não, a vitória.

Inicialmente, propomos aos estudantes algumas situações-problema advindas das circunstâncias do jogo, tais como: *Se Pedro conseguiu formar quatro amarradinhos e sobrou mais um palito, quantos palitos ele tem no total? Por quê? Quantos amarradinhos podemos formar com 60 palitos?* Para essas questões, solicitamos que os alunos elaborassem seus próprios registros individualmente, utilizando os palitos de picolé como apoio na contagem.

Por fim, alguns deles apresentaram oralmente as estratégias pessoais de resolução para apreciação da turma. Na sequência, os demais puderam validar ou refutar as respostas dos colegas com argumentos matemáticos.

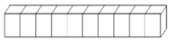
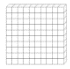
Encontro 3: este teve como conteúdo a contagem por agrupamentos e trocas no Sistema de Numeração Decimal. Seu principal objetivo foi facilitar a compreensão da ideia de troca entre as classes do Sistema de Numeração Decimal.

No primeiro momento, os estudantes ouviram um áudio com a história de Ana Maria Machado, *O tesouro da raposa*. Na sequência, eles formaram grupos com quatro participantes para jogar *Quem Ganha o Tesouro Primeiro*. Cada grupo recebeu um tapetinho, um *kit* de material dourado e dois dados. Cada aluno, na sua vez, jogava os dados e pegava a quantidade de cubinhos correspondente ao valor obtido neles. Esses cubinhos deviam ser colocados na coluna *soltos*. Quando já tivessem dez cubinhos, trocava por uma barra e colocava na coluna *grupos*. Ao conseguir dez barras trocava por uma placa, colocando-a na coluna *grupões*. Ganhava o tesouro aquele que conseguisse ganhar uma placa primeiro e colocá-la na parte do tapetinho (o tesouro da premiação foram caixinhas com doces sortidos).

Finalmente, entregamos aos grupos uma tabela para que os alunos registrassem a quantidade de peças que cada equipe conseguiu formar. Então, fizemos alguns questionamentos para serem respondidos coletivamente: *Quantos cubinhos eu preciso para formar uma barra? Quantas barras eu preciso para formar uma placa? Quantos cubinhos eu preciso para formar uma placa?* Para responder, os alunos podiam manipular o material dourado, colocando as peças dentro da tabela.

Figura 5 – Desenho do modelo da tabela com algumas peças do material dourado

ISSN: 1809-0354

Nome do grupo	Quantos cubos?	Quantos barras?	Quantas placas?	Quantos cubinhos no total?
				

Fonte: Elaborada pelas autoras.

Depois realizamos um ditado visual, que consistia pôr em cada mesa, diferentes peças do material dourado para o grupo organizá-las em agrupamentos e descobrir a quantidade correspondente daquelas peças. Todos os grupos resolveram aplicando a operação lógica de classificação, ou seja, agruparam pelo critério da semelhança. Assim, agrupavam as peças em grupos distintos (os cubinhos, as barras e as placas) e, em seguida, contavam individualmente os cubinhos, depois de dez em dez as barras e relacionavam a placa ao valor de 100 unidades. Ao final, aplicavam o princípio aditivo de contagem na composição do número.

No último momento desse encontro, cada grupo apresentou verbalmente sua estratégia de resolução. Mediamos esse momento fazendo alguns questionamentos, tais como: *Quais peças foram deixadas na sua mesa? Como vocês organizaram as peças do material dourado para facilitar a contagem? Qual o resultado encontrado? Como chegaram a este resultado?*

Encontro 4: O conteúdo desse encontro foi a contagem por agrupamentos e trocas. Seu principal objetivo foi facilitar a compreensão da ideia de troca entre as classes de um Sistema de Numeração Decimal, estabelecendo relações entre as classes por meio de agrupamentos.

Iniciamos esse encontro com o jogo *Brincando Com Dinheiro*, a ser jogado em grupos formados por quatro alunos. Cada grupo recebeu um dado, notas de dinheiro de brinquedo de 1, 10 e 100 reais e um tapetinho. A regra do jogo era a mesma que o *Nunca Dez*, em que os alunos iam pegando as notas de R$ 1 de acordo com o valor tirado no dado e à medida que essa quantidade atingisse 10 unidades, eles faziam a troca por uma nota de R$ 10, e colocava esta cédula na parte *grupos* (dezenas) do tapetinho, conservando as notas de R$ 1 restantes na parte *soltos* (unidades). Essas trocas eram feitas até que um dos grupos da sala conseguisse juntar R$ 50. Nesse momento, o grupo dizia: *stop* e todos os demais grupos paravam de jogar e como no

DOI: https://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2020v15n4p1246-1271

ISSN: 1809-0354

jogo *Ganha Cem Primeiro*, aqui também os demais estudantes validavam a vitória. A Figura 6 mostra como se dava o registro dos valores na tabela.

DOI: https://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2020v15n4p1246-1271

Figura 6 – Modelo da tabela de registro coletivo

Nome do grupo	Quantas cédulas de	Quantas cédulas de	Total
	 20	 3	23

Fonte: Elaborada pelas autoras.

Com a quantidade de dinheiro que cada grupo possuía, solicitamos que *comprasse* determinados jogos expostos na sala. Os preços dos produtos estavam exibidos em cartazes, porém a compra só seria possível quando o grupo conseguisse compor o valor dos objetos exatamente com as cédulas que tinha em mãos, a vendedora (professora regente) não dava o troco. Os valores dos jogos eram: Jogo da trilha = R$ 16; Quebra-cabeça = R$: 45; Jogo da velha = R$: 23; Jogo da memória = R$: 34 e Baralho = R$: 28. Cada equipe podia trocar suas notas com o *banco* (uma das pesquisadoras): R$ 100 por 10 notas de R$ 10 e R$ 10 por 10 notas de R$ 1. E, assim, cada grupo *comprou* um jogo.

No momento do encontro questionamos: *Quantas notas de R$ 10 e de R$ 1 foram usadas para o grupo comprar o objeto (tal)? Quantas cédulas de R$ 1 seriam necessárias para a troca? Quantas notas de R$ 1 ficariam ao todo?* Refletindo coletivamente sobre as trocas e a partir de quais regras elas se davam.

Encontro 5: o conteúdo deste encontro foi o valor posicional no Sistema de Numeração Decimal. Seu objetivo foi construir o significado de Sistema de Numeração Decimal, a partir de situações-problema envolvendo contagem e o uso do valor posicional dos algarismos.

O jogo que propusemos inicialmente foi o *Esquerdinha – Quem Primeiro Tiver 100*. Mais uma vez, os estudantes foram organizados em grupos formados por quatro componentes, recebendo cada grupo um tapetinho coletivo, dois dados, 100 palitos de picolé, ligas elásticas e várias fichas numéricas, (papeizinhos de 6cm^2 com números de 2 a 12 escritos nele). O jogo consistia em lançar dois dados e pegar a quantidade de palitos de acordo com o valor indicado na soma dos dados. Quando o resultado era menor que dez colocava-se os palitos na casa à direita do tapetinho (coluna *soltos*) e inseria a ficha numérica correspondente a essa quantidade. Quando o resultado era maior que dez, o aluno amarrava 10 palitos e colocava o agrupamento na casa do meio (coluna *grupos*), e as sobras eram colocadas na coluna *soltos*. Em seguida, colocava a ficha numérica correspondente aos valores de cada uma das casas. Ao obter 10 grupos de 10 palitos, eles usavam uma liga elástica para agrupar os 10 grupos, formando um grupão e o posicionavam na casa à esquerda do tapetinho. Assim feito, o grupo declarava em voz alta *ganhei cem primeiro*.

Na sequência, fazíamos uma sistematização por meio de um cartaz com a imagem do tapetinho com fichas numéricas móveis correspondentes para as colunas *soltos, grupos* e *grupões*, como mostra a Figura 7 a seguir.

Figura 7 – Representação numérica no cartaz do tapetinho com os números móveis

GRUPÕES	GRUPOS	SOLTOS
1	6	9

Fonte: Elaborada pela autora.

No último momento do encontro, propusemos a socialização dos procedimentos utilizados pelas equipes, solicitando que os alunos de cada grupo expusessem oralmente as soluções encontradas na resolução do desafio, sistematizando as informações no quadro, quando houvesse necessidade.

Encontro 6: este último encontro versou sobre o valor posicional no Sistema de Numeração Decimal. Seu objetivo foi trabalhar com os alunos a ideia de valor posicional no SND, por meio da comparação e ordenação dos números, observando o valor relativo que os algarismos assumem de acordo com a posição deles na ordem das unidades, dezenas ou centenas.

Iniciamos esse encontro com o jogo *Peixumerais* e usamos os seguintes materiais: painel com a temática fundo do mar, vários cartões com imagem de peixes com velcro - nas cores amarela, verde e laranja - ficha-registro (local destinado ao registro de estratégias pessoais de resolução e respostas a outras situações problematizadoras), cartaz com legenda contendo os respectivos valores de cada cor (amarela= 1, verde= 10 e laranja=100), quadro valor de lugar e fichas numéricas.

ISSN: 1809-0354

Figura 8 – Painel "Peixunumerais"

Fonte: Arquivo pessoal

Distribuímos os alunos em quatro equipes, para que eles tentassem descobrir o número formado a partir do valor de cada peixe exposto na legenda. O grupo que formava o número primeiro marcava um ponto, em seguida tinha que apresentar à turma sua estratégia de resolução. Foram realizadas várias rodadas (montagem de diferentes cores de peixes no painel) para que todas as equipes tivessem a oportunidade de descobrir primeiro o valor numérico e, assim, marcar pontos.

Solicitamos que os alunos utilizassem o caderno individualmente para registrar suas estratégias de resolução dos seguintes questionamentos: *como se lê este numeral? Como decompomos este numeral? Quais cores e quantos peixes são necessários para representar este numeral? Por quê?* Após ter disponibilizado um tempo para o registro individuais, retomamos os questionamentos anteriores e incentivamos a discussão coletiva sobre as estratégias solução pessoais.

Para avaliarmos o efeito dessa intervenção nos alunos participantes, analisaremos, na seção a seguir, os desempenhos dos estudantes, do GE e do GC, no que tange aos pré e pós-testes, no que diz respeito a situações-problema envolvendo os conceitos do SND.

7 ANÁLISE DOS DADOS

Iniciamos nossa análise apresentando o desempenho geral dos dois grupos, GE e GC, nos dois diagnósticos (pré e pós-testes). Antes da análise dos dados

DOI: https://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2020v15n4p1246-1271

apresentados, faz-se necessário esclarecer que optamos por comparar os resultados percentualmente, as quantidades de estudantes constituídas no GC (nº=13) e no GE (nº=16) são distintas. Dessa forma, para efeito de cálculo estatístico, o percentual de acertos foi calculado mediante a multiplicação do quantitativo de participante de cada grupo pelo número de questões dos testes diagnósticos (q=12), proporcionalmente com o número de acertos.

Tabela 1 – Percentuais de acertos do GE e do GC nos pré e pós-testes e seus ganhos

Testes / Grupos	Pré-teste	Pós-teste	Ganho
Grupo Controle (GC)	59,60%	60,90%	1,30%
Grupo Experimental (GE)	36,50%	76,00%	39,50%

Fonte: Dados da pesquisa.

Comparando os percentuais de acertos entre o pré-teste (59,6%) e o pós-teste (60,9%), verifica-se que o GC apresenta uma diferença em ganhos percentuais de acertos muito pequena, indicando pouco avanço desse grupo nos conhecimentos sobre as propriedades do SND. Em contrapartida, o GE apresentou uma grande diferença no percentual de acertos entre o pré-teste (36,50%) e o pós-teste (76%). De fato, esse grupo além de ampliar seu próprio desempenho, superou os percentuais do GC de forma significativamente positiva. Aplicamos o teste do chi-quadrado para amostras independentes com o intuito de observar se os grupos partiram de patamares distintos no pré-teste. Observamos que sim, houve diferença entre os desempenhos dos grupos estatisticamente significativa ($\chi^2_{(1)}$ = 18,536; p < 0,000) a favor do GC.

Com relação ao pós-teste, a Tabela 1 mostra que os dois grupos chegaram novamente com patamares diferentes, porém invertendo a ordem, o grupo controle atingiu 60,9% de acerto e o grupo experimental 76,0%. Mais uma vez o resultado do teste chi-quadrado apontou para uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos ($\chi^2_{(1)}$ = 9,270; p < 0,000). Esses resultados nos permitem inferir, com um certo grau de certeza, que os estudantes do GE chegaram ao final do estudo apresentando um desempenho significativamente melhor que os do GC.

Por fim, lançamos mão do teste estatístico McNemar para compararmos, dentro de cada grupo, os desempenhos entre o pré e o pós-teste. Os resultados confirmaram que dentro do grupo controle não houve mudança significativa entre os desempenhos apresentados no pré-teste e no pós-teste (p > 0,05). Já no grupo experimental essa mudança foi estatisticamente significativa (p < 0,00).

Tais resultados confirmam nossa convicção, também defendida por Mengali (2011), de que o ambiente potencializador de aprendizagens nas aulas de Matemática deve romper o paradigma do exercício e ser pautado no diálogo, na problematização e na investigação.

Em nossa próxima análise, desprezaremos os resultados do GC, já que não é o foco de nosso interesse, já que os alunos desse grupo não passaram por nossa intervenção de ensino. A Tabela 2 apresenta o desempenho dos alunos do GE nos pré e pós-testes, permitindo analisarmos o comportamento de cada um deles.

Tabela 2 – Comparativo do desempenho de cada estudante do GE nos testes diagnósticos

Testes / Estudantes	Pré-teste		Pós-teste	
	Nº de acertos	**% de acertos**	**Nº de acertos**	**% de acertos**
01	9	**75**	9	**75**
02	2	**16**	9	**75**
03	2	**16**	12	**100**
04	12	**100**	12	**100**
05	3	**25**	9	**75**
06	6	**50**	8	**66**
07	2	**16**	12	**100**
08	0	**0**	6	**50**
09	1	**8**	10	**83**
10	0	**0**	9	**75**
11	5	**41**	8	**66**
12	8	**66**	8	**66**
13	3	**25**	7	**58**
14	3	**25**	12	**100**
15	11	**91**	7	**58**
16	3	**25**	8	**66**

Fonte: Dados de pesquisa.

A primeira informação que a Tabela 2 apresenta é uma clara evolução positiva nos desempenhos dos alunos entre o pré-teste e o pós-teste. De fato, no pré-teste apenas dez estudantes conseguiram ter sucesso em no máximo 25% do teste. Já no pós-teste, todos eles souberam responder mais da metade do teste, sendo que nove estudantes resolveram corretamente 75%, ou mais, das questões do pós-teste. Vale ressaltar que um aluno regrediu no percentual de acertos, porém ainda sim respondeu corretamente mais da metade das situações-problema.

A análise individual dos desempenhos dos estudantes nos pré e pós-testes, permite-nos inferir que a promoção de um ambiente de interações, partindo de situações adidáticas (BROUSSEAU, 1996; 2008), nas quais os estudantes puderam fazer conjecturas, testaram suas hipóteses, comunicaram suas ideias matemáticas verbalmente, validaram e refutaram as ideias dos outros, podem oportunizar uma compreensão mais profunda da Matemática (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009). Tal prática mostrou-se eficiente no propósito de favorecer a construção dos conceitos do SND, visto que o grupo que foi submetido à intervenção comprovou estatisticamente a ampliação de conhecimentos.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos as considerações finais refletindo sobre o alcance de nosso estudo. De antemão, queremos deixar claro que não temos a presunção de extrapolar nossos resultados para além do universo do estudo, embora defendamos que os resultados trazem luz à questão e oferecem indicadores confiáveis sobre o assunto. Em que pese se tratar de um estudo realizado com poucos participantes e, ainda, considerando que os dois grupos estudados, embora tenham tido o mesmo número de encontros para aprender o mesmo conteúdo (SND), foram formados por professores distintos, consideramos que nossos resultados permitem uma reflexão consistente sobre o tema.

Gostaríamos, ainda, de enfatizar o importante papel do GC para validarmos nossa intervenção, já que só se foi possível excluir a hipótese de que independentemente do tipo de intervenção de ensino todos os estudantes avançariam em seus conhecimentos sobre o SND. Reconhecemos, contudo, que embora a intervenção de ensino assuma o palco principal da pesquisa, variáveis intervenientes, em maior ou menor dimensão, podem ter interferido nos resultados.

Diante das análises e dos dados levantados no estudo através do projeto de intervenção no GE e no GC, temos embasamento teórico para responder às nossas questões de pesquisa: Qual a influência de uma intervenção pedagógica apoiada por material manipulativo, jogos e discussões coletivas para a construção do conceito de Sistema de Numeração Decimal (SND) por parte de estudantes do 3º ano, do Ensino Fundamental? E de que forma e como se dá tal influência?

A partir dos resultados acima discutidos, podemos responder, com um nível razoável de convicção, que a intervenção de ensino apoiada por materiais manipulativos, jogos e discussões coletivas mostrou-se positiva para a construção dos conhecimentos desses alunos do 3º ano, no que concerne a compreensão dos conceitos envolvidos no SND: contagem por agrupamento, agrupamento e troca e valor posicional. Identificamos que a intervenção facilitou o pensamento dos alunos quanto às propriedades do SND, e os direcionou na compreensão e na apropriação desse conhecimento, para além das nomenclaturas memorizadas.

É importante salientar que os jogos utilizados na intervenção de ensino tinham, em suas regras instrucionais, as propriedades do SND, ou seja, à medida que os alunos jogavam e respeitavam as regras do jogo, vivenciavam as regularidades intrínsecas ao SND, além do momento das discussões coletivas que, também, se mostrou relevante para a construção de significados matemáticos porque contribuía para a significação como uma produção social (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009).

Nessa perspectiva, os resultados obtidos no estudo nos animam a propor a utilização de intervenções de ensino na linha do nosso estudo, como uma possibilidade efetiva no avanço da compreensão das regularidades do SND por estudantes. Dessa forma, entendemos que tais resultados oferecem subsídios suficientes que orientam possíveis caminhos de (re)planejamento da prática docente, especificamente para os anos que envolvem o ciclo de alfabetização.

REFERÊNCIAS

AGRANIONIH, N. T. *Escrita numérica de milhares e valor posicional: concepções iniciais de alunos da 2ª série*. 2008. 219p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

BAHIA (Estado). Decreto n.º 12.792/2011. *Institui o Programa Estadual Pacto pela Educação*. Disponível em: <http://diarios.egba.ba.gov.br/html/_DODia/DO_frm0.html>. Acesso em: 23 ago. 2015.

BEHR, M. J; LESH, R.; POST, T. R. *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983.

BRASIL. Ministério da Educação. Portaria no 867, de 4 de julho de 2012**.** *Institui o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa e as ações do Pacto e define suas diretrizes gerais.* Diário Oficial da União, Brasília, 05 jul. 2012. Disponível em: <http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/port_867_040712.pdf>. Acesso em: 20 de Nov. 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. *Construção do sistema de numeração decimal.* Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2015.

BROUSSEAU, G. *Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática.* In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BROUSSEAU, G. *Theory of didactical situations in Mathematics.* London: Kluwer Acad. Press, 1997.

BROUSSEAU, G. *Introdução ao estudo das situações didáticas*: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CAMPBELL, D.; STANLEY, J. *Delineamentos experimentais e quase-experimentais de pesquisa*. São Paulo: Edusp, 1979.

CARVALHO, M. *Números*: conceitos e atividades para Educação Infantil e Ensino Fundamental I. Petrópolis-RJ: Vozes, 2010.

GOLBERT, C. *Matemática nas séries iniciais*: o sistema decimal de numeração. 2. ed. Porto Alegre: Mediação, 2003.

IFRAH, G. *História Universal dos Algarismos*: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

LERNER, D. *A matemática na escola:* aqui e agora; Trad. Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

LERNER, D. A matemática na escola: aqui e agora. In: PARRA, C.; SAIZ, (Orgs.). *Didática da Matemática*: reflexões psicopedagógicas. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MOURA, M. *Controle da variação de quantidades*: atividades de ensino. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1996.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. DA S.; PASSOS, C. L. B. *A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*: tecendo fios do ensinar e do aprender. Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PIAGET, J. *A equilibração das estruturas cognitivas*. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

SILVA, D.; POZEIBON, S.; BEMME, L. João e a galinha mágica: discutindo possibilidades para o ensino de matemática nos anos iniciais. *1º Encontro Nacional PBID-Matemática* da Universidade Federal de Santa Maria. Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_Silva_Diaine.pdf. Acesso em: 10 mai. 2016.