ATOS DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO - PPGE/ME FURB
ISSN 1809-0354 v. 5, n. 3, p. 356-369, set./dez. 2010

ESTRATÉGIAS MOBILIZADAS POR ALUNOS DE ESCOLAS PÚBLICAS PARA RESOLVER UM PROBLEMA QUE EXPLORA A IDEIA DE EQUILÍBRIO

STRATEGY GENERATED BY STUDENTS IN PUBLIC SCHOOLS TO SOLVE PROBLEM A THAT EXPLORES THE IDEA OF BALANCE

Rinaldo César de Holanda Beltrão
Universidade Federal Rural de Pernambuco
rinaldobeltrao@yahoo.com.br

RESUMO Essa pesquisa investiga as estratégias mobilizadas por alunos concluintes do Ensino Fundamental de escolas públicas de Pernambuco para resolverem um problema que explora a ideia de equilíbrio, utilizando a balança de dois pratos como recurso comparativo do termo igualdade e equilíbrio. O aporte teórico está fundamentado na Teoria da Análise de Erros, de acordo com Helena Cury. A pesquisa é um recorte de uma dissertação de mestrado em que se analisa a produção dos alunos ao resolver problemas algébricos de uma avaliação em larga escala aplicada anualmente pelo governo de Pernambuco. Os resultados apontam, entre outras coisas, a importância de uma reflexão sobre o ensino e a aprendizagem na perspectiva de superação da dicotomia estabelecida nas escolas entre o acerto e o erro, que pode levar ao estabelecimento de uma relação mais dialética entre esses dos pólos.
Palavras-chave: Estratégias. Aprendizagem. Erro.

ABSTRACT This research investigates the strategies used by students graduating from public elementary schools in Pernambuco to solve a problem that explores the idea of balance, using the two-pan balance. The investigation is Based on the Theory of Error Analysis, according to Helena Cury. The research is a part of a dissertation that examines the production of the students to solve algebraic problems of a large-scale evaluation applied annually by the government of Pernambuco. The results show, among other things, the importance of reflection on teaching and learning in the perspective of overcoming the dichotomy established between in the correct and wrong answers, which can lead to the establishment of a relation dialectic between these poles
Keywords: Strategies. Learning. Error.

INTRODUÇÃO

As pesquisas em Educação Matemática e os resultados das avaliações em larga escala, promovidas pelos diversos entes federativos e também por instituições internacionais, têm apontado que os alunos brasileiros apresentam muitas dificuldades para aprender Matemática desde as séries iniciais e que essas dificuldades vão aumentando a medida que os conteúdos matemáticos vão se tornando mais sofisticados. Quando se inicia os estudos em álgebra, normalmente entre o 6º e o 7º ano de escolarização, as dificuldades ficam ainda maiores, por conta, entre outras coisas, da dificuldade que os alunos têm em transformar a linguagem natural em linguagem algébrica (DA ROCHA FALCÃO, 1993) e no aumento da distância da Matemática escolar com a Matemática do cotidiano (D`AMBROSIO, 2002).

Durante a construção e análise de dados para pesquisa de mestrado, que tinha como objetivo identificar as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver questões de álgebra do exame de proficiência do SAEPE - Sistema de Avaliação do Estado de Pernambuco, que é uma avaliação em larga escala similar à Prova Brasil, aplicada anualmente pelo governo do Estado, chamou atenção o resultado das produções dos alunos num problema de equivalência, bastante usual em livros didáticos e normalmente associados ao conteúdo de equação do 1º grau: a utilização da balança de dois pratos como recurso comparativo do termo igualdade e equilíbrio.

A proposta da investigação era selecionar problemas de álgebra do exame do SAEPE do ano de 2008 e aplicá-las a um grupo de alunos, fazendo uma mudança em relação ao formato original do exame: as questões deixavam de ser no formato de múltipla escolha e passaram a ser discursivas, ou seja, os alunos participantes teriam que desenvolver a resposta e não apenas marcar uma das alternativas previamente apresentadas. Fez parte também da proposta da pesquisa, selecionar alguns casos e entrevistar os alunos para que eles explicassem o resultado de suas produções.

A importância da atividade de resolução de problemas é enfatizada tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1988) como pela história da Matemática. Sabendo-se que equações exercem muitas vezes o papel de ferramentas na resolução de problemas e, pelo fato de que existe carência de pesquisas no assunto em nível nacional, podemos justificar a relevância de enfatizar esse recorte em nossa pesquisa de mestrado, tendo a seguinte questão norteadora: Que estratégias os alunos mobilizaram para resolver um problema que explora a ideia de equilíbrio, utilizando a balança de dois pratos como recurso comparativo do termo igualdade e equilíbrio?

1 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A ANÁLISE DOS ERROS.

A Educação Matemática é o estudo das relações de ensino e aprendizagem de Matemática. Ela relaciona-se diretamente com diversos campos do saber, entre os quais, a Matemática, a Psicologia e a Pedagogia. Tem como objetivo de estudo "a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis de escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática" (PAIS, 2005, p.10).

Desta forma, estudos investigativos que se propõem, por exemplo, a identificar as dificuldades encontradas por alunos na resolução de problemas em aritmética ou álgebra ou descrever as habilidades matemáticas desenvolvidas pelos alunos no ambiente escolar, contemplam as relações estabelecidas entre professores, alunos e o conhecimento matemático, fazendo parte, portanto, dos estudos na área de Educação Matemática, uma vez que poderá focar os estudos "nas relações entre o conhecimento matemático, o professor e os alunos, relações estas que se estabelecem em um determinado contexto sociocultural" (CURY, 1994 apud CURY, 2007, p.19).

Podemos então, justificar a inclusão da análise de erros como uma tendência desse campo do saber, pois grande parte da produção dos alunos possui características que apontam as estratégias usadas na sua elaboração e que são influenciadas por tudo que eles aprenderam, na escola ou fora dela. Assim, efetuar a análise de tais produções possibilita aos professores e aos próprios alunos compreender como ocorre a apropriação do conhecimento por estes.

Tomando como referencial Cury (2007), iremos descrever as ideias de alguns pesquisadores que tiveram contribuições marcantes na análise dos erros em processos de aprendizagem da Matemática com alunos de diversos níveis de ensino.

O psicólogo norte-americano Edward Thorndike (CURY, 2007) foi um dos precursores nos estudos sobre análise de erros ao efetuar estudos sobre as dificuldades que os alunos encontravam ao tentar resolver problemas de aritmética. Por influência de Ivan Pavlov, com quem compartilhou experiências com animais que deram origem aos estudos sobre condicionamento operante, acreditava que seria necessário o reforço de vínculos e hábitos que permitiriam aos alunos efetuar cálculos matemáticos. Descreveu os tipos de exercícios que deveriam ser propostos aos alunos e propunha a análise da capacidade de realizar determinados cálculos com o objetivo de se estabelecer um conjunto de hábitos ou conexões mentais que seriam determinantes na formação e no reforço.

O matemático francês Jacques Hadamard (CURY, 2007) discutiu diversas questões sobre o inconsciente e a descoberta, o trabalho consciente, os diferentes tipos de mentes matemáticas, a intuição e algo que nos interessa diretamente: a análise dos erros e os processos de resolução de problemas. Afirmou que quando os matemáticos cometem erros, logo os percebem e corrigem, fazendo com que na hora de apresentar o produto final, sem as incertezas, hesitações, falhas, idas e vindas, que são inerentes à sua construção, fomentem uma concepção equivocada de que o conhecimento matemático é algo estático, imutável e intrinsecamente verdadeiro e que os erros precisam ser eliminados. Ressaltou a importância da Psicologia para entender os processos de criação e descoberta dos matemáticos, defendendo que para um aluno construir um conceito é necessário passar por um processo semelhante ao que ocorre nas produções matemáticas.

O psicólogo russo Vadin Krutetskii (CURY, 2007) dirigiu suas pesquisas para a investigação das habilidades matemáticas dos alunos, utilizando-se de vários métodos de pesquisa, exercícios e problemas sobre os conteúdos mais diversos de aritmética, álgebra, lógica e geometria; pesquisando grandes amostras de alunos e também casos únicos; interessando-se pelas opiniões de professores, pais e matemáticos. Ele apresenta um novo caminho para as pesquisas sobre a produção dos alunos, enfatizando a importância que deve ser dada ao processo e não apenas o produto, buscando uma observação detalhada das produções dos alunos, questionando as respostas, procurando identificar quais seriam suas estratégias ao solucionar os problemas. Dessa forma, a análise qualitativa das respostas dos alunos, apoiada em investigações seria a melhor maneira de se aproveitar os erros para ajudar os alunos a construir o conhecimento.

O filósofo francês Gaston Bachelard (CURY, 2007) dedicou-se ao estudo do significado epistemológico e filosófico da revolução científica promovida no início do século XX pela Teoria da Relatividade, formulada por Albert Einstein. Partindo destes objetivos formulou suas principais proposições para a filosofia das ciências: a historicidade da epistemologia e a relatividade do objeto. Para ele, o conhecimento ao longo da história não poderia ser avaliado em termos de acúmulos, e sim de rupturas e retificações, num processo dialético em que o conhecimento científico é construído por meio da constante análise dos erros anteriores.

A noção de obstáculo epistemológico é de fundamental importância para o desenvolvimento do conhecimento no âmbito das pesquisas. É na superação destes obstáculos que reside o sucesso de uma pesquisa científica. Porém, a condição essencial para a superação dos obstáculos é a consciência por parte dos cientistas de que eles existem e que, se não neutralizados, podem comprometer o processo da pesquisa, desde seus fundamentos até os seus resultados.

Apesar de Bachelard afirmar que sua obra não trata da formação do espírito matemático, sua concepção sobre a construção do conhecimento levou inúmeros educadores matemáticos a apossar-se da idéia de obstáculo epistemológico. Entre eles destaca-se Guy Brousseau que afirma, entre outras coisas, que o erro não é um efeito produzido pelo desconhecimento, ou pela incerteza, mas fruto de um conhecimento anterior, que agora se revela falso ou inadaptado. Ao enfocar a ideia de obstáculo e aproximá-la da ideia de erro, é preciso considerar que o obstáculo é um conhecimento, ou seja, o aluno constrói esse conhecimento relacionando-o com outros, tentando adaptá-lo às novas situações e resistindo em abandoná-lo. Por esse motivo é que ele precisará agir da mesma forma que se faz quando da construção de um novo conhecimento matemático, só que com um diferencial: o saber antigo, que funcionava bem até então, estará por trás da nova construção.

A pesquisadora italiana radicada nos Estados Unidos Raffaela Borasi (CURY, 2007) produziu nos últimos trinta anos textos que se constituem como referencial para a análise dos erros como construtores do conhecimento. Ela afirma que, se os alunos são avaliados pelo resultado final de suas produções, os erros por eles cometidos são frustrantes e precisam ser eliminados, uma vez que os fazem perder tempo e despender esforços na tentativa de evitar uma reprovação.

Porém, se a ênfase da avaliação dos alunos se desloca para o processo, existe uma possibilidade concreta que os erros cometidos venham a ser discutidos, investigados, questionados e transformem-se em fonte de novas aprendizagens. Ou seja, partindo da regra incorreta e elaborando situações didáticas motivadoras, é possível fazer uso do erro como o que ela chama de “trampolim para a aprendizagem” (CURY, 2007, p.37).

Ainda inspirados em Cury (2007) podemos concluir que o erro é uma representação do conhecimento que os alunos possuem, construído com base em suas experiências anteriores e que precisa ser desestabilizado, utilizando-se para isso de procedimentos didáticos que levem os alunos a expor suas ideias, organizar o pensamento, tecer hipóteses e descobrir que algumas questões matemáticas podem ser resolvidas de maneira diferente.

Esse trabalho ancora-se na análise de erros enquanto tendência da Educação Matemática, com o propósito de relacionar as dificuldades que os alunos encontram ao se depararem com problemas de álgebra, enfatizar a importância que deve ser dada ao processo e não apenas o produto e apontar a possibilidade concreta de que os erros cometidos podem se constituir em objeto de investigação com a finalidade de avançar no processo de aprendizagem da matemática.

2 METODOLOGIA

Adotamos um modelo metodológico que se aproxima da análise de conteúdos, proposta por Laurence Bardin (2008), que define essa metodologia da seguinte forma:

> É um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (Bardin, 2008. p 44).

Segundo Bardin, a análise de conteúdos deve ser efetuada em três fases: a primeira é chamada de *pré-análise*. Nessa fase é efetuada a organização e tem por objetivo sistematizar as ideias iniciais a fim de se produzir um esquema preciso de análise. Ela é composta por três ações: a escolha dos documentos, que formam *corpus* da investigação, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores.

A segunda fase é chamada *exploração do material*. Nessa fase será efetuada a aplicação sistemática das decisões que foram tomadas. Consiste em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função das regras e procedimentos estabelecidos. Nesse momento se elabora um quadro de referência, onde são destacadas as divergências e coincidências encontradas; a terceira fase é chamada de *tratamento dos resultados obtidos e interpretação.* Nessa fase devem ser efetuadas as conexões, aprofundadas as ideias, em busca das respostas e conclusões da pesquisa.

Nosso modelo metodológico possui alguns pontos de convergência com a proposta de Bardin, porém com algumas características peculiares da pesquisa que nos propomos realizar. A própria autora reconhece que "*a técnica de análise de conteúdo adequada ao domínio e ao objeto pretendidos, tem que ser reinventada a cada momento"* (BARDIN, 1997 apud CURY, 2007).

Tivemos como corpus de investigação o instrumento de pesquisa construído a partir de questões propostas no exame de proficiência em Matemática da avaliação em larga escala do SAEPE 2008. Não nos preocupamos com a elaboração de indicadores, uma vez que utilizaremos os descritores da própria avaliação. Aproximamo-nos novamente da proposta de Bardin na categorização das produções dos alunos, construção dos quadros de referência e no tratamento e interpretação dos resultados.

Para construção deste artigo, fizemos um recorte da dissertação de mestrado, focando na questão referente à equação do 1º grau que fez parte do exame do SAEPE/2008 e que foi aplicada a um grupo de 468 (quatrocentos e sessenta e oito) alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de 11 (onze) escolas públicas da região metropolitana do Recife-PE. O universo amostral escolhido baseou-se em pesquisas como a de Bortolotti (2003) que aponta que uma das etapas mais importantes da TRI (Teoria de Resposta ao Item, que é o modelo usado para análise de dados do exame do SAEPE) é a estimação dos parâmetros dos itens e das habilidades dos indivíduos.

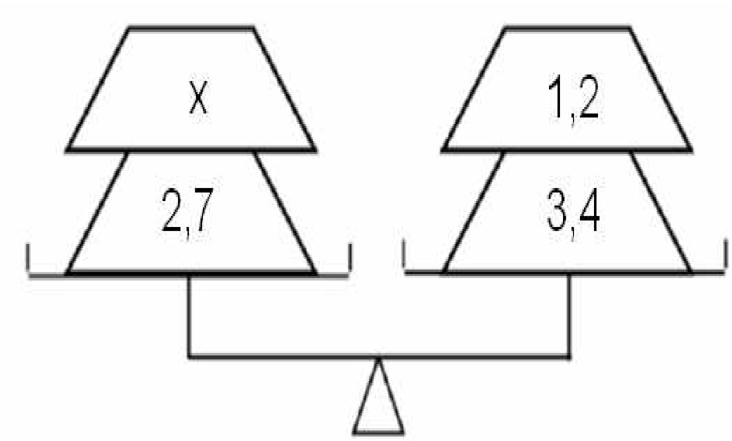
A probabilidade de uma resposta correta a um determinado item depende da habilidade do indivíduo e dos parâmetros que caracterizam o item. Bortolotti (2003) considera que para se obter estimativas para os parâmetros do modelo com erros-padrão pequenos deve-se realizar o teste com esse quantitativo de trezentos indivíduos, no mínimo. Esse quantitativo de sujeitos também possibilita uma variedade de produções que possibilita uma melhor análise de como o conhecimento está sendo construído pelos alunos.

Escolhemos turmas do 9º ano do Ensino Fundamental porque a avaliação do SAEPE em que se utilizam pela primeira vez, descritores sobre álgebra é a aplicada aos alunos concluintes dessa fase do ensino básico. Após aplicação do exame, analisamos as respostas dos alunos e realizamos entrevistas videografadas com alguns deles no sentido de investigar quais estratégias foram utilizadas para responder à questão.

3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Iremos analisar a seguinte questão que foi respondida pelos alunos que participaram da pesquisa:

(Adaptda) A figura a seguir representa uma balança em equilíbrio.



Para manter a balança em equilíbrio, qual deve ser o valor de x?

Figura 1 – Problema apresentado aos alunos.

A tabela a seguir categoriza as respostas dadas pelos alunos que responderam ao instrumento aplicado nesta pesquisa:

Tipo de estratégia utilizada pelos alunos para responder o problema		
Tipo de respostas apresentadas	Alunos	%
Utilizaram estratégia aritmética	154	32,9
Utilizaram estratégia algébrica	80	17,1
Utilizaram outro ou nenhum tipo de estratégia	176	37,6
Total de alunos que responderam ao item	410	87,6
Não responderam	58	12,4
Total de alunos participantes	468	

Tabela 1 – Respostas dos alunos ao instrumento de pesquisa.

Identificamos como estratégia aritmética os registros em que os alunos utilizaram apenas números para resolver o problema e como estratégia algébrica aqueles que construíram uma expressão algébrica e efetuaram algum tipo de manipulação.

Como explicamos na metodologia, este artigo é um recorte de nossa dissertação de mestrado que teve como objetivo analisar as questões de álgebra do exame do SAEPE/2008. Esse problema foi o que apresentou, tanto na investigação como nos resultados oficiais do SAEPE/2008 o maior percentual de respostas corretas (87,6%). Atribuímos esses índices à utilização da balança de dois pratos para representar o conceito de equilíbrio de uma equação, analogia fartamente utilizada por professores e em livros didáticos. Pesquisas como as de RAMOS (2006) e BELTRAME (2009) destacam essa incidência.

Essas e outras pesquisas (LINS e GIMENEZ, 2006) já apontaram que uma das dificuldades que os alunos encontram ao iniciarem o estudo das equações do 1º grau é com relação à mudança no conceito do sinal de igualdade, pois nas séries iniciais, ao estudar aritmética, o sinal de igualdade é normalmente apresentado como possuindo um sentido único, indicando o resultado da operação a ser realizada. Ao ser iniciado em álgebra, o sinal de igualdade é apresentado como sendo o indicativo de equilíbrio, o que representa uma transformação conceitual que precisa ser apropriada pelo aluno.

Para superar essa dificuldade, tem-se utilizado, entre outras coisas, a analogia da balança de dois pratos, na expectativa de ela favoreça essa transformação conceitual. Essa utilização é baseada na ideia de que começar pelo concreto é próprio da natureza humana. Porém é preciso uma reflexão com relação à função do concreto no contexto da aprendizagem matemática, uma vez que o que é concreto para uma pessoa pode não ser para outra. O caso da balança de dois pratos pode representar isso, uma vez que já é comum, atualmente, no cotidiano dos alunos, depararem-se com balanças eletrônicas, cujo funcionamento difere em muito da balança de dois pratos.

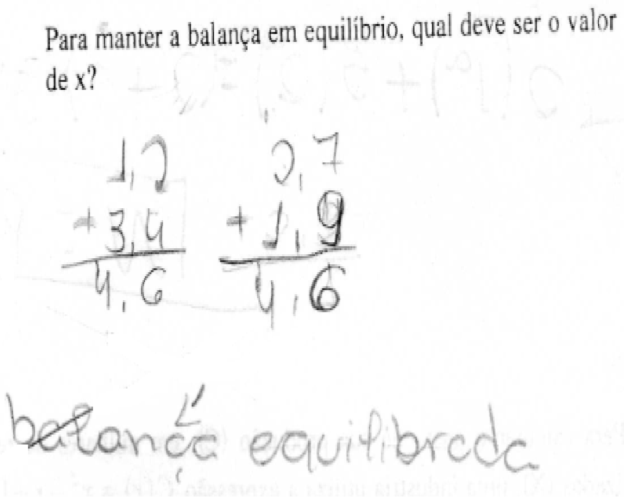
A tabela a seguir descrimina os tipos de estratégias utilizados pelos alunos para responderem ao instrumento aplicado nesta pesquisa:

Tipos de estratégia utilizada pelos alunos para responderem ao problema				
Tipo		Descrição	Alunos	%
P1	Aritmética	Utilizaram estratégia aritmética, fazendo uso dos dados do problema e da idéia de equilíbrio da balança. Não encontraram corretamente o número desconhecido, por errarem nas operações.	56	12,0
P2	Aritmética	Utilizaram estratégia aritmética, fazendo uso dos dados do problema e da idéia de equilíbrio da balança. Encontraram corretamente o número desconhecido.	82	17,5
P3	Aritmética	Utilizaram estratégia aritmética sem fazer uso da idéia de equilíbrio da balança, não encontrando o número desconhecido.	16	3,4
P4	Algébrica	Utilizaram estratégia algébrica para resolver o problema, mas erraram na manipulação da equação.	6	1,3
P5	Algébrica	Utilizaram estratégia algébrica para resolver o problema e chegaram à resposta correta.	39	8,3
P6	Algébrica	Tentaram resolver por meio de uma proporção.	35	7,5
P7	Outra	Atribuíram um valor aleatório a x, diferente do valor considerado correto.	111	23,7
P8	Outra	Não utilizaram nenhum procedimento mas apresentaram como resposta o valor correto de x.	65	13,9

Tabela 2 – Tipo de estratégia utilizada pelos alunos no instrumento de pesquisa.

Entre os alunos que utilizaram aritmética para encontrar a solução, destacamos dois tipos de estratégias: na primeira, os estudantes somaram os valores da balança da direita e tentaram encontrar o valor que deveria ser atribuído ao valor desconhecido no prato da esquerda, considerando a necessidade de que, ao final, a balança ficasse em equilíbrio; na segunda, os estudantes somaram os três valores conhecidos.

Os recortes do protocolo e da entrevistas a seguir exemplificam uma das estratégias aritméticas utilizadas. Os nomes utilizados são fictícios:

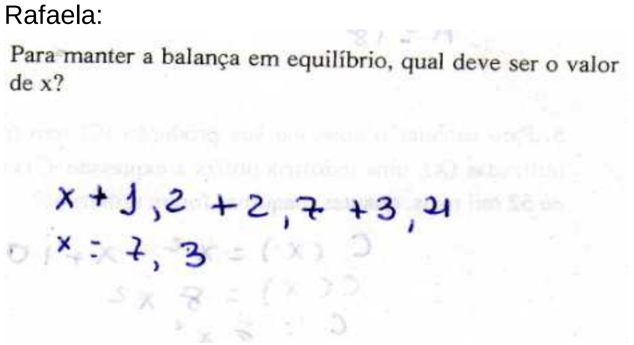
Recorte do Protocolo	Recorte da Entrevista
Adalgisa:  	Professor: Como você chegou a esse resultado aí? Adalgisa: Eu fiz assim. Pela figura eu... Era para encontrar o valor de x. Então eu somei os dois lados. Que era 1,2 mais 3,4 igual a 4,6. E do outro lado x mais 2,7. Professor: Como foi que você descobriu esse valor? Adalgisa: Eu fui somando até encontrar a resposta que desse exatamente o valor de x que foi 1,9. Professor: Então no teu caso o desenho ajudou? Adalgisa: O desenho ajudou Professor: Por que você escreveu na atividade “balança equilibrada”? Adalgisa: Porque aqui no desenho para manter a balança em equilíbrio eu tinha que encontrar o valor de x para que ficasse 4,6 dos dois lados.

Recorte 1 – Estratégia utilizada por aluna e respectivo recorte da entrevista.

Apesar de compreender a idéia de equilíbrio da balança, sinalizando que a aluna pensou algebricamente, Adalgisa não utilizou a operação inversa para descobrir o valor desconhecido, uma vez que se $x + 2,7 = 4,6$ então $x = 4,6 - 2,7$. Em seu depoimento ela afirma que ficou atribuindo valores a x e testando o resultado da soma, até encontrar o valor desejado.

Apesar de ter encontrado a resposta correta, a aluna possui dificuldades quanto à manipulação de expressões algébricas que precisam ser superadas. Daí a importância da análise e da inferência sobre a produção dos alunos.

O recorte a seguir, apresenta a produção de outra aluna, que optou por resolver o problema utilizando uma estratégia aritmética:

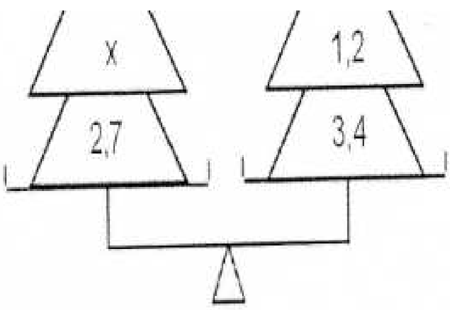
Rafaela:  Para manter a balança em equilíbrio, qual deve ser o valor de x? $x + 1,2 + 2,7 + 3,4$ $x = 7,3$	Professor: Como foi que você entendeu essa questão? Rafaela: A questão eu resolvi somando 3,1 com 2,3 e com 3,4. Ai eu somei tudinho e deu x igual a 7,3 Professor: Aí tu pegasses os valores e somasses os números que tinham aí para encontrar o valor de x? Rafaela: Foi. Porque quer encontrar o valor de x. Aí eu somei todos os números, que deu igual a 7,3.

Recorte 2 – Estratégia utilizada por aluna e respectivo recorte da entrevista.

Rafaela não compreendeu conceitualmente o que representaria o valor que deveria ser atribuído a x nem a ideia de equilíbrio da balança de dois pratos. Ela optou por somar os valores numéricos.

Entre os alunos que utilizaram estratégia algébrica, encontramos aqueles que conseguiram representar a situação pela equação correta e manipularam a expressão em busca do valor desconhecido (45 alunos responderam usando equação do 1º grau , sendo 39 corretas) e outros que utilizaram o teorema fundamental das proporções (35 alunos). Os recortes abaixo exemplificam esses dois tipos de estratégias:

Marlon:

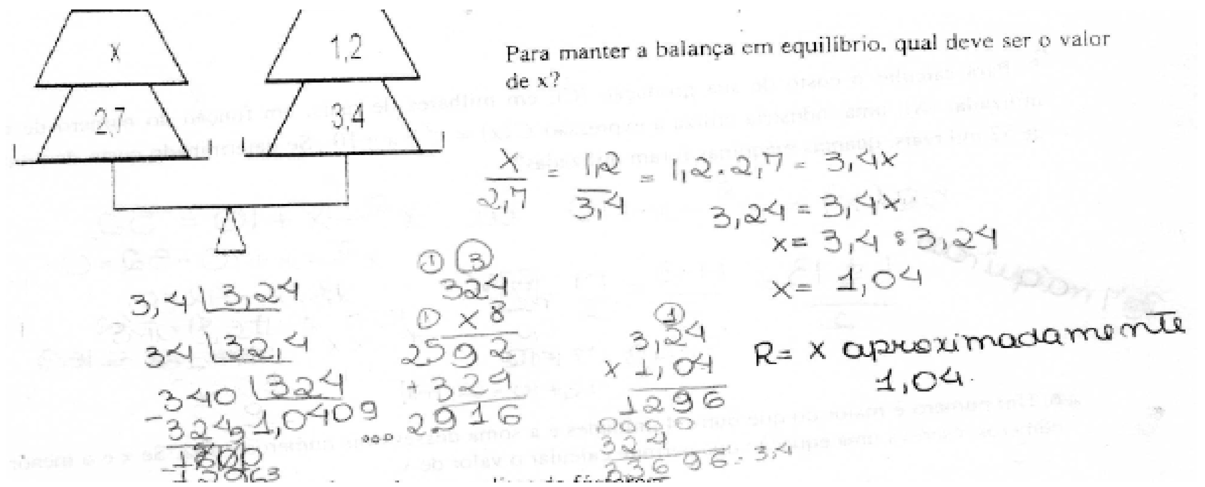


Para manter a balança em equilíbrio, qual deve ser o valor de x?

$x + 2,7 = 1,2 + 3,4$
$x + 2,7 = 4,6$
$x = 4,6 - 2,7$
$\boxed{x = 1,9}$

Resposta: para manter a balança em equilíbrio, "x" deve ter o valor de 1,9.

Ana:



Recorte 3 – Estratégia utilizada por alunos e respectivo recorte da entrevista.

A produção de Marlon é exatamente aquilo que normalmente se espera como resposta correta para esse problema. Já a forma encontrada por Ana para responder a questão nos remete a uma reflexão sobre a resolução de problemas sobre proporção na escola.

É comum que se apresente aos estudantes a utilização da “regra de três” como algoritmo que conduzirá à resposta considerada correta, sem a preocupação que os alunos estabeleçam relações entre as grandezas envolvidas nos problemas. O algoritmo ganha um *status* de um *jeito mágico* de resolver, onde a tarefa do aluno se resume a encontrar os números no problema e a operar com eles, sem necessariamente estabelecer relações.

Um fato que favorece a perda da compreensão do significado do problema, é que as atividades apresentadas pelo professor ou encontradas nos livros didáticos, apresentam uma estrutura onde é fácil identificar os números que deverão ser organizados para que a operação possa ser efetuada.

De acordo com Post, Behr e Lesh (1995) o raciocínio proporcional é uma forma de raciocínio matemático que envolve um senso de covariação, comparações múltiplas, capacidade de armazenar e processar informações. O raciocínio com proporções está ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento quantitativo e qualitativo. O fato de muitos aspectos do cotidiano funcionarem de acordo com as regras de proporcionalidade, faz com que o raciocínio com proporções seja útil na interpretação de fenômenos do mundo real e nesse sentido, pode ser usado para resolver uma grande variedade de problemas da vida real.

A proporcionalidade é um exemplo simples de função matemática e pode ser representada como uma equação linear. Como tal, é uma ponte adequada entre experiências e modelos numéricos comuns e as relações mais abstratas.Também é útil na resolução de problemas como velocidade, mistura, escala, densidade, consumo, preço, porcentagem e outras formas de comparações.

O raciocínio algébrico envolve modos diferentes de representação (tabelas, gráficos, equações). As situações proporcionais e os raciocínios que as acompanham fornecem um excelente veículo para ilustrar essas associações.

Os alunos devem perceber as conexões existentes entre as equações abstratas da álgebra e o mundo real da aritmética. A introdução da álgebra deve se basear na noção de que as variáveis podem ser manipuladas de uma maneira que corresponde exatamente a muitos aspectos do mundo real. As situações proporcionais oferecem uma porta interessante para o campo da representação algébrica, uma vez que seus antecedentes aritméticos são justificáveis através de abordagens do senso comum.

Equipar alunos com uma variedade de perspectivas e estratégias de resolução favorece não só uma compreensão melhor, como também uma abordagem mais segura e flexível da resolução de problemas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com relação às contribuições que essa pesquisa trouxe sobre a análise da produção dos alunos gostaríamos de destacar que quando estabelecemos um novo olhar sobre a produção dos alunos, abrimos novas possibilidades sobre a compreensão do processo de aprendizagem e vamos à busca de novos caminhos que se fazem necessários para aprofundar e reconstruir uma prática pedagógica numa perspectiva de atender de forma mais adequada aos nossos alunos.

Nesse sentido, refletir sobre o ensino e a aprendizagem nos indica a necessidade de superar a dicotomia estabelecida na escola entre o acerto e o erro. Esta reflexão nos leva a construir uma relação mais dialética entre esses dos pólos. A palavra aprendizagem traz intrinsecamente um espaço para o erro. E se fizermos uma reflexão crítica iremos perceber que erro e acerto são duas faces de uma mesma moeda, porém o espaço e a dinâmica da sala de aula muitas das vezes, sobretudo quando o saber em jogo é um saber matemático, carregado de exatidão e preciosismos, nos levam a enxergar apenas por um viés.

Enquanto pesquisador foi possível observar melhor as estratégias escolhidas pelos estudantes para resolverem o problema apresentado. Na dinâmica da sala de aula, essa não é uma tarefa simples, mas fundamental se quisermos construir uma escola de qualidade.

Esta pesquisa teve como objetivo contribuir para a melhoria na aprendizagem da Matemática a partir da análise de dados que cheguem aos professores de Matemática e contribuam para a investigação educacional. Seus resultados têm como objetivo uma reflexão sobre os erros cometidos pelos alunos, o modo como estes pensam e que estratégias adotam quando se deparam com problemas algébricos.

Também é fundamental que os professores passem a investigar a sua prática profissional, tendo como finalidade a compreensão do modo como ela influencia os erros cometidos e as dificuldades sentidas pelos estudantes.

Evidentemente que este estudo não esgotou os problemas analisados. Outras pesquisas podem se realizar neste campo, aprofundando alguns aspectos aqui trabalhados e analisando outras questões, tais como: Porque é que os estudantes evitam recorrer a estratégias algébricas na resolução de problemas? Como os estudantes formulam e avaliam as conjecturas que elaboram quando da resolução de uma tarefa?

Concluímos destacando que esta é uma pesquisa de investigação que esperamos que contribua para a investigação em Educação Matemática, mais especificamente no campo da Álgebra e do pensamento algébrico para os estudantes da escola básica em nosso país.

REFERÊNCIAS

BARDIN, Laurence. Análise de Conteúdo. 5ª Edição. Lisboa: Edições Setenta, 2008.

BELTRAME, Juliana. A álgebra nos livros didáticos: um estudo do uso das variáveis, segundo o modelo 3UV. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de Matemática) – PUC-SP. São Paulo, 2009. 157p.

BORTOLOTTI, Silvana. Aplicação de um modelo de desdobramento graduado generalizado da Teoria de Resposta ao Item – TRI. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2005. 107p.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

CURY, Helena. Análise de Erros: O que Podemos Aprender com as Respostas dos Alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 116p.

D'AMBROSIO, Ubiratam. Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade. BH: Autêntica, 2002. 112p.

DA ROCHA FALCÃO, Jorge Tarcísio. - A Álgebra como Ferramenta de Representação e Resolução de Problemas, em SCHLIEMANN, A. D. e outros, *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*, p. 85-107, ed. UFPE, Recife, 1993.

LINS, Rômulo e GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas. Papirus, 2006. 176p.

PAIS, Luiz Carlos. Didática da Matemática: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 125p.

POST, Thomas. BEHR, Merlyn e LESH, Richard. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra.. IN: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P, org. As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. 286p.

RAMOS, Fernando. O livro e os recursos didáticos no ensino de Matemática. Dissertação (Mestrado profissionalizante em ensino de Física e Matemática) – UNIFRA. Santa Maria, 2006. 220p.