Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

DIVIDIR MULTIPLICANDO AS ABORDAGENS... QUANDO A MATEMÁTICA REMONTA ÀS FONTES[1]

DIVIDING MULTIPLYING APPROACHES: WHEN MATHEMATICS GOES BACK TO SOURCES

Marc Moyon
l' ERR[2]
História da Matemática no Colégio[3]
IREM - Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática de Limoges[4]

RESUMO Este artigo descreve e analisa em detalhes um rol de atividades no âmbito da temática "História da Matemática no colégio". Integrando discussões da História da Matemática e atividades da sala de aula, reunindo alunos e professores, a experiência pedagógica realizada trouxe contribuições importantes para o ensino de matemática, a partir dos objetivos alcançados. Os objetivos pedagógicos foram atingidos por meio da resolução de problemas matemáticos. É possível destacar três desses objetivos. O primeiro refere-se à introdução de uma perspectiva histórica no ensino de Matemática. O segundo objetivo foi o de permitir a professores de matemática revisitar a disciplina que já ensinam por vários anos e refletir sobre o seu próprio trabalho. O terceiro viabiliza uma prática, de fato, interdisciplinar, que mobilizou diferentes disciplinas escolares por meio de problemas matemáticos antigos e textos históricos originais, dando significado a conteúdos hoje presentes no ensino de matemática.
Palavras-chave: História da Matemática. Ensino de Matemática. Matemática e Interdisciplinaridade. Formação de Professores de Matemática.

ABSTRACT This article describes and analyzes in detail a list of activities within the theme "History of Mathematics in High School". Integrating discussions of the History of Mathematics and classroom activities, bringing together students and teachers, the pedagogical experience made important contributions to the teaching of mathematics, based on the objectives achieved. The pedagogical objectives were achieved through the resolution of mathematical problems. Three of these goals can be highlighted. The first of them refers to the introduction of a historical perspective in

---

[1]Traduzido do francês por Nara Vilma Lima Pinheiro (UNIFESP/Guarulhos) e-mail: naravilmal@gmail.com e Marcus Aldenisson de Oliveira (UNIFESP/Guarulhos) e-mail: marcusaldenisson@gmail.com. Publicado originalmente em: REPERES – IREM. No. 93 – Octobre 2013, p.47-77.
[2] Equipe de Investigação e Reflexão" do IREM de Limoges [Nota dos tradutores].
[3] Os professores que participaram deste projeto ao lado de Marc Moyon (IUFM de Limoges) foram Jérôme Dufour (Colégio Cabanis, Brive la Gaillarde), Josée Dugal, Chantal Fourest, Corinne Maury e Valérie Rosier (Colégio D'Arsonval, Brive la Gaillarde) e Pascal Vilatte (IUFM de Limoges).
[4] Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM de Limoges). [Nota dos tradutores].

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

the teaching of Mathematics. The second objective was to allow mathematics teachers to revisit the discipline they have taught for several years and reflect on their own work as a mathematics teacher. The third is to make feasible an interdisciplinary practice that mobilized different school disciplines through old mathematical problems and original historical texts, giving meaning to the contents present today in mathematics teaching.
Keywords: History of Mathematics. Teaching Mathematics. Mathematics and Interdisciplinarity. Mathematics Teacher Training.

No outono de 2011, criou-se uma E.R.R. em torno da introdução de uma perspectiva histórica do ensino de Matemática. Foi em Corrèze, à Brive la Gaillarde que uma equipe de professores de dois colégios diferentes se declararam voluntários[5]. Esses professores, de Matemática, História e de Francês, já haviam tido a oportunidade de trabalhar em conjunto, e a participação no E.R.R. permitiu alimentar uma nova reflexão, no seio dessas equipes, apoiadas em particular sobre o trabalho da comissão internacional do IREM “História e Epistemologia da Matemática[6]”. Outra forte orientação epistemológica que cada um gostaria de seguir e uma das principais motivações era poder trabalhar juntos (professores do colégio e do IUFM[7]) para trocar reflexões sobre o ensino com o desejo de unir as disciplinas representadas por um programa dinâmico de pedagogia por projetos.

As primeiras sessões do nosso trabalho se organizaram em torno de uma série de apresentações a partir da leitura de vários artigos históricos e epistemológicos (MOYON, 2009, 2011, 2012). Vários projetos foram, em seguida, discutidos e progressivamente incorporados nas classes com, entre outros, a criação de novas atividades matemáticas, no sexto e no quinto ano, ou ainda, inseridas no lugar de um projeto interdisciplinar com o objetivo pedagógico de se integrarem aos programas escolares das referidas disciplinas. Além das competências disciplinares, tivemos por objetivo fazer referências às competências “transversais” de base: curiosidade e criatividade, abertura aos outros, autonomia no trabalho, tomando de

---

[5] Nós agradecemos aqui a todos os alunos dos colégios Cabanis et d’Arsonval de Brive la Gaillarde que participaram destes trabalhos. Várias das suas próprias construções serviram de ilustrações ao presente artigo.
[6] Vide: <http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique160>. [Nota dos tradutores].
[7] Instituto Universitário de Formação de Mestres (IUFM de Limoges). Mas, atualmente esse instituto se chama: Escola Superior do Professorado e da Educação (ESPE, Academia de Limoges) [Nota dos tradutores].

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

iniciativa, o compromisso num projeto a fim de concluí-lo com êxito (apresentação, arquivo...).

Diferentes etapas foram propostas a várias classes, entre fevereiro e maio de 2012. O fato de inscrever estas ações no período permitiu aos alunos apreciarem e enriquecerem progressivamente os avanços do programa e de suas produções anteriores e de encontrar extensões. Citamos, a título de informação, um extrato do programa de Matemática que nós reproduzimos aqui por nossa conta:

> Para fazer sentido aos alunos, os conceitos matemáticos e as capacidades que eles ganham ao colocá-las em evidencia e trabalhá-las em situações ricas, a partir da resolução de problemas. (...) Todo aprendizado se realiza durante as atividades variadas e toda nova aquisição deve ser reaprendida, consolidada e enriquecida (BO nº 6, Mathématiques, 2008, p.12).

Ele age, portanto, para instruir às vezes reativando os conceitos já apresentados e abrir pistas concernentes com os futuros conhecimentos. Este modesto artigo tem como objetivo apresentar duas das atividades realizadas a partir da reflexão original dos colegas até a aplicação efetiva nas salas de aula. Os dois níveis em causa são o sexto e o quinto ano (11-13 anos), a fim de mostrar certa continuidade nas aprendizagens geométricas. Mas antes disso, propomos uma breve apresentação histórica dos problemas de divisão das figuras que foram objeto de uma conferência destinada aos alunos durante a semana dos matemáticos de março de 2012. Especificamos já que esta conferência não é estritamente necessária para a realização dos projetos pedagógicos apresentados a seguir. Ela pode ser substituída por uma apresentação em classe dos principais elementos do preâmbulo histórico que segue.

A. – Preâmbulo histórico: A divisão das figuras planas.

A divisão ou recorte das figuras planas é um capítulo geométrico antigo. Trata-se de cortar uma figura ou dividir segundo as restrições geométricas fixadas *a priori* sobre as grandezas (larguras e comprimentos) ou sobre figuras obtidas após o recorte. Em particular, nós encontramos esses tipos de problemas resolvidos pelos escribas paléo-babilônios no II milênio a.C. (PROUST, 2012). Este capítulo não foi

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

abandonado no *corpus* da Grécia Antiga que nos alcançou. Ele é ilustrado, no nosso conhecimento, por dois grandes nomes da matemática grega: Euclides com seu trabalho *Sobre a divisão* (atualmente perdida a sua versão original) e Heron de Alexandria com suas *Métricas*.

Nós somos naturalmente conscientes da importância das duas tradições precedentes, mas aqui, nosso propósito é de oferecer aos nossos leitores alguns testemunhos de matemáticos dos países islâmicos e da Idade Média Latina que serão utilizados na sequência do artigo (MOYON, 2009, 2011, 2012). Nas matemáticas redigidas em árabe, a divisão das figuras planas aparece no capítulo ᶜ*ilm al-misāḥa* [ciência da mensuração] na qual as medidas das linhas, dos comprimentos e dos volumes ocupam um grande lugar. No século IX, em Bagdá, al-Khwārizmī (aprox. 850) contribui para desenvolver a medição das figuras planas redigida na obra fundadora da álgebra: *Kitāb al-mukhtaṣar fī l-ḥisāb al-jabr wa l-muqābala* (Livro abreviado sobre o cálculo de restauração e comparação). Com efeito, insere-se um *bāb al-misāḥa* (capítulo da medida) no qual ele mostra como certos problemas geométricos podem ser resolvidos pela álgebra. É interessante ler para quais tipos de pessoas algebristas de Bagdá destinou sua obra:

> Eu queria que ela [sua obra] aprisionasse isso que é sutil no cálculo e que nele é mais nobre, o que as pessoas necessariamente precisam nas suas heranças, seus legados, e suas partes, suas arbitragens, seus negócios, e de todos isso que tratam uns com os outros, quando se trata a avaliação da superfície das terras, da superfície de canais, da mensuração, e de outras coisas relevantes de suas espécies (RASHED, 2007, p. 94).

Através dessas palavras, ele manifesta que os matemáticos de al-Khwārizmī se endereçaram aos homens nas suas certas práticas cotidianas. As numerosas corporações de artesãos que foram aqui referidas. É assim que vários juristas são também matemáticos ou geômetras tentando resolver problemas artesanais utilizando o recorte de figuras. Um dos melhores representantes desse último grupo é provavelmente o matemático e astrônomo persa Abū l-Wafā’ al-Būzjānī (940-988). Ele escreve, entre outras coisas, *Kitāb fī mā yahtāju ilayhi as-sānīᶜ min aᶜmāl al-handasiya* [Livro sobre aquilo que é necessário ao artesão em construção geométrica] no qual ele se interessa pelas práticas geométricas dos artesãos

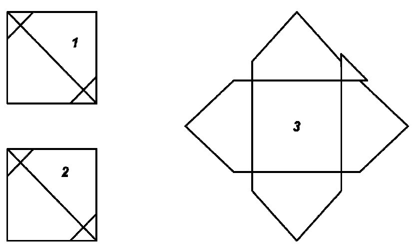
Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

decoradores, ou ainda os repartidores de herança. Ele assim levou o tema de recorte dos quadrados a distinguir os geômetras dos artesãos:

> Um grupo de geômetras e de artesãos se sujeitou ao tema dos quadrados e de sua composição, os geômetras por causa de sua pouca experiência prática e os artesãos por causa de sua miséria na ciência da demonstração; e isso porque <para> o geômetra, quando não tem experiência na prática, é difícil a abordagem, segundo as concepções do artesão, o que é, para ele, apenas a ajuda das demonstrações usando linhas. Isso é o que visa o artesão, que é facilitar a construção e constatar a verdade do que ele vê através dos sentidos e observação; e ele não se preocupa com a demonstração da coisa imaginada e <da precisão> das linhas. O geômetra, <ele>, na medida em que demonstra como a coisa imaginada é estabelecida, não se preocupa da precisão por meio da observação ainda que ela não seja exata. (ABŪ-AL-WAFĀ' AL-BŪZJĀNĪ, 1979, p. 144-154; DJEBBAR, 2009).

Assim, Abū l-Wafā' expõe vários problemas de decomposição e recomposição de quadrado que ilustram essa tensão entre geômetras e artesãos. Ele começa pela construção de um quadrado a partir de dois quadrados quaisquer (*cf.* anexo 1a), para se concentrar em seguida sobre a construção de um quadrado a partir, por exemplo, de dois, cinco (*cf.* anexo 1b), ou ainda nove quadrados iguais. A construção de um quadrado a partir de três quadrados iguais será a oportunidade de colocar face a face dois procedimentos geométricos especializados e dois procedimentos de artesãos que são procedimentos geometricamente incorretos, mas "justo ao olho" (*cf.* figuras 1 e 2).

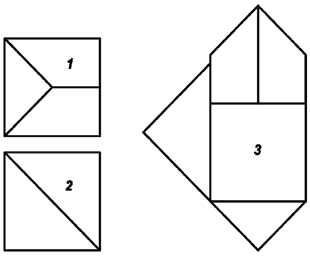
Figura 1: Procedimento 1 elaborado por artesões



Fonte: Elaborada pelos autores

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Figura 2: Procedimento 2 elaborado por artesões

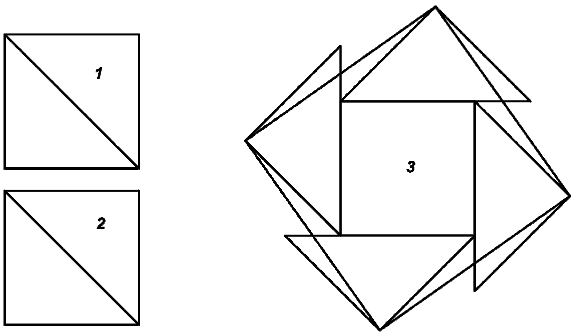


Fonte: Elaborada pelos autores

Detenhamo-nos agora sobre as duas construções, geometricamente corretas, que propôs Abū l-Wafā'. Seu enunciado e figura correspondente (*cf*. figura 3) são:

> Nós dividimos os dois quadrados em duas metades segundo os diâmetros, e aplicamos cada um deles a um dos lados do terceiro quadrado, colocando o ângulo da metade direita de cada triângulo sobre os ângulos do quadrado e de sua diagonal sobre o lado do quadrado. Então uma parte do triângulo passa do lado do outro ângulo do quadrado. Em seguida, uma parte do triângulo que se prolonga do lado do outro ângulo do quadrado. Depois, nós juntamos os ângulos retos dos triângulos usando as linhas retas. Este será o lado do quadrado procurado. Então, cada triângulo grande, se separa num pequeno triângulo que nós cortamos e movemos em direção ao triângulo que aparece do outro lado (ABŪ-AL-WAFĀ' AL-BŪZJĀNĪ, 1979, p. 144-154; DJEBBAR, 2009).

Figura 3: Procedimento geometricamente correto



Fonte: Elaborada pelos autores

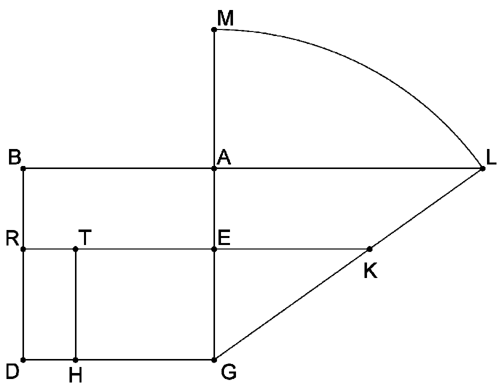
Se, aqui, é a ligação entre o geômetra e o artesão que é ilustrada; lá, é a interação das matemáticas com o domínio jurídico da partilha de terrenos após uma herança ou de uma partilha entre co-proprietários. Os terrenos tomam então formas

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

geométricas, de quadrados aos trapézios, passando pelos triângulos. Para melhor compreender este tipo de problema, lemos uma dessas construções:

> E se nos é dito: como dividir o quadrado ABDG em duas metades e criar um caminho de largura DH. Prolongamos GA até M e construímos AM igual a GH. E prolongamos AB até L e traçamos um círculo a partir do centro G e com raio GM. O círculo corta a direita de BA no ponto L. E ligamos a LG. E cortamos LK <de LG> igual a GH. E traçamos a direita de KETR paralela à direita de BAL. E traçamos HT paralelo à direita de DB. Há então a superfície HE igual a superfície EB. E eis a sua figura (ABŪ-AL-WAFĀ’ AL-BŪZJĀNĪ, 1979, p. 131-132).

Figura 4: Construção geométrica de terrenos



Fonte: Elaborada pelos autores

Muitos outros autores dos países islâmicos contribuíram a desenvolver esta seção matemática inclusive dando resoluções algébricas a estes problemas de partilha.

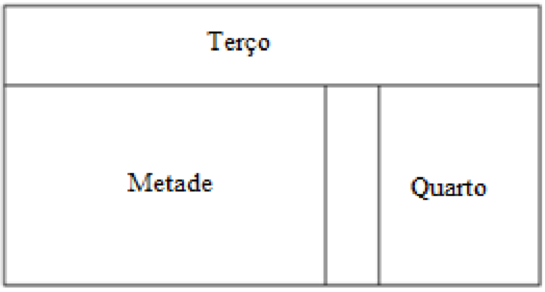
Este será em particular o caso de al-Karajī (aprox. 1029), que propõe, entre outros, o seguinte problema:

> Se eles dizem, você tem um quadrilátero de comprimento 20 bāb[8] e a largura 10 bāb, divide-o entre três pessoas: a metade de um deles, por outro terço e um quarto para outro, de modo que não é, no seu centro, uma estrada de largura 2 bāb, conduzida pelos comprimentos, as entradas de três quota-partes, uma pela frente, outra pela direita e outra pela esquerda, de modo que a quota-parte do proprietário antes do terceiro à frente, segundo essa figura.

[8] O *bāb* é uma unidade de medida usada em países islâmicos tanto no Oriente como no Ocidente.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Figura 5: Resolução geométrica de al-Karajī



Fonte: Elaborada pelos autores

> O procedimento para isto é que a instalação está no comprimento da estrada como a coisa. E você a multiplica pela largura da estrada, e isto dá duas coisas, esta é a superfície da estrada. E você coloca o dezoito que resta, <a dividir> em duas partes entre os proprietários da metade e um quarto porque estes vão pegar suas partes a partir da direita da estrada e da sua esquerda. Uma das duas partes é 12. Esta é a largura da parte do proprietário da metade. E o seis que resta é a largura da parte do proprietário de um quarto. E o comprimento de cada um deles é o comprimento da estrada, e isso é a coisa. A superfície da parte do proprietário da metade são doze coisas. A superfície da parte do proprietário de um quarto são seis coisas. E a partir dessa regra, é necessário que a superfície da parte do proprietário do terceiro são oito coisas. E a superfície da estrada é duas coisas, e a medida total desta superfície é de vinte e oito coisas. E este é igual a duzentos. E a única coisa igual a sete bāb e um sétimo de um bāb. E este é o comprimento da estrada. E resta a largura da parte do proprietário do terceiro a partir da largura total de dez bāb: dois báb e seis sétimos de um bāb (AL-KARAJĪ, 1986, p. 202-204).

Em outras palavras, se o comprimento da estrada é x, a área total é $12x + 8x + 2x + 6x = 28x$ e obtém-se trivialmente a equação linear $28x = 200$, que dá $x=200/28 = 7 + 1/7$ como solução. A partilha da metade, de um terço e de um quarto pode surpreender no primeiro momento, mas ele se encontra regularmente nos textos relativos a divisões sucessivas em países islâmicos que satisfaçam algumas regras alcorânicas. A partilha se faz então efetivamente na relação que é dada pelo que 2 está a 3 e está a 4.

No século XII, quando a Europa Latina vai se apropriar de uma grande parte do conhecimento e das práticas científicas de países islâmicos notadamente graças às traduções árabe-latinas, a seção de divisões de figuras não será exceção. Os

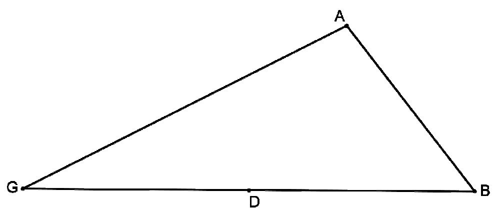
Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

matemáticos, como Fibonacci (século XIII.), Jean de Murs (século XIII) ou ainda mais tarde Christopher Clavius (em 1612) e Simon Stevin (em 1620), por sua vez, se dão conta deste tipo de problema e o desenvolve à sua própria maneira na sua "geometria prática". Os artesãos decoradores e os repartidores de herança não serão mencionados, mas os problemas matemáticos continuam bem no mesmo espírito. Terminamos essa nota histórica com um problema proposto e duplamente resolvido por Fibonacci.

É então a aritmetização das grandezas que está em causa na demonstração alternativa do matemático de Pisa (atualmente, Itália) com o uso da fórmula: $\frac{base \times altura}{2}$

> Quando você quer dividir qualquer triângulo, seja, em duas partes iguais a partir de um topo, trace uma linha a partir desse topo até o meio do lado estendido abaixo dela; e você terá o que deseja. Por exemplo, nós queremos dividir o triângulo ABG em duas [partes] iguais a partir do ponto A.

Figura 6: Divisão de um triângulo a partir de um topo



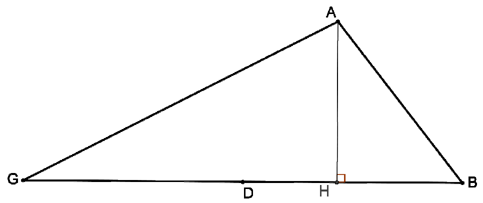
Fonte: Elaborada pelos autores

> Que seja dividido o lado BG em duas [partes] iguais ao ponto D (cf. figura 6) e que seja traçado a direita de AD. Eu digo que o triângulo ABG foi dividido em dois triângulos iguais. De fato, os dois triângulos ABD e ADG são iguais um ao outro, pois eles estão sobre as bases iguais, e tem a mesma altura que é a altura conduzida de A sobre a linha BG. Com efeito, dois triângulos construídos um e outro sobre a mesma altura são como as bases após o início do sexto Livro [de Euclides][9]. É porque, BD está para DG como o triângulo ABD está para o triângulo ADG. Como a base BD é igual à base DG, então os dois triângulos ABD e ADG são iguais um ao outro como o que foi dito anteriormente.

[9] Trata-se aqui da primeira proposta de Livro VI: "Os triângulos e os paralelogramos que estão sob a mesma altura estão entre si como as suas bases." (EUCLIDE vol. 2, p. 155).

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Figura 7: Divisão de um triângulo a partir de sua altura



Fonte: Elaborada pelos autores

> Ou então se nós traçamos a altura saindo de A sobre a linha BG (cf. figura 7), ela mesma será em todo caso a altura de cada um dos dois triângulos ABD e ADG. A multiplicação da metade da altura pelas bases BD e DG igual à multiplicação da metade desta mesma altura pela base BG. Como a multiplicação da metade da altura pelas bases BD e DG provêm da área dos triângulos ABD e ADG. Então, demonstrou-se que o triângulo ABD é igual ao triângulo ADG (BONCOMPAGNI, 1862, p. 110).

B. - Origem e realização de um projeto interdisciplinar no sexto (11-12 anos): "Da ornamentação à geometria... do artesão ao geômetra..."

Mesmo que a leitura se encontre menos fluída, optamos por apresentar passo a passo os elementos disciplinares do projeto para melhor compreender como os professores de Matemática, Francês e História articularam, em sua própria disciplina, o projeto na sua globalidade.

B1. *O trabalho do professor de Matemática*

As sessões de Matemática foram articuladas em torno de dois problemas. O primeiro, "Como reconstruir um quadrado a partir de dois quadrados idênticos?", pode ser visto como preparatório ao segundo que requer mais reflexão. Este último se propõe a enunciar os procedimentos para reconstruir um quadrado a partir de três quadrados idênticos. As atividades apresentadas respondem aos objetivos disciplinares seguintes (DOCUMENT, 2011, patamar 3/ Competência 3, p. 35]:

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

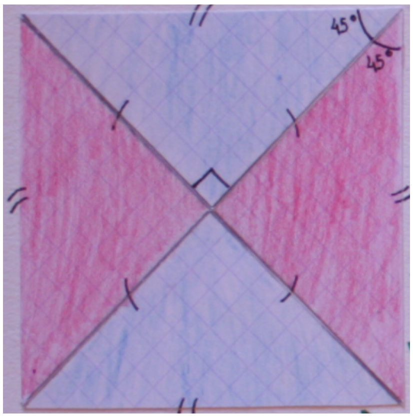
- Manipular: quebra-cabeça em madeira, cortes sobre papel quadriculado, montagens, pavimentos, colagens.
- Construir: utilização dos instrumentos geométricos, traçar sobre diferentes papéis (papel quadriculado, Canson).
- Nomear, codificar: utilização do vocabulário dos objetos geométricos, dos símbolos, das notações, das identificações de comprimentos iguais, de ângulos.
- Medir: os comprimentos e os ângulos.
- Calcular: reintrodução da <divisão de fração> por uma estrutura geométrica, unidade de fração, escrever equações, cálculos com áreas em frações...
- Escrever: redigir o texto de um programa em construção.
- Razão.
- Retomemos agora os problemas.

Problema nº 1: *Reconstituir um quadrado a partir de dois quadrados idênticos*.

Três sessões do curso de Matemática são consagradas (aproximadamente 2h 30min). É a manipulação que ocupa o primeiro lugar entre eles. A questão, “Como reconstruir um quadrado a partir de dois quadrados idênticos?”, é colocada oralmente de maneira a permitir uma troca de perguntas e comentários dentro da classe. Ela é finalmente escrita no quadro como tarefa a realizar. O trabalho se desenvolve em pares a partir de dois quadrados idênticos cortados no papel quadriculado para facilitar os traços e os cortes. Após a fase de tentativas sucessivas e de abordagens, vários pares encontrarão rapidamente as soluções procuradas. A maioria dos alunos teve a ideia de cortar os dois quadrados seguindo as diagonais (*cf.* figura 8), um grupo encontrou sozinho, sem ajuda, outra possibilidade de conservar um quadrado (*cf.* figura 9). A ideia de fazer aparecer figuras particulares, triângulos retângulos isósceles, e não cortar de forma alguma se mostrou mais rápida e muito preciosa.

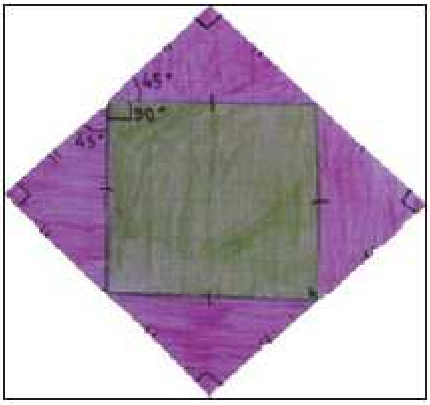
Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Figura 8: Construção elaborada a partir das diagonais



Fonte: Elaborada pelos alunos

Figura 9: Construção elaborada a partir de triângulos retângulos isósceles



Fonte: Elaborada pelos alunos

Um grupo cortou ou dobrou sem nenhuma reflexão prévia, mas não avançou: o professor deu-lhe então um incentivo (uma indicação visual), projetando os elementos decorativos onde certos motivos ilustraram uma solução para o problema colado (*cf*. figuras 10 e 11). Todos os grupos introduziram os elementos, permitindo-lhes produzir uma resposta.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Figura 10: Detalhe de um mosaico da Mesquita Hassan II, Casablanca (século XX)

Fonte: Acervo pessoal Moyon

Figura 11: Detalhe de uma pintura mural, Granada (séculos IX – X)

Fonte: Bernus-Taylor, 2000, p.97

Ao fim da sessão, após um momento de troca coletiva em que é mencionado o nome de todos os elementos das composições e os eixos de simetria dos dois pavimentos, todos os alunos são capazes de colocar em forma uma ficha com colagem e pintura de dois quebra-cabeças (*cf.* figuras 8 e 9). Eles terminaram esse trabalho nas suas casas.

As diferentes manipulações permitiram a todos os alunos serem ativos e empenharem-se nesta primeira pesquisa. Cada aluno tem integrado o problema geométrico colocado, e continua agora a explorar os dois quebra-cabeças obtidos. Esta exploração se divide em duas partes. Para a primeira, estas são as grandezas e medidas que estão no programa. Em seguida, as noções de área e de perímetro, as frações “divisões” e os “números fracionários” foram tratados. O objetivo é de comparar as áreas de cada um dos elementos que constituem os dois puzzles

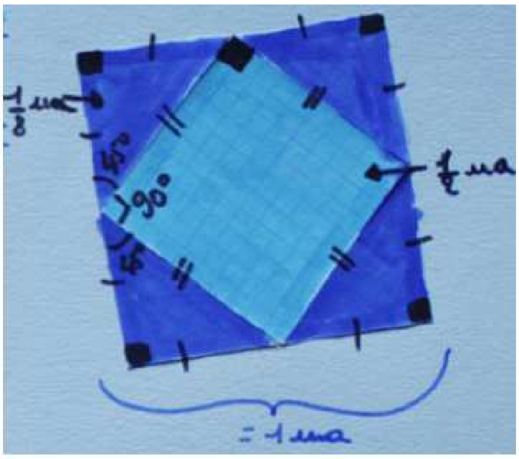
Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

diferentes sem medir. As respostas das duplas são projetadas no quadro e comentadas. Poucos erros apareceram. Uma restrição adicional é acrescentada: uma unidade de área foi fixada, ao “quadrado grande”. Eles expressaram então a área de cada figura com a ajuda de frações (*cf.* figura 12). Todos os grupos conseguiram encontrar boas respostas. Eles ainda conseguiram encontrar o máximo de igualdades onde envolviam as frações. A divisão de fração é assim reintroduzida num quadro geométrico original que os alunos se apropriam muito rapidamente, por que eles já refletiram, com a construção de quebra-cabeças, em relação das áreas das figuras pertinentes. Isto dá significado ao seu trabalho e eles mostram muitas iniciativas.

Com suportes visuais (quebra-cabeças/figuras/código de cores), todos os grupos conseguem escrever igualdades onde vão intervir na metade, um quarto, um oitavo. Os alunos mais “intuitivos” vão até escrever as somas onde figuram as frações de denominadores diferentes assim como os produtos de fracções por um número inteiro (*cf.* figura 13). Ao fim da sessão, a síntese dos trabalhos dos diferentes grupos é rica e animada. Todos os registros escritos dos alunos estão completos, cada um escolhendo as relações que lhe “falam” (mais ou menos elaborados) fazendo intervir as áreas com frações (*cf.* figuras 12 e 13).

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Figura 12: Área da figura com frações de denominadores diferentes

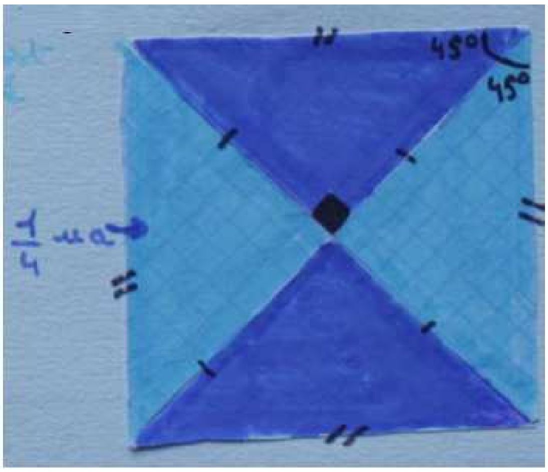


$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \times 4$$

$$\frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2} \text{ ou } \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Fonte: Elaborada pelos alunos

Figura 13: Área da figura com frações



$$1 = \frac{1}{4} \times 4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

Fonte: Elaborada pelos alunos

As observações são igualmente feitas (oralmente de modo informal) sobre os ângulos e suas medidas (90°, 45°) e sobre a soma de alguns entre eles. Evocam-se as paralelas, as perpendiculares, os pontos alinhados, etc. Progressivamente as

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

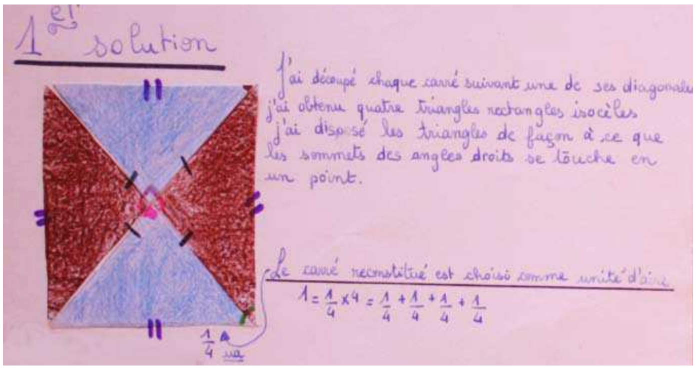
produções enriquecem ainda com as medidas, as codificações... (*cf.* figuras 8 e 9, 12 e 13). A exploração de duas figuras-puzzle foi naquele dia além das expectativas iniciais do professor.

Todos os alunos estão então prontos, após vários dias, para a segunda parte dedicada ao trabalho escrito. Trata-se com efeito de descrever precisamente como uma pessoa, que não sabe fazer, faz para obter um quadrado (a partir de outros dois). O trabalho em dupla é efetuado em rascunho. Cada dupla escolhe um puzzle a descrever e registra o pensamento utilizado com o vocabulário das figuras geométricas. A sessão termina em meio ao trabalho escrito e eles vão continuar o estudo em suas casas. No dia seguinte, no início da aula, as produções são projetadas numa tela, os principais erros (notações, vocabulário específico, sintaxe, etapas a seguir...) são corrigidos em plenário.

Todos os elementos são tratados e partilhados, isso reforça os traços entre eles e instala um clima de respeito mútuo. Este trabalho, que se inscreve na progressão do sexto após os exercícios mais simples de pesquisa de programas de construção, tem permitido certas revisões de vocabulário geométrico e, sobretudo, trabalhar a cronologia de etapas de construção. Um grupo "teste" constituído de alunos que tiveram mais dificuldade de redigir um programa de construção é encarregado de verificar se os dois textos contêm as instruções necessárias e suficientes para fazer as figuras sobre o papel Canson com dados redigidos por seus colegas.

Os textos "validados" são recopiados e complementados na ficha (*cf.* figuras 14 e 15) onde figuram agora numerosas informações!

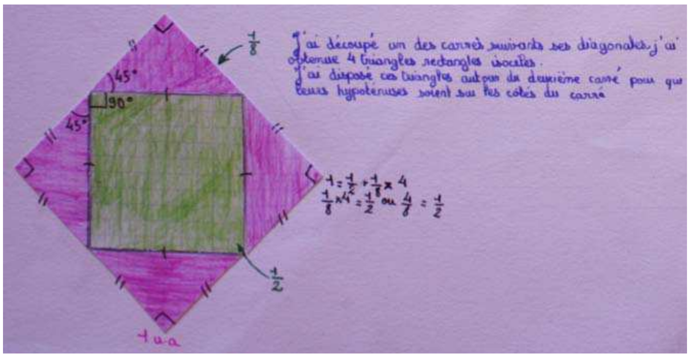
Figura 14: Solução 1 para a construção de um quadrado



Fonte: Elaborada pelos alunos

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Figura 15: Solução 2 para a construção de um quadrado



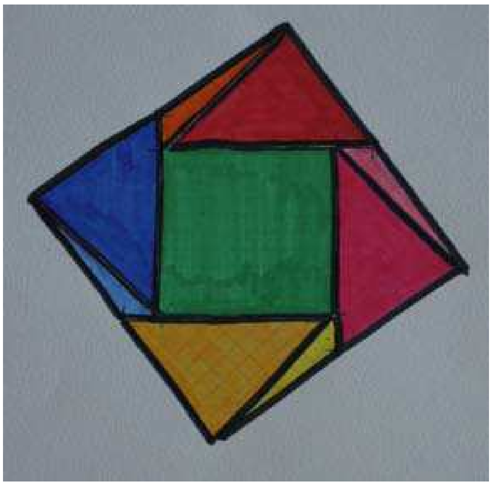
Fonte: Elaborada pelos alunos

Problema nº 2: *Reconstituir um quadrado a partir de três quadrados idênticos*.

O trabalho, sempre em dupla, se desenvolveu a partir de três quadrados idênticos cortados em papel quadriculado. Os alunos de posse de um texto antigo estudado em Francês (*cf*. anexo 2a-2b), do documento em foto (*cf*. anexo 2a) e do quebra-cabeça em madeira que eles podiam manipular. Todos os grupos se envolveram na resolução dos problemas com interesse, mas, após certo tempo, a falta de método, de cuidado e de precisão desencorajaram mais de um aluno. Alguns alunos tiveram a ideia de numerar as peças do quebra-cabeça para melhor encontrá-las, outros decidiram colorir cada peça. As produções são de qualidade irregular e não satisfazem a todos da dupla. A etapa de colagem vai também ser muito decepcionante e ela é muitas vezes difícil de obter o resultado esperado (*cf*. figura 16). O trabalho de "artesão" se revela, portanto, bem delicado! Ao contrário, a transição para a construção sobre o Canson, ou seja, uma parte do trabalho do "geômetra" com seus instrumentos (régua, quadrado e compasso), reservaram agradáveis surpresas (*cf*. figura 17)!

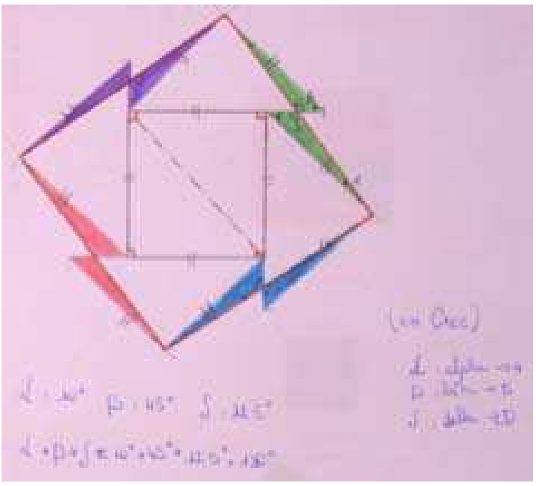
Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Figura 16: Reconstrução a partir de colagem



Fonte: Elaborada pelos alunos

Figura 17: Reconstrução geométrica



Fonte: Elaborada pelos alunos

Nesta sessão que se inscreve na progressão do sexto após as construções de triângulos e quadriláteros particulares, tem-se a oportunidade de colocar em aplicação habilidades já trabalhadas em outros lugares. Cada aluno, mesmo os que tinham mais dificuldades, expressa a vontade de realizar uma “bela” figura retomando-a várias vezes. A ajuda entre pares se revelou aqui também muito produtiva.

No início da aula seguinte, as produções são projetadas numa tela e comentadas. As figuras são codificadas e todas as observações listadas, classificadas, corrigidas no quadro. Esta é uma nova oportunidade para trabalhar o

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

vocabulário geométrico, as igualdades de comprimentos e ângulos, de medir (em particular com o transferidor), de comparar, de calcular, de somar ângulos e de estudar a eventual presença de simetrias. A noção de simetria central é evocada mesmo se ela não está no programa do sexto: alguns com papel vegetal colocaram em evidência mais de meia volta para explicar a igualdade das áreas dos pequenos triângulos. Nada pode ser rigorosamente justificado nesse nível, mas as pistas são citadas e escritas no rascunho da pesquisa. Para anotar os ângulos, se utiliza as letras gregas. Nessa ocasião, e a pedido dos alunos, um “pequeno” alfabeto será fornecido pelo professor de letras clássicas. O debate da aula é realmente rico e animado, todos participam ativamente para finalizar sua própria ficha com todos os elementos tratados e compartilhados.

B2. *O trabalho do professor de Francês*

O último problema colocado pelo colega de Matemática é uma tradução francesa de um texto original em árabe (século X). Ele tem a forma textual de um enunciado medieval, ele não corresponde aos problemas matemáticos habitualmente dados aos alunos do colégio. Na verdade, ele apresenta particularidades de recitação que se tende a evitar hoje, notadamente para maior clareza e rigor científico. Ele se apresenta com muitas relações lógicas, às vezes com significado desconhecido para os alunos do sexto. Mistura-se o tempo de conjugação (presente/futuro), e por fim, ele apresenta frases longas e complexas de um ponto vista sintático. Ele não oferece um significado imediatamente perceptível e sabe o quanto é importante não deixar um aluno sem ferramenta diante de um texto que não se revela numa primeira leitura, sob a pena de dar lugar ao desânimo. É, portanto, nesse nível que o professor de letras pode e até mesmo deve intervir. Trata-se então de incentivar o aluno a ler e compreender um texto cujo significado não é dado e, portanto, se perguntar quais habilidades da leitura envolvida, habilidades que são aqui essencialmente léxica e sintática.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Desenrola-se então em três etapas principais, o trabalho em Francês que tem objetivos relevantes do programa do sexto e de base comum dos conhecimentos e das competências (BO n°6, Français, 2008, p. 1-13):

> ➢ Ler um texto curto e recolocá-lo num contexto;
> ➢ Deduzir o significado das palavras desconhecidas ou obscuras do contexto e trabalhar mais habitualmente sobre um léxico específico;
> ➢ Se exprimir oralmente para relatar um texto;
> ➢ Descobrir a frase complexa (subordinada, antecedentes ou referentes aos pronomes);
> ➢ Observar, identificar e manipular os conectores;
> ➢ Escrever um texto com restrições de escrita.

A primeira etapa é necessariamente uma ou várias leituras silenciosas, só leitura de compreensão e que corresponde ao ritmo de cada um (ritmo muito variado dos alunos no sexto). A segunda etapa consiste na identificação do vocabulário matemático, o professor se assegura do vocabulário que é paradoxalmente bastante simples. O aluno toma assim bastante destreza, confiança e pode se utilizar das cores para sublinhar esses reparos. A terceira etapa, um pouco mais complexa do que os reparos lexicais, levou-nos a retornar sobre o contexto desse problema, tal como ele foi proposto na introdução. Essa é a tarefa do professor de relacionar o texto e a ideia do saber fazer do artesão. É então proposta aos alunos a identificação dos verbos do texto, diferenciando aqueles que revelam ação, de “fazer” daqueles que exprimem o resultado dessas ações.

Enfim, esse texto executa uma sintaxe complexa para o aluno do sexto. Trata-se, portanto, de verificar o significado e o valor das relações lógicas tal, “enquanto” que aqui tem um significado consecutivo, num momento que os alunos privilegiam sempre o sentido temporal. Os pronomes pessoais e relativos estão também muito presentes. Eles devem ajudar os alunos a identificar as referências ou os antecedentes desses pronomes.

O professor de francês pode ver, neste trabalho interdisciplinar, vários interesses para sua própria disciplina. A sessão se desenrola na presença de dois professores, os alunos estão imediatamente intuindo que as competências dessas duas disciplinas vão lhes ser exigidas na mesma base: aqui é o Francês ao serviço

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

das Matemáticas. É, então, mais fácil de mostrar-lhes que essa abordagem pode se estender a todos os textos.

Esta é uma leitura “em ação”, destacando elementos coloridos do texto, ou mesmo um recorte em diferentes etapas. O aluno é então como um artesão, ele também desenvolve um saber-fazer, em face de um texto cujo significado não aparece com a primeira leitura, a leitura-descoberta que é feita habitualmente só pelo aluno do sexto.

Ele descobre assim a necessidade de uma leitura mais analítica para que saiba convocar os saberes. É a vez do professor de Matemática desfrutar deste trabalho por outros enunciados (definições, problemas, regras...) que enchem o caderno de Matemática.

Vários prolongamentos foram considerados para facilitar a passagem da narração dos alunos do sexto: escrever uma história a partir da imagem de um artesão no trabalho, incluindo o texto problema, escrever uma história através da perspectiva de um escriba egípcio por meio das observações de conferências (*cf.* anexo 3), ou ainda escrever a biografia de um matemático a partir de diversos documentos (*cf.* anexo 4).

B3. *O trabalho do professor de História*

Concernente à contribuição do professor de História no projeto, foi necessário encontrar o seu lugar, em particular, para compreender o que ele poderia trazer de sua disciplina. No momento da execução do novo programa, a ideia de ligar Matemática e História germinou antes do projeto no âmbito do trabalho conjunto sobre História da numeração, notadamente. Além disso, o programa de História do sexto, enriquecido com História das Artes, permitiu abrir novos horizontes. Diversas interrogações foram então colocadas: (1) definir a intervenção em classe uma vez que encontrou o objeto de estudo (Como integrá-la na progressão? Como proceder? Com quais os documentos?....); (2) definir as competências da base a mobilizar; (3) pesquisar para integrar o projeto no contexto da História das Artes e finalmente; (4) refletir sobre a escrita dos alunos.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

As primeiras sessões do E.R.R. permitiram definir o objeto de estudo a partir do texto de Abū l-Wafā’ (*cf.* preâmbulo histórico). Se nós pudéssemos resumir o projeto em um título, esse seria: “Da ornamentação à geometria... do artesão ao geômetra...”. Esse tema procura então compreender como o saber-fazer dos homens poderia preceder ou impulsionar a veracidade da pesquisa científica.

Diante desse tema, e ao texto de partida, o lugar da História apareceu claramente, pois se teve a necessidade de revisitar a fonte das Matemáticas de posse da seguinte questão: “Por que os homens tiveram necessidade de decifrar/compreender o mundo?”. Trata-se, então, do quadro do programa de História do sexto, que se estende da Antiguidade ao início da Idade Média, para encontrar um ângulo de aproximação coerente sabendo que o texto de Abū l-Wafā’ data do período medieval.

A realização de uma apresentação parecia uma execução mais simples, permitindo “abrir o apetite” dos alunos. Mas para “prender a atenção dos alunos”, era necessário ter tratado previamente certas partes do programa. Recapitulemos brevemente o processo que foi privilegiado (BO spécial n°6, 2008):

- ➢ Tratar a parte 1 de História:
- • A Mesopotâmia no quadro do Oriente antigo no III milênio a.C., isso permitiu evocar a necessidade para os homens de saber contar antes de saber escrever.
- ➢ Tratar dos dois primeiros capítulos da parte 2 da civilização grega:
- • As origens do mundo grego
- • A cidade de Atenas no IV – V séculos a.C.
- ➢ Aproveitar da última lição sobre Alexandre o Grande e a “Grécia dos sábios” para introduzir a parte da História referente a esse projeto: apresentar “Como os sábios da antiguidade e da Idade Média procuraram compreender e decifrar o mundo?”.
- ➢ Fazer trabalhar os alunos de modo autônomo sobre a ficha de atividade (*cf.* anexo 5).

É então o momento de tratar da “Grécia dos sábios” que o plano de História pode ser inserido. Sobre uma hora de aula de História e na presença do professor de Matemática, a apresentação foi projetada. O professor se cerca de documentos para tecer uma ligação entre as diferentes civilizações que aproveitaram as descobertas de seus antecessores para demonstrá-los e enriquecê-los. Ele tinha necessidade de explicar os documentos para colocar em evidência sua relação.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Além disso, dada a complexidade de certos períodos históricos, o professor de História teve de “ampliar” certos pontos, certos momentos da História, certos personagens. Dizer tudo, mostrar tudo não é possível.

A escolha da apresentação do painel Histórico é muito interessante porque ele tem a vantagem de cativar um público pouco habituado à utilização do vídeo projetor. Os documentos visualizados, mesmo se alguns são de difícil acesso para os alunos mais jovens, são explicados, às vezes animados e essa intervenção dá espaço a reações dos alunos que podem ser interrogados sobre a natureza do documento, sua época, o autor..., mas também pode igualmente a qualquer momento interromper o professor para fazer perguntas.

Como parte deste artigo e para permitir nosso leitor de se apropriar do material presente, é importante detalhar os elementos que nós privilegiamos na preparação da apresentação. Após recordar a necessidade dos homens de dominar as quantidades desde os tempos pré-históricos e da contribuição das civilizações orientais (Mesopotâmia e do nascimento da escrita no IV milênio a.C.), a apresentação se articula em torno de três pontos principais:

1. O início da racionalização científica como ilustração no mapa dos espaços fortemente influenciado pela cultura grega (VI-I séculos a.C.) no qual estão localizados os grandes sábios e filósofos como Eratóstenes e Euclides. O mundo segundo Eratóstenes é também apresentado (CARTE, sec. III e II a.C.).
2. A difusão dos saberes científicos com o papel dos homens no poder como Alexandre o Grande. Um mapa de suas conquistas foi exposto, em seguida, um mapa de Alexandria no século IV a.C., e uma representação imaginária da Biblioteca de Alexandria para a apresentação de civilização helenística[10]. Um mapa das rotas comerciais marítimas e terrestres no início da Idade Média, um mapa do mundo muçulmano no século VIII destacando Bagdad[11] são extremamente úteis para a compreensão geográfica da região mediterrânica, palco principal do intercâmbio científico. Um trecho do *Livro das Categóricas das*

[10] Estes documentos estão disponíveis: <http://hgcollege.editionsbordas.fr/eleve/webfm_send/253>. Acesso em 06 de fev. de 2013.
[11] Aqui, nós saímos do programa do sexto, pois devemos explicar, localizar e responder a perguntas que possam surgir.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Nações de Sāᶜiḍ al-Andalusī (XI século) mostra a califa abássida[12] al-Ma'mūn e seu gosto acentuado para a ciência, o que nos permite discutir o papel do apadrinhamento no desenvolvimento das ciências em países islâmicos:

> O califa abássida al-Mamoun se ocupa de pesquisar a ciência lá onde ela se encontrava. Ele se relacionou com os imperadores de Byzance, lhes deu ricos presentes, e pediu-lhes para dar-lhes livros de presente da filosofia que estavam em sua posse. Os imperadores lhes enviaram as obras de Platão, Aristóteles, Galeno, Euclides, Ptolomeu que eles detinham. Al-Mamoun escolheu então os tradutores; a tradução que foi feita antes, com toda a perfeição possível, o califa levou esses temas para estudar (SĀᶜID AL-ANDALUSĪ, 1935, p. 100).

Finalmente, uma miniatura de al-Wāsilī (XIII século) de uma biblioteca (AL-HARIRI, 1236) e uma cópia de um manuscrito representando uma tradução greco-árabe do teorema chamado de "Pitágoras" (DJEBBAR, 2006, p. 74) nos oferece a oportunidade de mostrar o papel das traduções de tradição científica e uma outra na difusão de conhecimentos e práticas científicas.

3. A verdade científica ou estética? Para trazer elementos para a resposta dessa questão, nós escolhemos reproduções do observatório Gralata do século XVI[13] [D] no mapa do mundo segundo o geógrafo al-Idrīsī (PLANISPHÈRE, 1456), um *hadith* [discurso do profeta] que proíbe a representação humana acompanhada de fotografias de palácios árabes e muçulmanos, como *Alhambra*, em Granada por exemplo, e de mesquitas, onde a decoração é massivamente geométrica: "Guardai-vos o que representa o Senhor ou a criatura; não pintes as árvores, as flores, os objetos inanimados" (CLÉMENT, 1993, p. 17). Nós terminamos com uma fotografia atual mostrando um artesão no trabalho, com suas ferramentas para fazer mosaicos decorativos notando a ausência de estruturas e instrumentos matemáticos que permitem extrair do texto de Abū l-Wafā' (citado anteriormente).

Para guardar na memória esta apresentação, é necessário fornecer um registro escrito aos alunos. Nós escolhemos lhes dar na forma de fichas uma lista

---

[12] Califa abássida foi uma dinastia que governou o mundo mulçumano de 750 a 1258. Fonte: <https://fr.wikipedia.org/wiki/Califat_abbasside>. [Nota dos tradutores].

[13] Página do *Shāhinshāh nameh* mostrando os astrônomos a tomar medidas com diferentes instrumentos, Istanbul, University Library, T.Y. 1404. Disponível em: <http://www.qantaramed.org/qantara4/public/show_document.php?do_id=1217&lang=e>. Acesso em 01 de fev. de 2013.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

que os alunos deveriam completar sozinhos ou em grupos efetuando eventualmente algumas pesquisas (*cf*. anexo 5).

Esta abordagem em História permite validar várias competências de base comum de conhecimentos e competências de itens notadamente correspondentes a cultura humanista. As competências sociais e cívicas podem também fazer objeto de validação no âmbito do comportamento responsável para compreender a importância do respeito mútuo e aceitar todas as diferenças.

O registro é ainda muito positivo. Em particular, para os alunos, isso tem claramente despertado sua curiosidade quanto ao papel de filósofos, dos sábios e da potência científica e cultural dos países islâmicos, isso que está no programa do quinto.

B4. **Conclusão**

Este trabalho, realizado em interdisciplinaridade, permitiu de início despertar a curiosidade dos alunos, às vezes, a partir de problemas antigos, de modo concreto e textos históricos originais de acesso *a priori* complexo. Nossa abordagem contou com espontaneidade e o frescor dos alunos do sexto sem que eles fizessem questões inúteis sobre o mérito dos diferentes trabalhos propostos. Ao contrário, cada um conforme seu nível, suas dificuldades, suas competências, se sentiam pertencentes a sua tarefa dentro da dupla, depois se beneficiaram das trocas dentro da classe.

Alguns foram além do pedido e tomaram a iniciativa de criar dossiês – trabalho que vai além da simples compilação – com título, um sumário, uma classificação, coloridos, ilustrados..., esse trabalho foi conduzido de forma independente, em casa.

Essa interdisciplinaridade permitiu ir mais longe aos estudos de um texto antigo, experiência rica que se consistiu em confrontar um texto cujo significado escapa numa primeira leitura (léxica, sintaxe antiga ou obscura) e que se revelam progressivamente graças aos diversos procedimentos (relações de campos lexicais, precisões sintáxicas...). Além disso, os sentidos eram conduzidos sobre um processo de instruções concretas (desenhos, cortes).

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Enfim, esse trabalho sensibilizou os alunos quanto aos métodos e saberes dos quais eles compreenderam a consistência – o exemplo mais simples é a utilização a seu pedido de mapas gregos para anotar os ângulos. O texto problema se inscreve na História e a cronologia de uma abordagem da linguagem que se revelou para eles nas aulas de Francês, os quais tiveram que solicitar aquisições específicas. Além disso, graças à conferência de Marc Moyon, estabeleceu-se a relação entre o artesão e o geômetra, permitindo abordar a ideia de pavimentação e de decorações logo a noção de *Belo* poderia encontrar uma extensão em História das Artes (estudos de pavimentação em pinturas e arquitetura, da *Escola de Atenas* de Raphael, as figuras de sábios astrônomos, matemáticos, poetas…). E isso é sem dúvida toda a riqueza de um trabalho interdisciplinar: não ter esgotado os desejos dos alunos e possíveis perspectivas dos professores!

C. — Cortar triângulos em dois e os quadriláteros em quatro. As atividades matemáticas e informáticas no quinto (12-13ans).

Nesta última parte, a introdução de uma perspectiva histórica no ensino Matemática se apresenta de uma forma muito diferente do projeto interdisciplinar anterior. Na verdade, a História da Matemática tratada no nível de formação dos colegas envolvidos no E.R.R., "História da matemática no colégio", empenhados em trabalhar efetivamente na sala de aula.

Graças à leitura dos dois artigos de História da Matemática (MOYON, 2009, 2012), decidimos criar duas sessões no quinto e duas sessões de Matemática, ilustrando a História da geometria euclidiana (propriedades elementares e da partilha de figuras planas), privilegiando um processo de pesquisa e exploração de um programa de geometria dinâmica. Ambas as atividades apontadas no parágrafo abaixo contém instruções oficiais (BO nº 6, Mathématiques, 2008, p. 24, p. 26):

3.1 Figuras planas (...) Mediana e altura de um triângulo	- Conhecer e utilizar a definição de uma mediana (...) de um triângulo.	Essas noções são relacionadas ao trabalho sobre a área de um triângulo. A demonstração das propriedades de concurso não é possível na classe do quinto (...)

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

4.3 áreas Paralelogramo, triângulo	- Calcular a área de um paralelogramo - Calcular a área de um triângulo conhecendo um lado e a altura associada.	A fórmula da área do paralelogramo é deduzida da área do retângulo. O fato é que cada mediana de um triângulo divide em dois triângulos de mesma área é justificado.

Atividade "*partilha de um triângulo*"

Essa é em realidade a noção de área, que é central para o programa da classe do quinto, o que prendeu nossa atenção. É bem essa noção que é central na primeira atividade "Partilha de um triângulo" (*cf.* anexo 6). Nós paramos sobre a propriedade da mediana que partilha um triângulo em dois triângulos de mesma área com as proposições 37 e 38 do *Livro I dos Elementos* de Euclides[14] subjacentes na demonstração da referida propriedade. A ideia era construir uma atividade em que a primeira parte permitiria aos alunos demonstrar as proposições dos *Elementos* após uma segunda parte onde eles deveriam reaplicar esse resultado para justificar a partilha equitativa de um terreno triangular.

Nós também queríamos privilegiar um processo experimental sobre diferentes figuras e, para isso, as ferramentas informáticas nós pareceu bem adaptadas e de acordo com as exigências do programa:

> *O trabalho de geometria plana toma sempre de suporte as figuras desenhadas, ao lado dos casos, à mão livre, ajudando os instrumentos de desenho e de medidas, ou em um ambiente informático. Eles são levados em estreita ligação com o estudo de outras rubricas. As diversas atividades de geometria habituam os alunos a experimentar e a conjecturar, e permitem progressivamente de praticar justificativas de aplicação das ferramentas do programa e aqueles já adquiridos na classe do 6º* (BO nº 6, Mathématiques, 2008, p. 23).

[14] Preposta I. 37: "os triângulos que estão postos sobre a mesma base e entre as mesmas paralelas são iguais entre si" (EUCLIDE, vol. 1, p. 264).
Preposta I. 38: "os triângulos que estão sobre bases iguais e entre as mesmas paralelas são iguais entre si" (EUCLIDE, vol. 1, p. 265).

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Por fim, nós completamos a ficha de atividade com uma introdução apresentando brevemente o contexto histórico dos problemas propostos (*cf.* anexo 6).

A atividade "Partilha de um triângulo", após uma hora, foi realizada na sala de informática em dupla (pela necessidade dado o número de alunos e a quantidade de computadores). Como pré-requisitos, os alunos devem conhecer a fórmula da área de um triângulo e ser familiarizado com a utilização de um programa de geometria dinâmico. Aqui, é o programa livre de Geogebra que foi utilizado. Nossos objetivos são triplos: de início, aplicar um programa de construção com o software de geometria, em seguida, calcular e comparar as áreas e, por fim, escrever uma pequena sequência dedutiva.

Todos os alunos constatam que a medida da área permanece inalterada. Em seguida, muitos alunos não utilizam [*AH*] como altura e traçam espontaneamente a altura resultante de M_1 em seguida resultando de um novo ponto M_2. Se a escrita literal da área do triângulo *ABC* não representa um problema, muitos têm dificuldade para concluir com duas expressões iguais que seriam escritas:

$$A_{AM_1B} = \frac{AB \times M_1N_1}{2} \text{ e } A_{AM_2B} = \frac{AB \times M_2N_2}{2}.$$

É necessário então guiá-los para intervir o comprimento da altura [*AH*] comum aos triângulos *ABM* de base [*AB*], para todo ponto *M* de (*d*). A síntese dessa experimentação permite retomar os enunciados da proposta 37 do Livro I dos *Elementos* de Euclides e, por extensão, da proposta 38 do mesmo livro.

Na parte de "aplicação" da atividade, enquanto que a figura dinâmica permite que uma grande maioria dos alunos de mover o meio de [*RE*] e traçar a mediana (termo ainda desconhecido para eles), a demonstração da exatidão dessa construção é difícil. Em particular, para nossa surpresa, os alunos não fazem a conexão entre a figura obtida e os enunciados das preposições dos *Elementos* de Euclides, vistos anteriormente. A leitura da introdução histórica se revelou então verdadeiramente mais importante e leva a maioria dos alunos a traçar a paralela a (*ER*) passando por *P*. A síntese dessa atividade foi então realizada no início da aula seguinte. Ele nos permitiu elaborar um registro escrito correspondendo à definição da mediana de um triângulo e a propriedade de equipartição da referida figura. É

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

também uma oportunidade para discutir a possível existência de várias soluções para o problema e, portanto, para a existência das três medianas de um triângulo.

Atividade "um quadrilátero em quatro!"

O prolongamento desse trabalho nos permitiu reaplicar a propriedade das medianas, nós descobrimos, em muitos livros didáticos do quinto, a presença de vários exercícios e atividades voltadas para a divisão de triângulos ou quadriláteros. Na maioria dos livros consultados, nós lamentamos, pelos professores e alunos leitores, a ausência de apresentação histórica nesses problemas. No entanto, nossa atenção foi selecionar uma atividade de computador propondo uma divisão do quadrilátero (MYRIADE, 2010, p. 251] dos quais nós nos inspiramos livremente para criar um trabalho prático, novamente na sala de informática e em dupla (*cf*. anexo 7). Outra manipulação do programa de geometria para realizar uma figura mais complexa, nossos objetivos são aqui de reconhecer e utilizar a propriedade da mediana de um triângulo; pensar na soma das áreas ajudando eventualmente os alunos em dificuldade, formulando uma conjectura e escrever uma sequência dedutiva.

Como no caso da atividade "partilha do triângulo", a parte experimental foi bem sucedida para todos os alunos. As dificuldades apareceram no momento de redigir a demonstração onde os pedidos de ajuda são importantes mesmo se nós já tivéssemos trabalhado, em várias ocasiões, a redação de sequências dedutivas.

Conclusão

Globalmente, graças às sessões de trabalho da E.R.R., nós pudemos facilmente incorporar as atividades no quinto para abordar a noção do programa a partir de uma perspectiva diferente daquela relatada em anos anteriores. Especialmente, as leituras, as investigações e as reflexões no seio da equipe permitiram nos formarmos tanto quanto possível da História da Matemática e sua introdução no ensino da Matemática. A transmissão do conhecimento do professor a

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

seus alunos foi facilitada graças a uma abordagem original que parecia responder a uma das principais expectativas dos alunos: a utilidade das matemáticas.

D. – Conclusão geral

Para os professores da E.R.R. "História da Matemática no colégio", a descoberta de novos episódios da História da Matemática permitiu a alguns revisitar a disciplina que ensinam por vários anos e a outros de pensar sobre sua própria disciplina (História e Francês) em conjunto com o trabalho realizado na aula de Matemática.

Nossa apresentação conjunta na execução na sala de aula de várias atividades geométricas e de elementos de reflexões conduzidas no seio de nosso grupo IREM ilustra modestamente que pode ser a introdução de uma perspectiva histórica no ensino da Matemática.

Com os trabalhos da CII "epistemologia e história da matemática" desenvolveram e continuaram a demonstrar (BARBIN, 2010): a referida introdução em manter a interdisciplinaridade pode assumir muitas formas e intervindo tanto no nível dos alunos, ou seja, na sala de aula, permitindo, uma melhor reflexão do professor sobre o objeto ou a noção de ensinar. Não nos privamos!

Marc Moyon

Professor "maître de conférences" no Instituto Universitário de Formação de Mestres da Universidade de Limoges (França), em História da Matemática. Seus trabalhos abordam, principalmente, a história da matemática medieval árabe e latina.

REFERÊNCIAS

ABŪ-AL-WAFĀ' AL-BŪZJĀNĪ. *Kitāb fī mā yahtāju ilayhi as-sanic min acmāl alhandasa [Livre de ce qui est nécessaire à l'artisan en constructions géométriques]*. Bagdad: Imprimerie de Bagdad, 1979.

AL-KARAJĪ. *Al-Kafī fī l-hisāb [Le livre suffisant en calcul]*. Alep: Institut d'Histoire des Sciences Arabes, 1986.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

BARBIN, É. Épistémologie et histoire dans la formation mathématique. *Repères-IREM*, no 80, p. 74-86, 2010.

BERNUS-TAYLOR, M. *Les Andalousies. De Damas à Cordoue.* Paris: Édition Hazan, Institut du Monde Arabe, 2000.

BONCOMPAGNI, B. *La practica geometriae di Leonardo Pisano*. Rome: Tipografia delle scienze matematiche e fisiche, 1862.

CLÉMENT, J.-F. L'image dans le Monde Arabe. Interdits et Possibilités. *Annuaire de l'Afrique du Nord*, vol. 32, p. 11-42, 1993.

DJEBBAR. A. *L'âge d'or des sciences arabes*. Paris: Institut du Monde Arabe, 2006.
______. *Textes géométriques arabes (IXe-XVe siècles)*. Dijon: IREM de Dijon, 2009.

EUCLIDE. *Les Éléments*. Traduit par B. Vitrac. Paris: Presses Universitaires de France, 1990.

MOYON, M. La division des figures planes comme source de problèmes pour l'enseignement de la géométrie. In: ESCOFIER, J-P; HAMON, G. (orgs.) *Actes de la Rencontre des IREM du Grand Ouest et de la réunion de la Commission Inter-IREM Epistémologie et Histoire des mathématiques,* Rennes: IREM de Rennes - Université de Rennes n.1, p. 71-86, 2009.

______. Practical Geometries in Islamic Countries: the example of the division of plane figures. In: KRONFELLENER, M.; BARBIN, É.; TZANAKIS, C. (orgs.) *History and Epistemology in Mathematics Education. Proceedings of the 6th European Summer University (Vienne, 19- 23 juillet 2010)*. Vienne: Verlag Holzhausen GmbH, p. 527-538, 2011.

______. Diviser un triangle au Moyen Âge: l'exemple des géométries pratiques latines. In: BARBIN, É. *Les mathématiques éclairées par l'histoire, Des arpenteurs aux ingénieurs*. Paris: Vuibert Adapt, p. 73-90, 2012.

PROUST, C. Problèmes de partage: des cadastres à l'arithmétique. In: *Culture Math, site expert des Écoles Normales Supérieures et du Ministère de l'Éducation Nationale*. Disponível em <http://www.math.ens.fr/culturemath/index.html>. Acesso em 03 fev. 2012.

RASHED, R. *Al-Khwārizmī. Le commencement de l'algèbre*. Paris: Blanchard, 2007.

SĀᶜID AL-ANDALUSĪ. *Kitāb tabakat al-umam [Livre des catégories des nations]*. Paris: Larose éditeurs, 1935.

Documentos Pedagógicos e instruções oficiais

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

BO n°6, Français, du 28 août 2008.

BO n°6, Mathématiques, préambule pour le collège, du 28 août 2008.

BO spécial n°6, Histoire, du 28 août 2008. Disponível em <http://eduscol.education.fr/cid49683/ressources-pour-classe-sixieme.html>. Acesso em 06 fev. de 2013.

DOCUMENT ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège. DEGESCO, mai. 2011.

MYRIADE *Mathématiques,* 5 ed., Paris, Bordas, 2010.

Documentos iconográficos

AL-HARIRI. "Une bibliothèque à Bassora". In: AL-MAQĀMĀT. *Les Séances*, copiada e pintada por al-Wāsilī à Bagdad. Paris, BnF, 1236. Disponível em: <http://classes.bnf.fr/dossitsm/islam.htm>. Acesso em 31 jan. 2013.

CARTE des terres émergées selon Eratosthène (sec. III-II a.C.). Disponível em: <http://expositions.bnf.fr/globes/bornes/itz/22/05.htm>. Acesso em 06 de fev. 2013.

PLANISPHÈRE d'al-Idrīsī. Oxford, The Bodleian Library (Ms. Pococke 375 fol. 3v-4), 1456. Disponível em: <http://classes.bnf.fr/idrisi/grand/9_05.htm>. Acesso em 31 jan. 2013.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Tabela dos anexos

Anexo 1: Exemplos de trabalhos dos alunos realizados em autonomia seguindo o projeto interdisciplinar “Da decoração à geometria do artesão... geômetra...”

Anexo 2a-b: “Um elemento ornamental com três quadrados idênticos”

Anexo 3: “O escriba”

Anexo 4: “A biografia de Euclides”

Anexo 5: “Por que os homens tiveram necessidade de decifrar/compreender o mundo?”

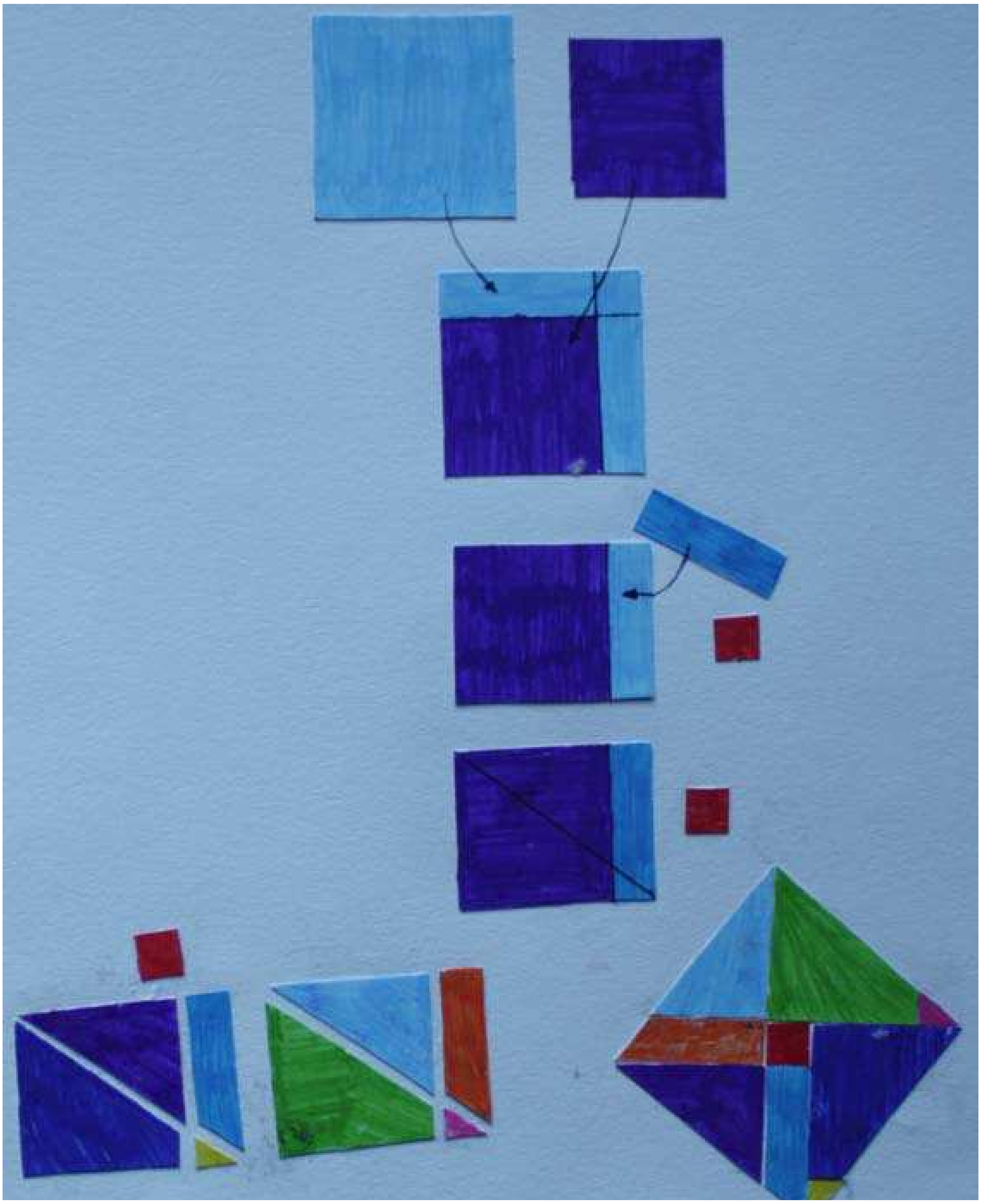
Anexo 6: “Partilha de um triângulo”

Anexo 7: “Um quadrilátero em quatro!”

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

ANEXO 1a

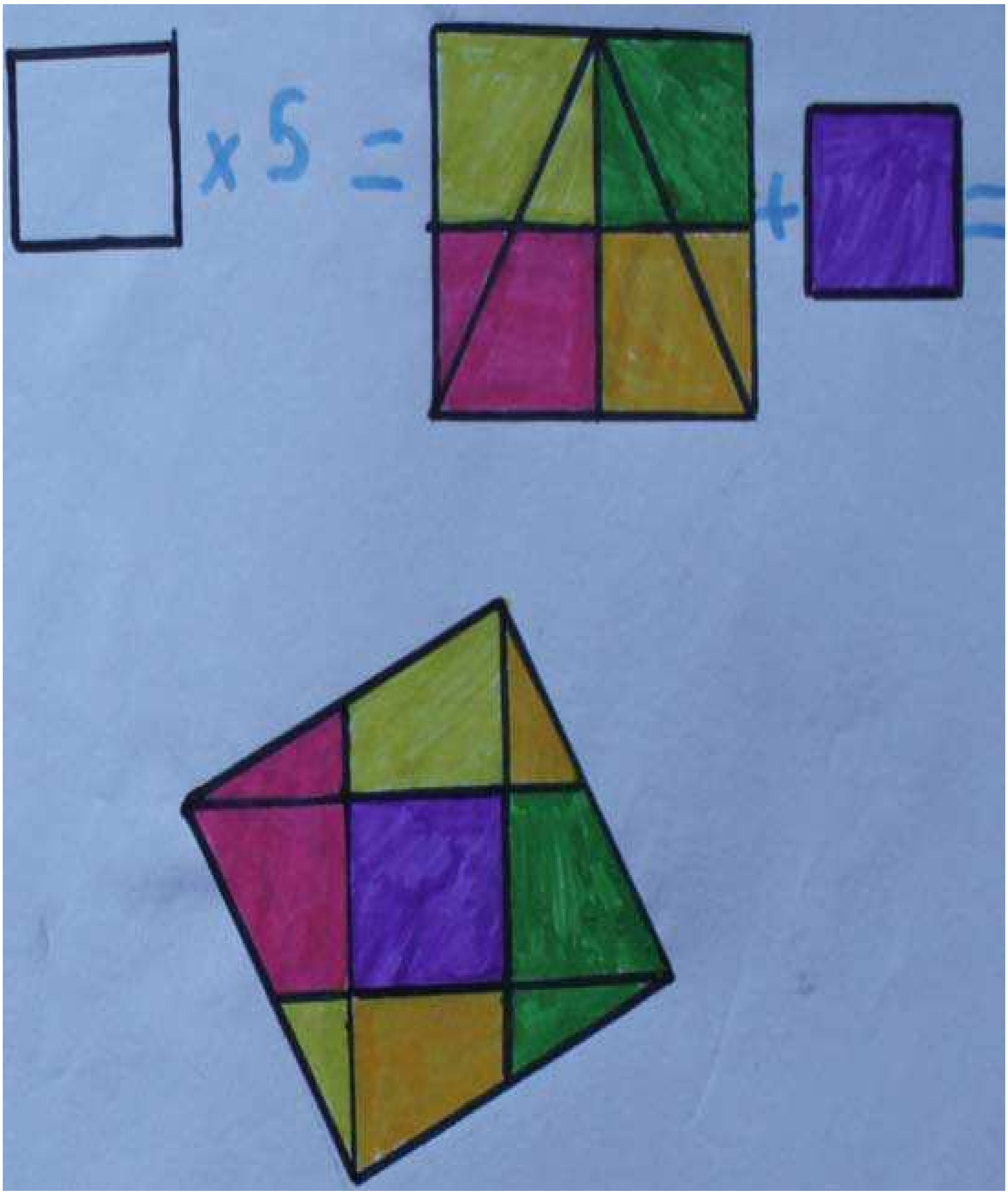
Construção de um quadrado a partir de 2 quadrados diferentes.



Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

ANEXO 1b

Construção de um quadrado a partir de 5 quadrados iguais.



Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

ANEXO 2a

Um elemento ornamental com três quadrados idênticos.

Um elemento ornamental com **três** quadrados idênticos...

Exemplo do ***Kitâb fimâ yahtâju ilayhi as-sani min a mal al-handasa*** (Livro sobre o que é necessário para o artesão em construções geométricas) de **Abû l-Wafâ**'.

O problema é o seguinte: **trata-se de construir um quadrado a partir do corte de três quadrados idênticos.** Muitos artesãos decoradores de países islâmicos utilizam este elemento de ornamentação.

Aqui está a tradução por **Ahmed Djebbar** de um livro texto citado acima.

"Nós dividimos dois quadrados em duas metades de acordo com os diâmetros e aplicamos cada um para um lado do terceiro quadrado, com um meio ângulo direito de cada triângulo sobre um dos ângulos do quadrado e sua diagonal sobre o lado do quadrado. Então, uma parte do triângulo que se estende desde o lado do outro ângulo do quadrado. Em seguida, nos juntamos os ângulos dos triângulos com a ajuda de linhas retas. Isto será o lado do quadrado desejado. Em seguida, cada triângulo grande, se separa de um triângulo pequeno que cortamos e que movemos em direção ao triângulo que apareceu do outro lado".

Trabalhar em duplas

Instruções:
Você tem acima dois documentos para explorar: um **texto** e uma **foto**
A partir destas duas informações:

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

- Faça uso de papel quadriculado, trace, corte e monte o quebra-cabeça para obter o quadrado final a partir de três quadrados idênticos.
- Construa sobre papel branco os diferentes elementos da figura que mostra o quadrado reconstruído.

ANEXO 2b

Um elemento de ornamentação com três quadrados idênticos

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

O problema é o seguinte: trata-se de construir um quadrado a partir do corte de três quadrados idênticos.

Muitos artesãos decoradores de países islâmicos utilizam este elemento de ornamentação.

Aqui está a tradução extraída do livro **Kitâb fimâ yahtâju ilayhi as-sani mim a mal al-handasa d'Abû l-Wafâ'**:

"Nós dividimos dois quadrados em duas metades de acordo com os diâmetros e aplicamos cada um para um lado do terceiro quadrado, com um meio ângulo direito de cada triângulo sobre um dos ângulos do quadrado e sua diagonal sobre o lado do quadrado. Então, uma parte do triângulo que se estende desde o lado do outro ângulo do quadrado. Em seguida, nos juntamos os ângulos dos triângulos com a ajuda de linhas retas. Isto será o lado do quadrado desejado. Em seguida, cada triângulo grande, se separa um triângulo pequeno que nós cortamos e que movemos em direção ao triângulo que apareceu do outro lado"

1º) Eu reli este texto vários vezes.

2º) Na versão abaixo do texto, eu destaco dois verbos diferentes de cores de ação (ações que vou ter que fazer então) e verbos que indicam o resultado dessas ações.

3º) Eu gerencio todas as palavras do vocabulário - o professor de Francês disse ao campo lexical – as ferramentas matemáticas.

4º) Este texto é um texto antigo: certas palavras deveriam estar modernizadas, o que dizer e fazer as correções no espaçamento.

Aqui estão as diferentes etapas deste texto. Eu as completo em restabelecimento dos conectores e marcadores de progressão do texto nas pontilhadas e inscrevendo seu pronome pessoal "elas" o nome que ele substitui.

"Nós dividimos dois quadrados em duas metades dependendo dos diâmetros

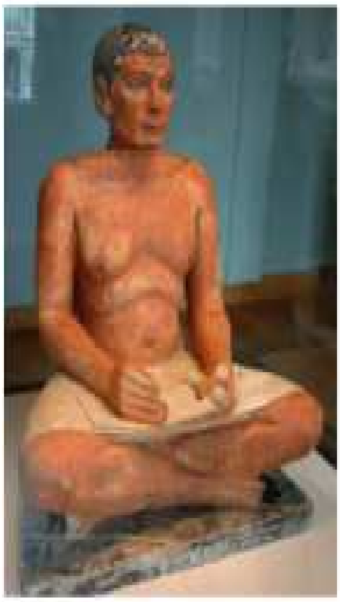
... aplicamos cada um deles a um lado do terceiro quadrado, colocando o ângulo meia-direita de [cada] triângulo sobre um dos ângulos do quadrado e sua diagonal sobre o lado [do quadrado].
... uma parte do triângulo que se estende desde o lado do outro ângulo [quadrado].
... nós juntamos os ângulos direitos dos triângulos com a ajuda das linhas retas. Este será o lado do quadrado procurado.
... de cada triângulo grande, separa-se um pequeno triângulo
... cortamos
... nós movemos em direção ao triângulo aparecendo sobre o outro lado."

ANEXO 3

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

O escriba

Imagine que com os olhos deste escriba e suas ferramentas, você irá escrever um relato a partir de três elementos que vos revelará na conferência XXXXX.



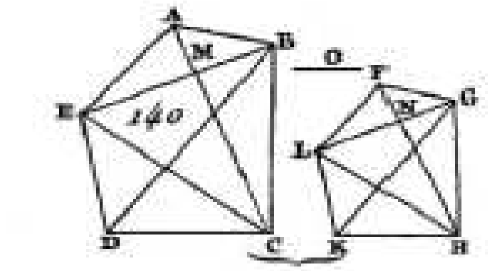
ANEXO 4

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

A biografia de Euclides

Aqui está uma série de documentos que servirão como uma ilustração de uma biografia de Euclides. Ao usá-los na ordem de sua escolha, observando as suas referências (data, tipo, título, ...), inseri-los em um texto escrito.

Os elementos
(fragmento manuscrito)



Elementos de Euclides
(Livro VI proposta XX)

O império de Alexandre, o Grande, em 323

Euclides (?) (baixo-relevo)

Euclides (detalhes da Escola de Atenas por Raphael)

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

ANEXO 5

Porque os homens tiveram necessidade de decifrar/compreender o mundo?

Tabuleta de contabilidade de argila, Mesopotâmia em torno de 2350 a.C., Museu do Louvre.

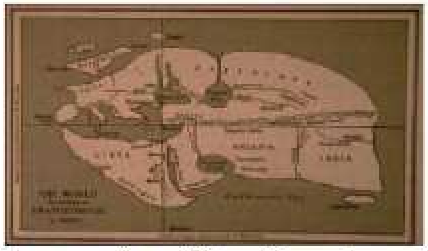
Qual uso os fizeram destas tabuletas de argila?

....

....

....

Euclides



Aristóteles

Graças a esses dois sábios, que permitem a Matemática e mais especialmente a geometria?

....

....

Mosaico do primeiro século, batalha de Arbelas

Quem desempenhou um importante papel na difusão dos saberes científicos? Dê exemplo do personagem mostrado sobre o mosaico.

....

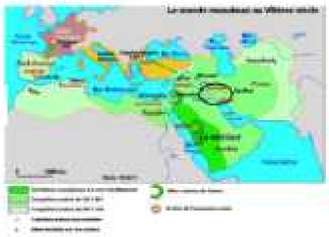
....

Qual espaço geográfico estava na difusão dos saberes? A partir de qual século?

....

....

....



> Eu assisti uma reunião onde havia um grupo de artesões e geômetras que foram questionados sobre a construção de um quadrado com a ajuda de três quadrados.
>
> O geômetra, ele, determinou facilmente uma linha possuindo três quadrados. Mas nenhum dos artesões estava satisfeito com o que tinha feito [porque] o artesão quer dividir os quadrados em partes por meio do qual ele compõe único quadrado (...).
>
> Quanto aos artesões, eles apresentaram vários métodos. Alguns deles tinham demonstrações e outros eram falsos, exceto aqueles que não eram demonstrados, em primeira mão, perto da precisão, isso que os fez pensar que suas observações eram exatas.
>
> **Abû l-Wafâ,** Livro sobre o que é necessário para o artesão em construções geométricas.

Para Abu l-Wafa, o que é bonito aos olhos está sendo geometricamente verdade?

....

....

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

Anexo 6

5eme *Partilha de um triângulo* *TP informática*

Introdução Histórica (por Marc Moyon)

Os problemas de partilhas, de cortes ou de divisões de campos ou de terras são muito antigos. Diz-se mesmo que esta seria a origem da *geometria* (medida de terra). Muitos estudiosos têm decidido que esse tipo de problemas geométricos decorre, pelo menos, desde o período babilônico na Mesopotâmia, na Grécia antiga, nos países islâmicos e até mesmo ao Renascimento europeu do século 16. Entre esses estudiosos, Euclides de Alexandria é particularmente famoso por sua obra que contêm mais de 10 livros, *Os Elementos*, que circulavam no mundo e em todas as épocas. Com a invenção da imprensa, será o segundo livro mais publicado depois da *Bíblia*.

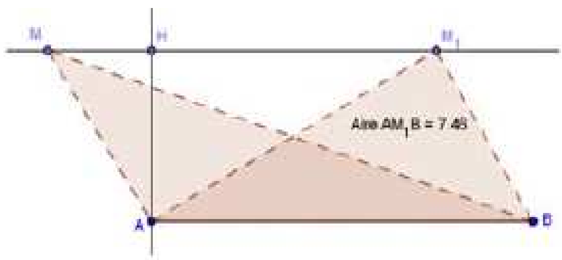
Os exercícios que estão disponíveis hoje são facilmente resolvidos desde que você saiba alguns dos resultados deste livro. Por exemplo, no primeiro livro, ele diz que "*os triângulos que estão sobre a mesma base e nas mesmas paralelas são iguais entre si*" ou ainda "*triângulos que estão sobre bases iguais e nas mesmas paralelas são iguais entre eles*". Você saberá utilizar estas duas propriedades geométricas?

I. Elementos de Euclides:

1) A experimentação com *software* de geometria:

Abra uma planilha de trabalho no Geogebra depois execute o programa da construção seguinte:

Trace um segmento [AB].
Trace uma linha perpendicular a [AB] passando por A.
Coloque um ponto H nesta linha.
Trace uma linha (d) paralela ao [AB] passando por H.
Coloque um ponto M sobre (d) e criar o triângulo ABM (Figura *Polígono*).
Faça exibir sua área.
Mova M sobre (d); o que vemos?



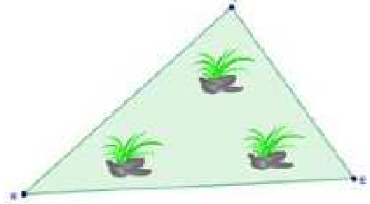
2) Demonstração

II. Aplicação:

Um agricultor tem um campo representado pelo triângulo PRE.

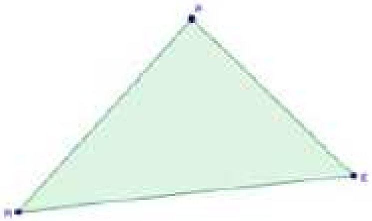
Ele deseja partilhar em dois triângulos de mesma área para dar aos seus dois filhos.

1) Usando o *software*, realize tentativas e proponha uma solução:



2) Construa partilhas encontradas na figura abaixo e mostre que os dois triângulos têm a mesma área.

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489



3) Síntese:

Atos de Pesquisa em Educação - ISSN 1809-0354
Blumenau, v. 12, n.2, p.448-489, mai./ago. 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.7867/1809-0354.2017v12n2p448-489

ANEXO 7

5eme *Um quadrilátero em quatro* *TP informática*

Parte I: Experimentação

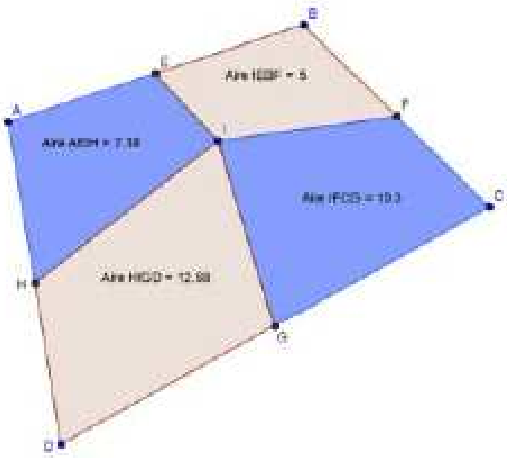
1) Construir um quadrilátero ABCD qualquer (Figura Poligono).

2) Coloque os pontos E, F, G e H pontos médios dos segmentos [AB], [BC], [CD] e [DA].

3) Coloque um ponto dentro deste quadrilátero e criar os quatro quadriláteros IHAE, IEBF, IFCG e IGDH. Colorir como na figura abaixo.

4) Faça áreas de exibição destes quatro quadriláteros.

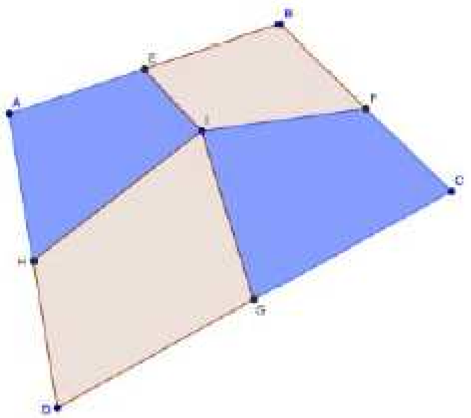
5) Considere as áreas do quadrilátero IHAE e IFCG por um lado, e as áreas dos quadriláteros IEBF e IGDH outro. O que vamos ver?



6) Refazer os cálculos de pergunta 5) para diferentes posições do ponto I dentro do quadrilátero ABCD. Que observações você pode fazer?

Parte II: Demonstração

Na figura abaixo, trace os segmentos [IA], [IB], [IC] e [ID].



1) Trabalhando no triângulo AIB, o que podemos deduzir para triângulos AIE e BIE? Justificar.

2) Trabalhando como à questão 1) os triângulos BIC, CID e DIA, provar a conjectura formulada na primeira parte.